ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

PUBBLICATI

CONFORME ALLA DECISIONE ACCADEMICA

del 22 *dicembre* 1850

COMPILATI DAL SEGRETARIO

TOMO XXXII. – ANNO XXXII.

(1878–1879)

ROMA

TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE

Via Lata N.° 3.

1879

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE' NUOVI LINCEI

SESSIONE I^a DEL 15 DECEMBRE 1878

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. ALESSANDRO CIALDI

MEMORIE E NOTE

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

I FUNGHI DELLA PROVINCIA DI ROMA
DESCRITTI

DAL DOTTOR MATTEO LANZI

CENNI STORICI

Lo studio dei funghi fu uno dei prediletti dal primo Principe di questa accademia Federico Cesi, nè a Roma fecero giammai difetto cultori di un tale ramo di crittogamia. Per seguire l'ordine cronologico fino a noi dirò che, financo nella più remota antichità ritroviamo nei classici latini non poche e sublimi nozioni, che qualora non piaccia considerare quali veri fondamenti di scienza; tuttavia dimostrano chiaro come ad essi fossero i funghi abbastanza noti, qual conto ne facessero, e come ne rivelassero le qualità loro. Basti richiamare alla mente i nomi di Orazio, Marziale, Plinio, Giovenale, ed Apicio. Però da quel tempo, fino al decimo sesto secolo la micologia rimase bambina, non progredì gran fatta, ed ebbe a provare il malefico influsso di quella stessa decadenza, che invase per ogni dove le scienze e le arti. Ma giunta l'epoca del risorgimento Valerio Cordo morto in Roma nell'anno 1544, nelle sue note a Dioscoride tornò a parlare di funghi e li

distinse in due classi, cioè *innocenti* e *perniciosi*. Successe a questi Andrea Cesalpino Protomedico del Sommo Pontefice Papa Clemente VIII. Per la prima volta egli conferiva alla scienza delle piante una impronta metodica con le sue opere che videro la luce in Firenze nel 1583 ed in Roma nel 1603; ed i funghi stessi vi venivano classificati e descritti. Nell' anno 1610 comparve in Roma la Ecphrasis di Fabio Colonna Linceo, nella quale fra le specie rare e meno cognite illustra alcune *Peziza*, l'*Agaricus procerus*, il *Clathrus cancellatus*.

Al principiare del secolo susseguente cioè nel 1714, furono pubblicate in Roma e la lettera del Marsili nobile bolognese che ha per titolo « *De Generatione fungorum* » diretta al Romano Lancisi Archiatro di Papa Clemente XI e la risposta di questo « *De ortu, vegetatione, ac textura fungorum.* » Dalla intestazione di ambedue le lettere è facile scorgere quale fosse la obiettiva della corrispondenza di questi celebri scienziati; e basta leggere le due epistole per apprendere di quanta dottrina fossero istrutti rispetto a que' tempi. Havvi un passo nella lettera del Lancisi per noi degno di speciale attenzione, poichè fa menzione ed elogio di un altro lavoro rimasto inedito, ed importantissimo in pari tempo alla topografia micologica di Roma; lavoro che senza esitare può dirsi che in quella epoca non avesse l'eguale. È questo un superbo manoscritto in tre volumi in foglio che sembra essere stato opera di Federico Cesi. Ciascun volume contiene duecento tavole, ed ognuna di esse riporta due o tre figure differenti di funghi dipinti al naturale. Sottoposta a ciascuna figura vi è scritto a mano il nome e la frase descrittiva della specie, che Federico Cesi o forse ancora l'Eckio Medico Botanico di quel tempo vi aveano apposto. In principio a ciascun volume havvi un indice alfabetico dei nomi dei funghi che vi sono compresi. Qual valore scientifico avesse un tal codice lo attestano le parole stesse del Lancisi, il quale nello scriverne al Marsigli si esprimeva nei seguenti termini (1):
« Horum vero fungorum innumeras pene imagines fideli admodum stylo,
» coloribusque delineatas, ac tribus voluminibus comprehensas, Tu mecum
» intuitus superioribus diebus suspexisti, in privata S.S. D. N. Clementis XI.
» Bibliotheca, e qua faxit Deus, ut eaedem in publicum una cum aliis non
» minus praeclare atque egregie depictis, quam raris utilibusque naturalium
» rerum ac priscorum temporum monumentis (Europae atque Ecclesiae tranquil-
» litate restituta) aliquando emittantur. Quod si ad illorum editionem, quamvis

(1) J. B. Lancisi Dissertatio epistolaris de ortu, vegetatione, ac textura fungorum, ad Eximium Comitem Ludovicum Ferdinandum Marsilium. — Romae 1714. §. XIV.

» Pontificia haec aula doctissimis ac solertissimis Viris abundet, aliquid tamen
» nostra etiam mediocritas praestare possit, optare licet, ut ea S. S. Pater utatur.
» . . . . Rogamus itaque Sacratissimum Principem, ut hunc thesau-
» rum latere non patiatur, praesertim cum innumerabiles illas, ut ita dicam
» icones ex naturalibus Fungorum archetypis, non ab imperito, aut oscitante
» homine, sed summo studio a duobus magnis viris expressas arbitremur;
» nimirum ab Excellentissimo Magnate Federico Cesio, celebri olim Lynceorum
» Principe, nec non a Joanne Heckio qui magnus sui aevi Medicus et Bota-
» nicus extitit. » A queste parole sul finire del passato secolo echeggiarono in Francia quelle del celebre Paulet (1) il quale parlando di Lancisi si esprime così. « L'auteur fait mention et l'éloge dans sa dissertation, d'un superbe
» ouvrage manuscrit sur les champignos, en trois volumes, qui etait alors
» dans la bibliotheque de Clement XI, et qui est plein des figures de ces
» plantes avec leurs couleurs naturelles; il l'attribue à deux savans distin-
» gues Cesius (Fred. Cesi) autrefois celebre à Rome pur son savoir, et à
» Heckius Medecin Botaniste du XVII siecle. » Sventuratamente il voto di Lancisi non fu ascoltato nè allora nè poi, questo raro monumento di scienza e di storia dalla biblioteca pontificia passò per eredità in quella della E. casa Albani; ove rimase fino a quando fu dispersa per pubblica vendita, cioè poco oltre la metà del presente secolo. (2)

Nel 1792 fu anco pubblicato in Roma con i tipi di Luigi Vescovi un = Trattato dei Funghi = che un sentimento di delicata modestia determinava l'autore ad ascondersi nell'anonimo. Tale trattato benchè non aspiri ad essere qualificato come un capolavoro; tuttavia raccoglie in se molte nozioni scientifiche, e fatti osservati da altri. È diviso in tre parti. Nella prima confuta le opinioni erronee degli antichi intorno alla propagazione dei funghi, conferma la teoria di Micheli, riporta le osservazioni di Battara, le esperienze del Mazzuoli sulle colture della così detta pietra fungaia, e dei tartuffi. Nella seconda premesse alcune nozioni di organografia micologica, passa in rassegna i diversi funghi esculenti e perniciosi del suolo di Roma, distribuendoli in due classi, e ne descrive le specie, senza però distinguerle con precisi caratteri. Nella terza espone la chimica composizione dei funghi, passa quindi alle proprietà igieniche e mediche delle specie, agli effetti tos-

(1) Traité des Champignons Tom. I. pag. 213.

(2) Dopo averne fatta ricerca in più biblioteche pubbliche e private potei conoscere che nella vendita della Biblioteca Albani questi tre volumi caddero nelle mani di un tal Corvisieri, il quale asserì al Prof. Giuseppe Cugnoni Bibliotecario della Chigiana e mio amico di averli venduti ad uno straniero a lui ignoto.

sicologici, ed al modo di rimediarvi. Il tutto è improntato da idee alquanto ossolete; ma fornito come è di un dato valore scientifico ho creduto non doverlo passare sotto silenzio.

Anche nel presente secolo non fecero difetto in Roma opere di scienziati illustri in ciò che riflette alla micologia. In primo luogo citerò Giovanni Francesco Maratti Abate dei Monaci Vallombrosani, il quale fu direttore dell'orto Botanico e Professore nella nostra Università. Nella sua Flora che sembra essere stata incominciata circa l'anno 1772 e venuta in luce pressochè un mezzo secolo dopo per opera di Maurizio Benedetto Oliverio che dedicolla al Sommo Pontefice Papa Pio VII nel 1822, si leggono brevemente descritte denominate e classificate secondo il metodo tenuto dal Micheli un centinaio circa di specie e varietà di funghi da lui osservati nell'Agro Romano. Sembra anzi da una nota del redattore (1) che fosse stato compilato dal Maratti stesso un manoscritto rimasto inedito in lingua italiana, ove alle descrizioni andavano unite tavole e figure dei funghi esculenti da lui raccolti e conosciuti.

Il Prof. Ernesto Mauri sia nella Flora Romana pubblicata insieme al Prof. Antonio Sebastiani nell'anno 1818, sia nelle centurie che la seguirono, non fa menzione di piante crittogame. Tuttavia non trascurò lo studio dei funghi come dimostrano a dovizia ed il suo scritto riportato nel tomo LIV.° del Giornale Arcadico di Roma ed intitolato = Di due funghi mangerecci dei contorni di Roma, cenno del Prof. Ernesto Mauri =; ed alcune note manoscritte rimaste presso la illustre nostra Accademica Sig. C.ssa Elisabetta Fiorini – Mazzanti alla cui somma gentilezza debbo la felice occasione di averle potuto leggere. Le due specie di funghi pubblicate dal Mauri sono l'*Agaricus effocatellus* conosciuto col nome vernacolo di *sfogatello di carbonara*; ed il *Polyporus corylinus* o *sfogatello di nocchio*. Di ambedue dà la frase diagnostica, la descrizione fitografica, la figura in una apposita tavola, e della seconda specie il metodo di coltura artificiale, che fino al presente è il solo adottato presso di noi in Rocca di Papa, già conosciuto però e brevemente accennato dal Lancisi al paragrafo ottavo della sua lettera sopraccitata. Il Viviani (Funghi Mangerecci d'Italia) descrive e raffigura in due buone tavole i funghi illustrati dal nostro Mauri, annota che l'*Agaricus effocatellus* era cognito al Micheli abbenchè ne desse una frase diagnostica molto incompleta; ma non posso astenermi dal lamentare che il celebre Elia Fries nel suo recente libro intitolato *Hymenomycetes Europei* o seconda edi-

(1) Maratti Flor. Rom. p. 453.

zione della sua *Epicrisis Systematis Mycologici* con poca verità ed esattezza attribuisca al Viviani piuttosto che al Mauri queste due specie di funghi.

Succede alla sua volta il Prof. Pietro Sanguinetti il quale nel 1864 pubblicò anch'egli una Flora Romana. In questa abbenchè siano comprese tutte le piante dette vascolari fanerogame e crittogame; sono tuttavia tralasciati i funghi alla pari di tutte le altre crittogame cellulari. Sia che egli avesse la intenzione di farne un trattato a parte, sia che non reputasse il suo lavoro giunto al necessario compimento per essere pubblicato; sempre rimane vero il fatto che egli si dedicasse di proposito allo studio dei funghi nostrani, e che ne fosse valente conoscitore. Ne fanno fede e lo essere stato mio antecessore nella visita sanitaria officiale dei funghi, incarico da lui retto per più di trenta anni in modo veramente degno di lode, e senza che se ne avesse a lamentare giammai inconveniente alcuno a danno della salute pubblica: ed alcuni scritti e tavole dipinte da lui eseguite e mostrate a taluni scienziati di sua conoscenza, cose tutte che andarono disperse dopo la sua morte avvenuta nell'anno 1868. Di questi manoscritti uno ne posseggo per grazioso dono fattomi dall'ottimo mio amico Prof. Francesco Scalzi, il quale può dirsi un breve compendio di organografia e fisiologia micologica, e dimostra non meno quanto egli fosse versato in tali studi.

Nè posso tacere dell'altro mio maestro Prof. Cav. Carlo Donarelli anch'egli Professore di Botanica nella nostra Università, che pure essendo fisiologo e medico fra i più indefessi fino all'ultimo di sua vita nel seguire il movimento della scienza, e fra i più dotti che illustrarono il nostro ateneo e la città; si occupò eziandio dello studio dei funghi e ne delineò alcune figure, che esistono tuttora nella ricca biblioteca del suo figlio Dott.re Attilio. Finalmente il Prof.re Ettore Rolli botanico distinto e sempre intento alle erborizzazioni nella Campagna Romana, si dedicò non poco alla micologia; e poco innanzi di morire aveva incominciato a fare raccolta di funghi nostrani conservandoli nell'alcool.

Da tuttociò che finora ho narrato chiaramente apparisce che, la micologia ebbe mai sempre in Roma esimii cultori, tuttavia non tanto ubertosa riuscì la messe delle opere da essi lasciate, poichè circostanze diverse e soprattutto economiche, o ne avversarono la pubblicazione, o ne favorirono la dispersione. Cosicchè delle diverse pubblicazioni venute in luce nel nostro tempo mi resta soltanto a dire della = Memoria su i Funghi Pratajuoli = del Prof. Vincenzo Ottaviani inserita negli Annali di Medicina e Chirurgia Vol. 1.° Fasc. 1.° (Roma Tip. Mugnoz): dell'elenco che dà il Prof. Giacomo

Folchi delle specie mangereccie sospette e velenose nel suo libro di Igiene; di una memoria sulle Puccinie e di due centurie di funghi pubblicate dal Dott. Carlo Bagnis.

Dopo che succedei al Prof. Sanguinetti nell'Officio Comunale per la visita sanitaria dei funghi diedi un elenco delle specie da me vedute in una seconda relazione annuale diretta all'Eccmo Senatore di Roma Sig. Marchese Cavalletti nell'anno 1869, pubblicata per cura di questo Municipio. Da quel tempo essendosi sempre accresciuto il numero di quelle da me riconosciute indigene della nostra provincia; sento la necessità di tornarvi sopra, enumerando e descrivendo soltanto quelle a me cognite. Credo perciò che altre e forse non poche resteranno a conoscersi da chi perlustra un suolo tanto ubertoso di funghi quanto è il nostro. Da mia parte non mancherò di aggiungere altre specie alle già descritte di mano in mano che mi saranno palesi, mantenendo fermo il proposito di fondare il mio scritto su dati positivi soltanto.

DESCRIZIONE DELLE SPECIE

IMENOMICETI

I funghi appartenenti a questa classe molto vasta, diversamente dagli altri hanno un imenio esterno, quasi distinto, con sporofori, i quali più spesso hanno quattro spore, sostenute da sterigmi.

Ord. 1.° AGARICINI

I funghi imenomiceti agaricini, hanno un imenoforo infero, rivolto verso la terra, e lamellato. Le lamelle sono raggianti dal centro o dallo stipite, semplici o ramose, che più raramente si ricongiungono fra loro nella parte posteriore (verso il gambo); composte da una duplice lamina, e rivestite esternamente in ambedue le parti da sporofori tetraspori alla sommità e da cistidii.

Genere 1.° AGARICUS FR.

Caracteres – Lamellae membranaceae, scissiles, acie acutae, persistentes, trama subfloccosa cum hymanoforo infero conoretae. Velum varium, at universale haud araneosum. Sporae e sporophoris secedentes, delabentes, hinc lamellae non cinnamomeo-pulverulentae ut in Cortinariis. (Fries Epicr. edit II.a p. 17.)

Caratteri – Lamelle membranacee, divisibili; acute nel lembo, persistenti, intessute da trama subfloccosa con l'imenoforo infero. Velo (volva) variabile; ma l'esterno non simile a ragnatela. Spore che si staccano e cadono dagli sporofori, quindi le lamelle non sono cinnamoneo-polverulente come nei Cortinarii.

Funghi carnosi o membranacei, che imputridiscono, e divenuti secchi non tornano a vegetare nuovamente.

Serie I.ª Leucospori. — Agarici con spore bianche, raramente biancastre (bianco sudicie o volgenti al colore roseo) globose, ovate, ovvero oblunghe, semplici, levigate, molto raramente scabre.

Sezione I.ª Con stipite centrale, velo manifesto intessuto.

Sotto genere I.° Amanita. — Ag, leucospori. Velo universale (volva) da principio contiguo al pileo, distinto dalla sua epidermide. Imenoforo segregato dallo stipite. Sono tutti terrestri.

Sezione A. Con anello manifesto alla parte superiore del gambo.

Sotto sezione. Volva persistente che si apre alla sommità o si fende allo intorno, con lembo libero. Lo intero fungo da principio sta racchiuso senza aderire nella volva intera la quale si connette con la sola base dello stipite. Il pileo è nudo, o coperto da frammenti di volva larghi e membranacei. Le specie 1. a 3. secondo Fries sono nobili, indigene soltanto dell'Europa Australe, e mangereccie; le falloidee, volgari, e velenose.

AGARICUS *caesareus* Fr.

Uovolo, Uovolo buono.

Pileo aurantio-rubro, convexo explanato, nitido, margine striato, nudo; lamellis liberis, ventricosis, confertis, luteis; lamellulis postice truncatis. Sporis albis ovato ellypticis. Stipes farctus, flocculosus, manifeste anulatus, nec bulbosus, lutescens. Volva crassa laxa, libera, alba.

Synon. Fungus magnus orbicularis aureus. Mich. Gen. p. 186 tab. 77. f. 1.ª
Elvella Ciceronis, Volva Plinii etc.
Battar. Fung. Arimin. p. 27. tab, 4. C.
Agaricus caesareus Scop. Flor. Carn. p. 419.
— — Fries. Syst. Mycol. 1. p. 15. — Epicr. p. 3. Ed. II. p. 17.
Agaricus aurantiacus Bull. Champ. tab. 120.
Amanita aurantiaca et caesarea Pers. Syn. p. 252.

Hypophyllum caesareum Paul. Champ. II- pag. 319. tab. 154.
Agaricus caesareus Vittad. p. 1. tab. 1.
— — Viviani Ital. t. 30.
— — Krombh. Schw. t. 8.
— — Harz t. 80.
— — Gonn. et Rabenh. t. 3.
— — Lenz Schw. p. 15. t. 1.
— — Roques Atl. de Champ. p. 14. t. 22.
— — Cordier Champ. Part. 2. p. 4. tab. 1.

Fungo con pileo (cappello) di colore aranciato rosso, convesso appianato superiormente, liscio, con margine striato e nudo; lamelle libere (che non toccano il gambo) ventricose, ravvicinate fra loro, gialle; laminette posteriormente troncate. Le Spore sono bianche, ovato-ellittiche lunghe □, 0100–102, larghe □, 0068–70. Il gambo è ripieno, cottonoso, chiaramente guarnito di anello, non bulboso, anch'esso giallognolo. La Volva è carnosa, lassa, libera, e bianca.

La carne del fungo è biancastra, giallognola in alto, di odore e sapore molto grato. È esculento ed innocuo.

Nasce a terra nelle Selve del Lazio, dei Monti Cimini ed intorno a Roma, a Bravetta, Acqua Traversa ecc. nei mesi di Agosto, Settembre, ed Ottobre.

Questo fungo celebratissimo dai Romani col nome di *boleto* e da Clusio detto « *cibo degli Dei* » presso di noi è una specie delle più stimate ed è portato in quantità considerevole nei nostri mercati. Importa molto distinguerlo dall'*uovolo falso Ag. muscarius* che è uno dei più velenosi. Osservandone però il pileo, si vede liscio superiormente; e tutto al più potrà tenere aderente qualche frammento della volva in forma di placche bianche più o meno grandi, che facilmente possono distaccarsi senza lacerarlo in alcun modo; non mai verruche, le quali partecipino alla sua tessitura. Oltre a ciò il suo pileo di colore aranciato più o meno intenso superiormente ha la parte inferiore cioè le lamelle di colore giallo citrino conformemente al gambo ed al suo anello; mentre l'uovolo falso è bianco al di sotto come nel gambo. La volva è grossa nel primo, libera, e lacerata in frammenti irregolari: nell'altro, sottile, e lacerata in circolo, alla base del gambo bulboso; mentre l'altra porzione superiore va costituirne le verruche intessute sopra il pileo. Cosicchè quando l'Ag. cesareo non è sbucciato dalla volva

forma un solo globo, l'Ag. muscario presenta due corpi sferoidali uno sovrapposto all'altro.

La forma e le dimensioni delle spore sono pure diverse fra queste due specie.

La carne dell'Agarico Cesareo è molto saporita, l'odore grato.

La tavola 1ª del Vittadini lo raffigura molto bene, buona è pure la tavola 8.ª di Kromboltz.

AGARICUS Caesareus var albus

Uovolo buono bianco

Caracteres speciei iidem supra dicti, Sed fungus totus albo-pallescens, et saepe stipes albo-lutescens.

Synonim. Fungus esculentus e volva erumpens, totus candidus, pileolo ad oras striato, etc. – Micheli Gen, plant, p. 185.

Fungus esculentus e volva erumpens, totus albus, pileolo ad oras striato etc. – Micheli loco cit. p. 186. N. 3.

I caratteri sono i medesimi della specie tipica dalla quale differisce soltanto pel colore, poichè il fungo è totalmente di colore bianco di burro a meno del gambo che talvolta è bianco giallastro o dilavato citrino.

Anch'esso nasce a terra nelle selve del Lazio e dei Cimini, ma è molto meno frequente. È mangereccio e buono.

Questa varietà di uovolo bianco sembra che non fosse nota al Fries. In fatti egli nella seconda edizione della Epicrisis Systematis mycologici ultimamente pubblicata (Upsal. 1874. p. 17.) dopo la frase caratteristica della specie aggiunge « Pileus variat flavus, ruber, cupreus » e tace del colore bianco, sopprimendo anzi l'inciso « immo cum velis albus! » che si legge sulla sua prima edizione. Nè ciò deve sorprendere punto, tenendo conto e dell'*habitat* dell'Agarico cesareo che egli stesso stabilisce » In Sylvis regionum calidiorum, in Europa usque ad Bohemiam »; e del non averlo veduto vivo. « Vidi icon, et sicc. » Anche il Vittadini sulla fede di Micheli, che descrive una qualità di *uovolo bianco buono*, o *cocolla bianca maggiore*, e che sembra averlo meglio conosciuto, nomina una varietà dell' Agaricus caesareus; ma nel conchiudere asserisce che, non avendolo veduto, e non essendo descritto o delineato dal vero da altri autori, non può essere certo della sua esistenza.

Da me più volte è stato osservato, sebbene non tanto spesso, quanto la specie tipica; e quasi ogni anno ne giunge ai nostri mercati un qualche

esemplare, misto agli altri funghi uovoli buoni, portatovi dalle selve di Rocca di Papa o da quelle del Circondario di Viterbo. Essendo questa una varietà meno conosciuta e non raffigurata da alcuno, io già nell'anno 1875 la illustrai in una comunicazione fatta al Congresso degli Scienziati Italiani tenuto in Palermo, ove enumerai le nostre amanite. Ora do in luce una sua figura ritratta dal vero; ove oltre alle forme ed agli altri caratteri botanici identici a quelli delle specie tipo, eccetto il colore; anche le spore si veggono simili nella forma e nelle dimensioni. Il carattere della somiglianza o dissomiglianza delle spore sembra avere non poco valore nello stabilire i limiti che devono tenere congiunte o divise fra loro le diverse specie, o varietà; poichè e si trova basato sopra gli organi di riproduzione, e perchè le ho ritrovate sempre diverse, nelle molte e differenti specie da me sottoposte ad esame.

Tavola 1.ª Fig. 1.ª Agaricus caesareus var. albus, fungo maturo.
Fig. 2.ª il medesimo più giovane.
Fig. 3.ª Sezione di fungo maturo.
Fig. 4.ª Sezione di fungo non ancora sbucciato dalla volva.
Fig. 5.ª Colore che danno le spore unite insieme.
Fig. 6.ª Spore ingrandite 825 volte.

AGARICUS *coccola* Scop.

Volg. Coccola, Uovolo selvatico bianco.

Albus, pileo ovato-expanso, margine incurvo sulcato, stipite cilindrico, villoso, gossypino-farcto, volva annuloque laxis, lamellis liberis cadidis. Fr.

Synon. Fungus e volva erumpens, totus candidus, pileolo ad oras striato, pediculo cylindraceo, anulo perangusto cincto. Mich. N. Pl. Gen. p. 185.
— Leucomyces pectinatus — Batt. p. 27. Tab. IV, f. D.
Agaricus coccola Scopoli p. 429. Fr. Epicr. p. 3. Ed. II. p. 18.
D. Seyn. Montp. p. 108.

Il pileo è di colore bianco candido, liscio, alquanto viscido, ovato appianato, carnoso con margine striato, incurvato in basso, che raggiunge la estremità esteriore delle lamelle, senza però sorpassarle come avviene nell'Agarico ovoideo, che gli avanzi del velo interno rendono fioccoso. Le lamelle sono candide, libere, arrotondate posteriormente e più larghe verso il margine del pileo, finamente dentellate nel lembo libero. Le laminette sono pochissime, tagliate in forma rettangolare posteriormente come nell'Agarico

cesareo e diversamente dall'Agarico ovoideo che le ha dentato-lacere. Lo stipite è bianco candido, cilindrico, eguale e non ingrossato in basso, ove è circondato da una volva lassa e sottile; la sua superficie è cotonoso-villosa per gli avanzi del velo interno, e non squamuloso-farinosa come nell'Ag. ovoideo, guarnito in alto di un anello lasso poco sviluppato, fugace e talora appena tracciato; internamente pieno e di apparenza cottonosa. Le spore sono bianche, ovate, di grandezza superiore alle due specie affini, e misurano in lunghezza □, 0115–118, in larghezza □, 0080–85.

La carne del fungo è bianca, buona, odorosa, innocua.

Trovasi nelle selve colline a terra nell'autunno e fuori la Porta del Popolo ad Acqua Traversa ed al di là della Giustiniana.

L'Agaricus coccola di Scopoli fu conosciuto da Micheli e contradistinto col nome volgare di « *Uovolo salvatico bianco* » e da Battara con quello di *farinaccio* il quale diede anche una figura. Vittadini però tornò a confondere questo fungo con la varietà bianca dell'Agarico cesareo già sopra descritta: varietà che egli ammette con qualche dubiezza, e su la fede di Micheli, di Battara, e di Scopoli, asserendo di non averlo veduto. Nella sua sinonimia della varietà di uovolo bianco, si vede citato il *Leucomyces pectinatus* di Battara. Cordier (Champ. p. 5. e 17) mostra con qualche incertezza che possa essere una semplice varietà dell'*Ag. ovoideus* D. C. Fries però confermando la opinione di Micheli e di Battara, ne costituì una specie, determinandone con precisione i caratteri distintivi, i quali ho avuto occasione di confrontare sul vero tanto in questa, come nelle specie affini.

Poco fidando nella stagione, come annota il Vittadini su l'asserzione di Persoon, di Larber, e di Roques, importa distinguerlo dall'Ag. bulboso con pileo molto viscido, stipite bulboso alla base, guarnito di anello, e cavo nello interno, essendo questo uno dei più velenosi.

Soltanto Battarra lo ha raffigurato nella Tavola IV. fig. D.; ed ho creduto opportuno darne un altra figura ritratta dal vero.

Tavola 2ª Fig. 1.ª Fungo maturo con altro più giovane in basso.
Fig. 2.ª Sezione del fungo adulto.
Fig. 3.ª Sezione del fungo giovane ancora e chiuso nella sua volva.
Fig. 4.ª Colore delle spore unite insieme.
Fig. 5.ª Spore ingrandite 825 volte.

AGARICUS *ovoideus* Bull.
Volg. Farinaccio.

Candidus pileo emisphaerico–expanso, margine inflexo excedente, laevi (non striato) stipiteque solido, bulboso squamuloso–farinaceis; volva anuloque laxis; lamellis liberis ventricosis. Fr.

Synon. Ag. ovoides Bull. t. 364.
Fungus esculentus magnus e volva erumpens, totus albus, graviter odoratus (?), lamellis crebris et creberrime denticulatis, pediculo obeso, anulato. Micheli Gen. Pl. 61. p. 184.
Amanita alba Pers. Champ. com. p. 177.
Agaricus ovoideus Fries Epicr. p. 3. Ed. II. p. 18.
— — Vittad. mang. p. 9. t. 2. (optima).
— — Vivian. t. 34.
— — Brigant. Neap. t. 1
— — De Seyn. Montp.p. 106.
— — Qualet. Jur. p. 209.
— — D. C. Fl. Fr. Suppl. p. 53.
— — Cordier, Champ. P. II. p. 6.

Candido con pileo liscio, emisferico dilatato, il cui margine è ricurvato in basso e supera le lamelle, levigato (cioè non striato) con stipite ripieno internamente, bulboso alla base, squamuloso–farinoso nella superficie; la volva e l'anello sono di tessitura lassa; le lamelle libere ventricose. Le spore raggiungono in lunghezza □, 0096–98, in larghezza □, 0062–64, e sono bianche, di forma ellittica.

La polpa del fungo è soda, bianca, poco odorosa, buona a mangiare, non perniciosa.

Nasce a terra nei boschi di Vallerano, Canepina, ed intorno a Roma ad Acqua Traversa.

Dalla descrizione dell'Agarico ovoideo di Bulliard apparisce come esso sebbene bianco candido sia totalmente diverso dai due che lo precedono. Ed il carattere proprio a questa specie consiste nell'avere il margine del cappello guarnito dagli avanzi del velo interno che lo rendono fioccoso, e fanno si che ecceda o superi al di fuori la estremità delle lamelle. Oltre a ciò è liscio e privo di strie. Le lamelle sono libere (cioè distaccate dal gambo) ventricose, non molto larghe, alquanto attenuate nella estremità interna o posteriore, finamente crenulate nel margine libero, di colore

bianco inacquato. Le laminette o lamellule poco numerose, terminano posteriormente con una linea obliqua tondeggiante, finamente dentato-lacera.

Questo fungo quando ancora è racchiuso nella volva, ha la forma di un uovo.

Buone sono la tavola 2.ª di Vittadini e la tavola 2ª del Venturi. Lo raffigurano anche bene la 1.ª e 2.ª tavola di Briganti e la 364.ª di Bulliard.

Meno buona è la tavola 34ª di Viviani specialmente la figura 1ª sbagliata nel colore.

AGARICUS *phalloides* Fr.

Amanita velenosa, Agarico viroso

Pileo campanulato-expanso, obtuso, viscido (jove udo) margine orbiculari, laevi; stipite e farcto apice cavo, a basi attenato, glabriusculo, volva semilibera bulboso, annulo supero membranaceo; lamellis rotundatis, ventricosis. Fr.

Synon. Fungus parvus e volva erumpens, pileo desuper dilute griseo etc. Mich. Gen. Pl. p. 185.
Fungus phalloides anulatus, sordide virescens etc. Vaill. Bot. Paris. p. 74., tab. 14. Fig. 5.
Agaricus bulbosus Bull. Champ. t. 2.
— — Roques, Hist., tab. 23, f. 1. 2.
Ag. citrinus Schaeff. tab. 20. fig. 6.ª
Hypophillum virosum Paulet Champ. tab. 155. et 156.
Agaricus virosus Vittad. Mang. p. 135. tab. XVII.
— — Viviani tab. 15.
Agaricus phalloides Fries. S. M. p. 13.
— — Epicr. ed. II.ª p. 18.
— — Sverig. åtl. och. gift. Sv. t. 2.
— — Barla tab. 4.ª
— — Flor. Batav. t. 829.
— — Kromb. tab. 28: f. 1-10.
— — Corda ap. Sturm. t. 55.
— — Secr. N. 3.
— — Price f. 28.
— — Harz. t. 5.
— — Izenga Sicil. t. 2. f. 2.
— — Cooke Handb. of Brit fung. p. 7.
— — Cordier Champ. II part. p. 8. Pl. IV.

Fungo con pileo campanulato dilatato, ottuso, viscido, (essendo il cielo piovoso) il cui margine è (nel profilo) orbicolare e liscio (non striato nell'orlo). Il gambo da principio ripieno, diviene vuoto in alto, e dalla base in su assottigliato, appena cotonoso, munito in basso di una volva semilibera che lo rende bulboso, ed in alto da un anello membranoso. Le lamelle sono bianche arrotondate e ventricose. Le laminette scarse e terminate posteriormente con una linea curva.

Le spore bianche, di forma ovato-ellittica hanno □, 0095-98 di lunghezza, e □, 0060-65 di larghezza.

L'odore di questo fungo è debolmente viroso, il sapore scipito, la carne bianca. È velenosissimo.

Nasce nella estate e nell'autunno nelle selve della nostra provincia a terra e solitario.

L'Agarico falloide è uno dei più velenosi che si conosca; e si può dire che non vi é provincia di Europa la quale non abbia registrato nella sua storia le vittime dello errore commesso nel cibarsene. Importa perciò avere cognizione precisa de' suoi caratteri botanici.

Il pileo da principio è campanulato conico dipoi dilatato ottuso, con margine orbicolare. La sua superficie di colore variabile è liscia e vischiosa quando l'atmosfera è piovosa ed umida. Le lamelle sono bianche, pel quale carattere i meno esperti potranno distinguerlo dal fungo *Pratajuolo* (Agaricus campestris) che è mangereccio, e che somministrò più volte occasione ad equivoci fatali. Sono inoltre ventricose e rotondate posteriormente: anche le lamellule sono rotondato-acute. Il gambo è retto cilindrico, alquanto assottigliato iu alto, e bulboso alla base del colore delle lamelle e talvolta con sfumatura concolore al pileo, quasi glabro all'esterno, guarnito in alto di anello membranaceo tenue e screpolato, internamente ripieno da principio, quindi cavo specialmente in alto. Il suo bulbo è circondato da una volva sottile biancastra in parte aderente ad esso, ed in parte libera. Quindi è che tenendo conto esatto di tutti i suoi caratteri insieme riuniti, ci sarà dato distinguerlo con certezza dalle specie affini.

Dal colore diverso del pileo se ne contano più varietà e sono:

a bianca — Bolton t. 48. — Vittad. tav. XVII fig. III.ª — Gonn. et Bab. tav. 10. fig. I.ª Inzenga tav. II.ª fig. II.ª

b citrina Pers. *a* Vittad. tav. XVII. fig. I. II e IV.ª

c verdastra. — Flor. Dan. tav. 1246.

d verde. — Amanita viridis Pers. Champ. com. tav. 2.ª fig. 3.ª Roques Atl. tav. 23. f. 1 e 2.

e olivacea — Kromb. tav. 69. fig. 10 a 17.

f fosca — Fries Epics. Ed. II. p. 18.

Le figure che rappresentano meglio le forme e le varietà di questo fungo sono quelle di Bulliard, di Vittadini, di Viviani, di Krombaltz e di Inzenga sopraccitate.

AGARICUS *phalloides* var. *vernus* Fr.

Agarico bulboso. Volg.

Albus, pileo ex ovato expanso, sub depresso, viscido, margine orbiculari, laevi; stipite e farcto cavo, aequali, floccoso, volvae limbo libero arcte vaginato; anulo reflexo tumido; lamellis liberis.

Synon. Amanita verna Pers. Syn. p. 250.
Ag. virosus Secret. N. 6.
Oronge Cigûe blanche ou de printems. Paul. 2. pag. 328 tab. 156. f. 3 e 4.
Ag. bulbosus vernus Bull. Champ. tab. 108.
— vernus Vittad. Mang. p. 336 tav. 44.
— Roques tav. 23. f. 5.
— solitarius Gonn. e Rab. tav. 11. f. 2.
— phalloides * vernus Fr. Epicr. Ed II. p. 18.
— vernus Price f. 3.
— — Smith P. M. f. 8.
— — Gard. Chron. (1861.) p. 480.
— — Cooke. Andb. p. 7.

Fungo bianco in tutte le sue parti, con pileo da principio ovato, poi dilatato, e alquanto depresso nel mezzo, viscoso, con margine orbicolare, liscio e privo di strie. Il gambo da ripieno diviene presto vuoto nello interno, eguale, cotonoso all'esterno, guarnito in basso da una volva lassa che strettamente lo involge: in alto ha un anello ripiegato in basso e tumido nel bordo.

Le spore non sono simili a quelle della specie tipica; ma alquanto più arrotondate, bianche, ed hanno il diametro longitudinale di □, 0062–85; il laterale di □, 0063–70.

Le sue qualità, il tempo ed il luogo di nascita sono simili a quelli della specie cui appartiene. Anch'esso è velenosissimo.

Fries di questo fungo fa una sottospecie dell'Agarico falloide. Ne differisce però pel pileo ovato dilatato in luogo di essere campanulato, e quindi alquanto depresso. Lo stipite da principio pieno, quindi cavo è quasi eguale, mentre nel falloide è assottigliato in alto: nel bulboso è fioccoso e strettamente inguainato dal lembo libero della volva, nel falloide è piuttosto glabro, bulboso in basso e circondato, dalla volva quasi libera. L'anello striato superiormente ha il margine tumido. Le lamelle sono libere, di colore bianco acquoso, alquanto strette, posteriormente acuminate, ottuse in avanti. Le laminette scarse, posteriormente ottuse con una smarginatura nel mezzo del lembo che acquista la forma sigmoidea. Le spore sono bianche.

Anche questa sottospecie sebbene non tanto frequente si trova nei luoghi medesimi dell'Agarico falloide, nella stagione di estate e di autunno. È delle più velenose, e si devono a questa come alla varietà bianca dell'Agarico falloideo i casi di veneficio avvenuti, avendola presa in cambio con l'Agarico campestre o pratajuolo, col quale ha una certa somiglianza, specialmente veduta al di sopra. Il colore bianco delle lamelle e delle spore sarà sufficiente a farne la distinzione da chi non sia botanico.

La diversità della forma e della grandezza delle spore lascia il dubbio che non sia una semplice varietà dell' Agarico falloideo come fu stabilito da Fries, il quale d'altronde ha mostrato nelle sue opere diverse la più grande incertezza. Infatti nel Systema Mycologicum ne fa una specie, nella prima edizione della Epicrisis Systemat. Mycol. la da come varietà per poi farne nella seconda edizione una sottospecie dell'Agaricus phalloides.

La migliore figura che si conosca di questo fungo è quella riportata alla tavola 44ª di Vittadini, nella quale si vedono i gradi diversi di sviluppo e le relative sezioni, raffigurate con mirabile esattezza. Sono anche buone le tavole 108. di Bulliard, e 156. f. 3 e 4 di Paulet.

AGARICUS *mappa* Fr.

Amanita citrina volg.

Pileo e convexo plano, absque pellicula secedente, sicco, fragmentis volvae circumscissae vulgo squammoso, margine laevi; stipite e farcto cavo, globoso–bulboso; annulo supero membranaceo; lamellis adnexis. Fr.

Synon. Agaricus mappa Fries Epicr. Ed. 1. p. 6. et Ed. 2. p. 19.
— — Batsch. Willidenow, Schumacher etc.

— — Kicks p. 120.
— — Secret. N. 7.
— — Cooke Brit. Fung. p. 7.
— Stramineus Scop. p. 418.
— bulbosus Bull. t. 577 f. D. G. H. M.
— citrino–albidus Vittad. tav. 11.
Amanita Citrina B. Pers Syn. p. 251.
— venenosa Pers. Champ. Comest. tav. 2.
— — Paul. Champ. tav. 158.
— — Waill. Par. p. 74. N. 4.
Ag. mappa var. *b*. minor absque verrucis. Fries. Epicr. Ed. 2. loc. cit.
— — Schaeff. tav. 241.

Fungo con cappello da convesso appianato, privo di pellicola separabile, asciutto, spesso ricoperto da squamme formate dai frammenti della volva apertasi circolarmente, con margine levigato (non striato); gambo ripieno da principio, poi cavo nello interno, globoso–bulboso alla base; che superiormente è guarnito da un anello membranoso, lamelle annesse al gambo, di forma lanceolata, piuttosto piccole, posteriormente rotondato–acute, denticolate nel margine, di colore bianco acquoso. Le spore sono bianche, di forma ellittico–ovata ed hanno la lunghezza di □ 0090–93, larghezza di □, 0058–60.

Questo fungo velenoso di statura mezzana ha carne bianca, di sapore nauseoso amarognolo, l'odore somigliante alquanto a quello della rapa.

Cresce solitario nei boschi di castagno, di querci, di pini sul finire della estate ed in autunno

Più micologisti hanno confuso questa specie di fungo con l'agarico falloideo di Fries. Fra questi nominerò il Curtis (Lond. tav. 32.) e Sowerby (tav. 286) i quali li raffigurano ambedue sotto lo stesso nome. Il suo colore più comune è il bianco secondo Vittadini, e Price alla figura 66. con la quale combina esattamente quella data da Gonnerman e Rabenhorst alla tavola 9. fig. 1ª. e che porta il nome di *amanita virosa*, diversa dall'*Agaricus virosus* di Fries, e dall'*Agaricus vernus* di Fries detto agarico bulboso. Ve ne hanno individui di colore pagliarino (Nees Syst. f. 165), citrino (Gonn. e Rabenh. tav. 11ª. fig. 1ª.), verdastro (Krombh. tav. 28. fig. 11. e 12.) e più elegante di ogni altro quella varietà detta da Schuman *Agaricus irroratus* (Flor. Dan. tav. 2143. Secr. N. 12.) con pileo graziosamente variegato da squammule minute nereggianti.

Dall'avere il pileo ricoperto da squamme derivanti dai framenti della volva trovasi più vicino a quelli della sezione seguente, e perciò come di essi ve ne ha una varietà con pileo liscio privo di verruche e di minori dimensioni.

La migliore figura della specie tipica è quella data da Vittadini alla tavola 11ª. Buona è pure quella del Venturi tav. 40ª fig. 1ª e 2ª e per le variazioni del colore le altre sopraccitate.

Sotto sezione — Anulati nel gambo con pileo verrucoso.

Volva che si fende circolarmente in modo definito, persistente alla base del gambo che è perciò marginato, la cui parte superiore si risolve nello svilupparsi del fungo in tante verruche spesse, le quali rivestono la parte superiore del pileo. Lo intero fungo da principio è rinchiuso in una volva adnata, e questa con lo aprirsi del pileo deve per necessità fendersi in quel posto, ove le due metà del fungo che rappresentano due emisferi sovrapposti uno all'altro sono divisi da un solco circolare. Di tutte le specie ben distinte vi ha una forma più piccola con pileo reso nudo da verruche poco pronunciate o fugaci.

AGARICUS *muscarius* L.

Uovolo falso, uovolo malefico, volg., Tignosa dorata dei Toscani.

Pileo convexo–expanso, margine striatulo, carne sub pellicula viscosa lutescente; stipite intus araneoso, mox cavo, volvae adnatae concentrice squammoso–marginatae, basi ovato–bulboso; anulo supero laxo, lamellis attigentibus (striis in stipite decurrentibus) Fr.

Synonimia. Fungus bulbosus e volva erumpens, pileolo superna parte aureo, et ad oras striato, inferna et anulato pediculo albis, radice bulbosa Mich. Gen.–Plant p. 188. tab. 78. f. 2.
Agaricus muscarius Linn. Flor. Svec. 1235.
— — Schaeff. Fung. tab. 27. 28.
— — Fr. Syst. Mic. I. p. 18. uh. Syn. Epic. ed II.ª p. 20.
— — Kromb. tab. 9. fig. 1–19.
— — Vittad tab. 5.
— — Grev, tab. 54.
— — Sv. Bot. tab. 108.
— — Viviani tab. 29.
— — Harz. tab. I.
— — Hussey tab. 1ªs
— — Hoffm. Ic. an. tab. 1ª.

— — Kook p. 8.
— — Price fig. 56.
— — pseudo aurantius. Bull. Champ. tab. 122.
Amanita muscaria Pers. Syn. p. 253.
Hypophyllum muscarium Paulet Champ. II° pag. 346. tab. 157.

Fungo con pileo convesso–dilatato e margine alquanto striato, di colore rosso vivace ricoperto da verruche bianche o giallastre fioccoso membranose ora larghe e depresse, ora minute, angolose, acute e spesso più numerose verso il margine; rivestito di una pellicola viscosa sotto la quale la carne si mostra giallognola. Il gambo piuttosto lungo internamente ripieno di una sostanza cottonosa asciutta e lassa diviene vuoto: allo esterno è ingrossato alla base in forma di bulbo ovato sopra il quale si vedono nel punto ove si aprì la volva circolarmente gli avanzi di essa, che rappresentano tante squamme o verruche ora disposte in serie annulari, ora sparse; si innalza quindi divenendo quasi cilindrico ed assottigliandosi alquanto per allargarsi un poco nella sommità, ove le lamelle lo toccano. In alto è guarnito di un anello ampio, membranoso, lasso, striato leggermente nella superficie superiore, fimbriato nel margine libero. Le lamelle bianche come il gambo sono piuttosto grosse, si ristringono posteriormente, ed hanno il margine denticolato fino. Le laminette sono poche e troncate posteriormente in linea rettangolare. Le spore sono bianche ellittiche ed hanno l'asse longitudinale di □, 0080–82, quello laterale di □, 0062–64. Il gambo e le lamelle talvolta prendono una tinta leggermente giallognola.
È uno dei più belli funghi, ma molto velenoso, la carne è bianca, ha un grato sapore dolciastro, l'odore ancora è quello stesso dei migliori funghi.

Cresce solitario a terra nell'autunno nelle selve di querci e di castani intorno a Roma e nei colli della sua provincia.

Di questa specie di fungo si contano più varietà e sono

a *Agaricus muscarius* var. *regalis* Fr. di grandezza due volte maggiore, con pileo di colore sanguigno epatico, gambo pieno, e verruche bianche, Fries l. c.

b — — var. *formosa* Fr. fragile, molle, con pileo di colore citrino, verruche lasse e gialle. Fr. b. c. — Gonn e Rab. tav. 10° f. 2. (senza verruche).

c — — var. *umbrina* Fr. più tenue, con pileo di colore umbrino (terra di ombra) o livido, oscuro nel mezzo, e gambo vuoto (da non confondere con

l'Ag. panterino). Fr. l, c. — Viviani Ital. tav. 26. – Amanita umbrina Secret. n. 17.

d — — var *puella* Fr. di piccole dimensioni con pileo privo di verruche. Raccolta nel Bosco della Ninfa Egeria nel mese di Ottobre. Amanita puella Pers. Synops. p. 253, – Schaeff. tav. 28. – Gonn. e Rab. tav. 7. f. 2.

Abbenchè l'Agarico muscario sia mangiato impunemente, dopo averlo conciato con sale in Prussia ed in altre provincie di Europa, abbenchè nel Nord della Europa, quasi che non bastassero le altre bevande alcooliche ad abbrutire la mente umana, se ne ricavi da esso un liquore inebbriante; abbenchè siano proposti vari metodi diretti a rendere innocui e mangiabili i diversi funghi venefici da Plinio in poi e da quanti scrittori di micologia gli succederono fino al Gerard (Rev. Scient. Industr. par Quesneville 4[me] Serie Tom. 1 Paris 1852, pag. 145) al Nigrisoli, al Menier, al Dott. Bargellini (si vedano e la Memoria del Dott. Demetrio Bargellini = Sulla Utilità dei Funghi = Firenze 1877, e la mia = Relazione 2[a] sulla visita dei Funghi 1870 Roma); sarà sempre cosa di molta importanza il distinguere l'uovolo falso dal buono, onde non abbiano ad accadere veneficii o vittime. Differisce l'agarico muscario dal Cesareo per la mancanza della volva alla base del gambo, la quale in vece è bulbosa e ricoperta di squamme verrucose. Inoltre il muscario ha quasi sempre, eccetto l'ultima varietà, il pileo verrucoso, mentre il cesareo lo ha liscio. Ma anche la varietà *puella* sebbene abbia il pileo senza verruche, prescindendo da un colore maggiormente tendente al carminio, che pure talvolta può incontrarsi nell'uovolo buono; potremo sempre distinguerla dal colore bianco delle lamelle, del gambo, e dell'anello, che in questo ultimo sono colore di zolfo. In ogni caso dubio, qualunque fungo creduto uovolo, che abbia le lamelle ed il gambo bianco, sempre e specialmente nelle visite sanitarie dovrà essere rigettato. Aggiungerò in fine che l'Agarico cesareo, molto giovane, restando incluso nella sua volva, ha costantemente la forma di un uovo, mentre l'agarico muscario, come gli altri appartenenti a questa sezione, rappresentano due emisferi sovrapposti e divisi da un solco.

Quasi tutti i micologi hanno dato la figura dell'Agarico muscario; preferibili a tutte sono quella di Vittadini alla tavola 5[a], e quella di Viviani alla tavola 29[a]. Per le varietà si possono consultare la tavola 9[a] di Krombolz, e le altre indicate nel denominarle.

AGARICUS *pantherinus*. De Cand.
Agarico panterino – Tignosa bigia, Tignosa rigata volg.

Pileo convexo – expanso, margine striato, carne sub pellicula viscosa alba, stipite e farcto cavo, glabriusculo, oblique (et varie) annulato, basi a volva separabili integre et obtuse marginata ochreato; lamellis attenuato liberis Fr.

Synon. Fungus e volva erumpens, pileolo desuper ex obscure griseo, ad oras striato. etc. Michel. Gen. Plant. pag. 189, N. 2.
Agaricus maculatus, Schaeff. tab. 90.
— pantherinus D. C. Flor. Franc. 6. p. 52.
— verrucosus Pers. Comment. p. 36.
Hypophyllum margaritiferum Paul. tab. 160, f. 2.
Amanita umbrina Pers. Syn. p, 254.
Agaricus pantherinus Fr. S. M. 1ª pag. 16, Epier, Ed. 2ª p. 21
— — Flor. Dan. tab. 1911, f. 2.
— — Vittad. Fungh. Manger. tav. 39.
— — Kromb. tav. 29, fig. 10–13.
— — Viv. tav. 26.
— — Inzeng. Sicil. p. 66.
— — Secret. n. 17.
— — Rocques atl. tab. 21. fig. 2. 3.
— — De Cand. Flor. Franc. 6 p. 52.
— — Cooke Brit. Fung. p. 9.

(*a*) varietas minor, pileo sine verrucis.

Il Pileo dell'Agarico panterino di colore fosco, fuligineo, livido, subspadiceo, e talora cinereo o biancheggiante, giammai rosso, è poco carnoso, convesso, dilatato, umido ed alquanto viscoso, striato nel margine, e ricoperto di verruche più o meno numerose superiormente. Sono queste maggiormente ravvicinate fra loro nel centro, granuloso-farinose, difficili ad essere distaccate, di colore biancastro. Le lamelle tenui assottigliate posteriormente un poco distanti dal gambo, alquanto denticulate nel margine, sono di colore bianco acquoso: le laminette troncate posteriormente; le spore bianche ellittiche lung. □, 0098–100, larghe □, 0064–66. Il gambo è bianco, quasi cilindrico, alquanto dilatato in alto, leggermente e regolarmente ingrossato verso la base, che è bulbosa, internamente pieno da prin-

cipio di una carne bianca, quindi cavo e riempito di fiocchi cottonosi: esternamente quasi glabro, subsquamuloso in basso, e guarnito di un anello membranaceo, di varia grandezza, di colore bianco, striato nella superficie superiore, e collocato ad altezze differenti, talvolta anche in direzione obliqua. Il bulbo è rotondato, bianco, marginato da una valva ottusa, spesso alquanto reflessa, circolare. La volva alcune volte riveste la base del gambo, dal quale però facilmente si può rimuovere.

La carne dell'intero fungo è bianca compresa la parte aderente alla pellicola che riveste il pileo, molle, alquanto fibrosa nella circonferenza del gambo, di odore un poco nauseoso, di sapore non ingrato. È venefico. Nasce solitario nelle selve intorno a Roma ed in quelle della sua Provincia nei mesi di Settembre ed Ottobre.

Di questa specie non tenendo conto della sola variabilità di colore della parte superiore del pileo, che già fu accennata di sopra, si conta una sola varietà puellare; la quale ha sempre le proporzioni minori, ed il pileo superiormente privo di verruche; quale varietà più volte ho veduto nei medesimi luoghi, ove suole nascere la specie tipica. Varia inoltre nella statura, nel colore, che però non è mai giallo o rosso, e nel posto ove è situato l'anello; ma la presenza di una volva in luogo delle squamme alla base del gambo, lo faranno distinguere dall' Agarico muscario: distinzione scientifica anzichè di utilità pratica, essendo anch' esso velenoso.
La più bella figura è quella di Vittadini nella tav. 39ª. Buona è ancora quella Roques alla tav. 21. fig. 1ª e 2ª nella *Histoire des Champignons* e la 11ª della *Phytographia Medicale* sebbene non presentino il margine striato del pileo.

AG. *Strobiliformis* Vittad.

Tignosa bianca maggiore dei campi con grossa radice, Volg.

Pileo e convexo expanso, pelliculoso, margine excedente laevi, verrucis duris angulatis, arcte adnatis, carne compacta alba; stipite solido, floccoso–squammoso, deorsum incrassato in bulbum subterraneum, sulcis (1, 2) *concentricis acute marginatum; annulo lacero; lamellis rotundato-liberis. Fr.*

Synon. Amanita ampla Pers. Syn. p, 255.
— procera Pers. Ch. Comest. pag. 186.
Hypophyllum strobiliforme Paul. tab. 162.

Agaricus solitarius Bull. tab. 593.
Agaricus strobiliformis Vittad. Mang. p. 59. tav. 9.
— — Venturi tav. 4.
— — Berk. Outl. tav. 3. f. 1,
— — Inzeng. Sicil. Cent 1° p. 50.
— — Fries Epicr. Ed. 2ª p. 21.
— — Cooke Brit. Fung. p. 9.
— — Gonn. e Rab. 1° tom. 7. f. 3.

(*a*) var. minor pileo sine verrucis.

Lo Agarico Strobiliforme ha il pileo da principio convesso, quindi appianato, o anche depresso nel centro, liscio (non striato) nel margine, che spesso eccede oltre il termine esterno delle lamelle, di colore bianco o cinereo, ricoperto di grosse verruche, angolose, che non vi si distaccano senza lacerazione. Queste sono più grandi nel centro del pileo essendo più scarse di numero: mentre verso il margine sono fioccoso–farinose, più piccole, e in numero maggiore. Esse sono bianche e grigiastre. Le lamelle sono bianche larghe, arrotondate posteriormente, denticolate nel margine, e quasi libere. Le laminette poco numerose terminano posteriormente in una linea obliqua dentato lacera. Le spore sono bianche, opache, a contorno ellittico, con una piccola puntina incurva alla base, eguali e liscie ed hanno la lunghezza di □, 0084–86 la larghezza di □, 0065–68. Bianco è pure il gambo, grosso, quasi cilindrico, alquanto dilatato in basso, carnoso fibroso e pieno internamente, allo esterno fioccoso-squammuloso, e munito in alto di un anello grande, crasso, egualmente bianco, che appena tocco si rompe per la sua poca consistenza, superiormente substriato, fioccoso–lacero nei margini, e squamuloso nella superficie inferiore: è molto fugace come annota il Leveillé. Il gambo termina con un grosso tubero appuntato in basso e conficcato nel suolo, e contornato superiormente dai frammenti della volva, che si scinde circolarmente, lasciando una o più zone che rivestono la base del gambo.

La carne è bianco–candida, soda, di buon odore o di sapere molto grato. È mangereccio ed innocente.

Nasce solitario nelle nostre selve rare a terra, più frequentemente nel circondario di Viterbo, sotto i pioppi ed i castagni nel mese di Settembre.

Più volte ne ho veduto la varietà puellare di grandezza inferiore con pileo liscio superiormente e privo di verruche, la quale nasce nei medesimi luoghi unitamente e contemporaneamente alla specie tipica.

Sono buone figure quelle della Tavola 9ª di Vittadini e della Tavola 4ª di Venturi.

AGARICUS *excelsus* Fr.

Pileo convexo-explanato, molli, fragili, scruposo, innato-fibrilloso. verrucis farinosis, facile secedentibus obtecto, carne alba; stipite farcto, cylindrico, deorsum squamoso, immarginato-bulboso, anulo secedente libero; lamellis ventricosis, liberis, rotundatis (*nec striis in stipite decurrentibus*, *Fr.*

Synon. Agaricus pustulatus Scop.
Amanita ampla Pers. Syn. p. 255.
— — Secret. N. 16. (non Agaricus amplus Pers.)
— — Gillet Champ. p. 47.
— — pantherina Gonn. et Rab. t. 1.. et. A. excelsa tab. 8ª f. 1ª. sine verrucis.
— — Paulet tav. 159.
Agaricus excelsus Fries Syst, Mycol. 1° p. 17. Epicris. Ed II. p. 21.
— — Krombh tav. 29. f. 14-17.
— — Letell. Suppl. tav. 40.
— — Quelet Champ. p. 30.
— — Berkel. Outl. pl. 3. f. 3.
— — Engl. Flor. V p. 5.
— — Cordier Champ. p. 4.
— — Cook. Brit. Fung. p. 8.

L'Agaricus excelsus di Fr. ha il pileo convesso appianato, molle, fragile, aspro per fibrille innate e verruche farinose le quali facilmente si distaccano, largo 12. a 15 centimetri, di colore grigio, grigio-biondo più o meno oscuro, o grigio biancastro, il cui margine è liscio, o al più substriato ad una età avanzata. Le lamelle sono bianche, libere, ineguali strette, arrotondate posteriormente, ventricose nel mezzo, con margine finamente crenulato, le quali non lasciano strie sulla sommità del gambo. Le spore bianche di forma ovale hanno ▫,00 75 – 78 di lunghezza e ▫, 00 60 – 63 di larghezza. Il gambo è elevato, bianco, e spesso raggiunge 16 a 18 centimetri di altezza, cilindrico, ripieno nello interno di midolla fioccosa bianca, squammoso al di fuori ed in basso, spesso a zone concentriche all'anello che lo guarnisce in alto ed è reflesso, bianco, e munito di strie fine. La base del gambo ha un bulbo relativamente piccolo immerso nella terra non mar-

ginato nei più giovani funghi, glaboso depresso, e nei più adulti talora presenta un solco circolare. La volva di colore bianco terroso è molto fugace e più spesso rimane sotterra.

L'intero fungo è grande, alto, di colore grigio più o meno oscuro superiormente con carne bianca, la quale è delicata e di buon sapore, ma velenosa. Le sue qualità venefiche già conosciute furono confermate recentemente dalle esperienze di M. Tulasne.

Vive questa specie di fungo a terra nelle selve montane e precipuamente nei fageti nell'autunno. Dal Dott. Bagnis fu raccolto presso Tivoli e Subiaco e da me a Rocca di Papa.

Ve ne ha una varietà minore o puellare con margine del pileo spesso striato e con gambo dapprima ripieno quindi cavo nell'interno.

var. *a* minor margine saepius striato, stipite farcto cavo. Fries. loco citat.
— — Paul. loc. citat. f. 1. 2. – Kromb. l. c. f. 14.

Per conoscere la forma ed il colore di questo fungo meglio di ogni altra sono le figure date da Kombholtz alla tavola 29. f. 14–17– Buona è pure la figura 2. 3. e 4. della tavola 159 di Paulet, specialmente per vederne la sua varietà minore.

AGARICUS *rubescens*

Tignosa bianca e vinata non rigata, dei Toscani.

Pileo convexo-expanso, verrucis inaequalibus farinosis adsperso, carne rubescente; stipite farcto, conico-attenuato, squamuloso, anulo supero integro; lamellis attenuato attigentibus (striis in stipite decurrentibus). Fr.

Synonim. Fungus e volva erumpens, pileolo, etc. Micheli p. 188, N. 5. et Fungus esculentus, e volva erumpens, etc. ibid. N. 2.
Agaricus scandicinus, et Ag. rubens Scopoli
— pustulatus Schaeff. tab. 91. et Ag. Myodes Ejusd. tab. 261.
— fulvo-albicans Roques Hist. p. 131. tab. 21. f. 1ª.
Hypophyllum vinosum Paul. Trait. p. 357, tav. 161.
Amanita rubescens Pers. Synops. p. 254.
Agaricus rubescens Fr. S. M. I° p. 18. Epicr. Ed II. p. 23.
— — Kromb. tab. 10.
— — Vittad. Fung. Mang. p. 316. tav. 41.
— — Fr. Atl. Sv. t. 74.
— — Viv. Ital. t. 22 e 27.

— — Bussey I. tav. 23.
— — Gonn. e Rab. tav. 5.
— — Letell. tav. 667.
— — Cooke Brit. Fung. p. 9.
— rubens Scop.
— — Schaeff. t. 91 et 261.
La Rugeatre Paul. Champ. t. 161. – Soc. Med. 1776, t. 13 – Vaill. p. 74. N. 2.

L' Agarico rubescente degli autori recenti ha il pileo convesso–appianato di colore rossastro vinoso, incarnato, od alutaceo ovvero fosco laccato, umbrino; ricoperto da verruche di grandezza ineguale ora larghe, ora minute, ora distanti, ora ravvicinate fra loro, talvolta acute, subpiramidali, talvolta piccole, subfarinose ed evanescenti, ma non seperabili; il margine del pileo è liscio ed a tarda età del fungo substriato. Le lamelle sono attenuato–attingenti il gambo, verso il quale sono alquanto più ristrette, di colore dapprima acquoso biancastro, di poi bianco roseo, subdenticolate nel margine libero, alquanto ravvicinate fra loro, e scorrenti con strie sulla sommità del gambo; le laminette sono 2–3–dime e tagliate obliquamente nella parte posteriore che è subacuta e dentato-lacera. Le spore sono bianche di forma ellittica, della lunghezza di □, 0088–90: la larghezza, di □, 0056–58. Il gambo di forma conica attenuata in alto, squammuloso nella superficie, di colore bianco rossastro si mostra egualmente ingrossato al basso e sub-bulboso: in alto guarnito di un anello ampio, membranaceo persistente, elegantemente adorno nel margine libero da verruche, superiormente striato e di colore bianco–roseo, inferiormente rossastro, e subtomentoso. Il gambo internamente ripieno dapprima di sostanza cotonosa, diviene cavo in appresso.

Di questa specie se ne ha una varietà

var. *a* circinata– pileo applanato, umbrino–rufo verrucis adnatis, confertis, circinantibus. Pers. Syn. p. 255.
— — Flor. Dan. t. 2140.
Agaricus circinatus Schum. p. 251.

Questa si distingue dall'avere il pileo appianato di colore umbrino-rufo, con verruche che strettamente lo ricuoprono essendo molto ravvicinate fra loro, e disposte in zone circolari concentriche più o meno intere, alternate però da spazii intermedi liberi che lasciano vedere il colore del pileo.

La carne del pileo e del gambo è bianco–roseo ma rotta od incisa che

sia, prima o dopo costantemente si arrossa, ciò che ne costituisce un carattere proprio. L' odore è leggero e grato: il sapore da principio è grato e piacevole, quindi volge all'amarognolo ed alquanto stittico; tuttavia è mangereccio, sebbene sia necessario cautelarsi a sufficienza.

Cresce dapertutto nelle selve sul finire della estate e nell' autunno, e specialmente a Rocca di Papa.

La sua affinità con l' agarico muscario sopra descritto e specialmente alcune gradazioni di colore in entrambi rendono necessario osservarne e riconoscerne bene i caratteri prima di cibarsene; anzi credo che nelle visite sanitarie, ove spesso sono recate quantità considerevoli di funghi, debba essere per maggiore sicurezza, e ad evitare equivoci pericolosi, assolutamente escluso.

Le figure che bene lo rappresentano sono la Tavola 41 di Vittadini , le tav. 22 e 27 di Viviani e le tav. 161 di Paulet.

Sezione B. — Amanite prive di anello.

AGARICUS *vaginatus* Bull.

Bilzetto – bubolina rigata senza anello – Falso farinaccio–Agarico vaginato – Volg.

Pileo tenui, e campanulato explanato, subnudo, margine membranaceo pectinato sulcato; stipite fistuloso, attenuato, fragili, floccoso–squammoso; volva vaginali laxa; lamellis liberis candidis. Fr.

Synon. Agaricus vaginatus Bull. champ. p. 664.
— — Fr. Syst. mycol. p. 14. — Epicr. p. 11. Monogr. hymenom. p. 2. N. 1.
— — Vittadini Fung. mang. p. 126. tab. 16.
— — Lenz. f. 2ª.
— — Kromb. t. 1. f. 1–5. — tab. 10. f. 6–9. — tab. 30. f. 13–14.
— — Flor. Dan. t. 1014. — t. 2142. f. 2ª.
— — Gard. Chron. (1561) p. 97.
— — Gonn. et. Rab. I. t. 7. f. 1ª.
— — Barla t. 5.
— — Vent. t. 5.
— — Cook – Handb. Brit. fung. p. 5.

— — Cordier Champ. p. 12.
— — Gillet Champ. p. 50. cum variet. plur.
— plumbeus, hyalinus, badius, Schaeff. t. 85, 86, 244, 245.
Amanita livida et spadicea Pers Syn. p. 247, 248.
Agaricus pulvinatus Bolt. t. 49.

Fungo con pileo subviscoso, dapprima conico–campanulato quindi appianato, tenue e quasi nudo, cioè talvolta rivestito da frammenti irregolari della volva, membranaceo nel margine che è striato a guisa dei denti di un pettine. Le lamelle sono numerose libere, bianche, più larghe nella parte anteriore e denticolate nel margine libero : le laminette sono scarse e troncate posteriormente in linea retta o falcata. Le spore bianche di forma sferoidale, che hanno la lunghezza di □, 0090 – 95. La larghezza eguale. Il gambo è lungo, egualmente assottigliato in alto con apice allargato, fragile, ricoperto all'esterno di una sostanza cottonoso–squammosa, internamente vuoto e formato da tessitura cottonosa. La volva piuttosto lassa, bianca che ne riveste la base, si prolunga in alto in forma di guaina, con lembo lacerato, irregolare : e nella prima età riveste l'intero fungo in forma di uovo. La carne è bianca, soffice, delicata, di sapore grato, di niun odore. Secondo Vittadini è fungo mangereccio abbenchè dal Clusio (Pernicios. Gen. XI) fosse posto fra i funghi sospetti.

Cresce nell'autunno in tutte le selve dei monti specialmente Cimini e Laziali, come nelle colline adiacenti a Roma.

Oltre la specie tipica di colore plumbeo o livido (Amanita livida di Persoon) se ne contano due varietà.

Var. *a. fulva* con pileo di colore giallo
Amanita spadicea Pers. Syn. p. 248.
Agaricus fulvus Schaeff. tab. 95. Flor. Dan. tav. 2142.
— trilobus Bolt. tav. 38. f. 1.
Var. *b. tota alba* con pileo bianco.
Agaricus fungites Batsch. f. 79.
Amanita nivalis Grewille Scot. t. 18.

L'Agarico vaginato fu dal Persoon descritto sotto due diverse specie denominate *Amanita livida* ed *Amanita Spadicea* indotto forse dagli scrittori antecedenti fra i quali nominerò il Micheli (Gen. Plant. p. 183. e 184.) che pel diverso colore che prende nelle sue varietà, ne fece più specie ancora.

Ma il Bulliard fu il primo che attenendosi strettamente ai caratteri morfologici ne fece una sola specie, a cui dai più recenti sono riportate tutte le varietà che ho notate di sopra.

Clusio lo riguardò come sospetto riponendolo nel XI genere dei funghi perniciosi. Vittadini appoggiandosi alla opinione di De Candolle, alle esperienze proprie ed a quelle di Paulet, non che all'uso che se ne fa in Italia ed in Francia lo ritiene come specie buona a mangiare; ad onta che Persoon (Champ. Comest.) e Pico lo abbiano per sospetto; e Pollini, Bergamaschi, Lerber, e Zantedeschi lo dicano velenoso. Abbenchè io mi associ alla opinione di Vittadini; tuttavia credo che debba essere escluso dal pubblico mercato, poichè si richiede molta accuratezza nello esaminarne i caratteri e molta perizia nel raccoglierlo onde non abbiano a nascere errori.

Allorchè trovasi ancora racchiuso interamente nella sua volva si presenta in forma di uovo come l'Agarico cesareo. Tuttavia la picciolezza relativamente minore, e la forma allungata, appuntata alquanto in alto, ne costituiscono caratteri differenziali abbastanza apprezzabili. Ma quelli con i quali può essere confuso sono l'Agarico falloide, e l'Agarico panterino, soprattutto con quelle varietà che presentano analogia nel colorito. La mancanza dell'anello e la forma della volva potranno farlo distinguere da questi ultimi: si terrà conto eziandio delle verruche sul pileo, e del bulbo alla base del gambo, che si scorgono nell'Agarico panterino. Si badi soprattutto a non prendere equivoco con la sua varietà puellare.

Per vederne la figura più esatta delle altre, si esamini la tavola 16ª. di Vittadini. Buona è pure la tavola 5. del Venturi.

Sottogenere 2° — Lepioti.

Agarici leucospori con imenoforo distinto dal gambo, e velo universale concreto con l'epidermide del pileo. Lamelle libere, spesso distanti dal gambo, non sinuate posteriormente, nè decorrenti. Spore bianche, piuttosto grandi, di forma elissoide. Funghi terrestri.

Agarici lepioti sono così denominati dalla voce greca Λεπις che significa squamma, appunto perchè il velo esterno il quale racchiude il fungo nella sua prima età trovasi intessuto alla sua epidermide, e col crescere di questo si lacera in tante squamme bene visibili che ne rivestono il pileo superiormente, e la superficie del gambo. Perciò in questo sottogenere, che pure è prossimo per tutti gli altri caratteri alle amanite, non si può vedere una volva libera come si scorge in queste. Le Lamelle bianche o biancastre,

sono anch'esse ricoperte nella prima età da una membrana o velo interno; la quale col crescere del fungo si lacera anch'essa, lasciando sul gambo che è centrale un anello persistente fisso, ovvero mobile e scorrente nel senso della sua lunghezza.

Gli agarici lepioti sono per lo più alti, di bella forma, e quasi innocui.

Fries li distingue in due sezioni cioè 1ª con epidermide secca, 2ª con epidermide viscosa. Quelli che io descrivo come specie nostrane appartengono alla prima soltanto.

Sotto sezione 1ª

Funghi alti e grandi, con anello mobile distinto dalla volva.

I giovani funghi restano inclusi totalmente nella volva come le amanite, crescendo però, questa si rompe circolarmente alla base del gambo e diviene evanescente nel suo bulbo. La caliptra in vece essendo intessuta nel pileo, prende quasi sempre la forma di squamme. Il gambo non rivestito alla base da una volva come avviene nelle seguenti sotto sezioni, in vece ha in alto un grosso collare (anello) carnoso–membranoso. Le lamelle sono libere e distanti dal gambo.

AGARICUS *procerus* Scop.

Mazze di Tamburro, Mazzenghi, Bubbola maggiore e mezzana dei Toscani impropriamente cocole.

Pileo carnoso, molli, ex ovato explanato umbonato, cute crassa in squammas secedentes lacerata; stipite cavo, elato, immarginato–bulboso, squamis adpressis variegato, anulo cartilagineo–marginato, mobili; lamellis remotis. Fr.

Synon. Agaricus procerus Scop. Carn. p. 418.
— — Schaeff. tav. 22. 23.
— — Flor. Dan, tav. 772.
— — Curt. Lond. t, 169.
— — Sowerb. t. 190.
— — Bull. t. 78. 583.
— — Kromb. t. 24. f. 1–12.
— — Harz. t. 46.
— — Vivian. t. 8.
— — Vittad. t. 24.
— — Hussey I.º t. 80.
— — Sverig. Atl. Sv. t. 3.
— — Fr. Syst. Myc. I.º p. 20. ubi antiqua Synonima.

(*Continua.*)

NUOVI APPARECCHI TELEFONICI

MEMORIA

DI TITO ARMELLINI

Ho l'onore di presentare all'Accademia i risultati dei miei studii ottenuti unitamente al Sig. Cav. Placido Sabatucci intorno al telefono, in ordine ad aumentarne l'intensità del suono, da renderlo udibile non più al solo orecchio applicato all'istrumento, ma sibbene ad una intiera assemblea.

A tale scoperta ci guidò la riflessione della debolezza delle correnti d'induzione magneto-elettrica che può svolgere nel telefono di Bell il suo cilindro di acciaio magnetizzato, il cui magnetismo viene perturbato dalle impercettibili vibrazioni della lamina.

Io ragionai così: se all'acciaio magnetizzato si sostituisse un elettro-magnete reso magnetico per corrente voltaica, ove questa potesse venire modificata nella sua intensità per le vibrazioni della lamina telefonica, o per qualunque altro artificio, si dovrebbe giungere al risultato identico che l'azione del telefono trasmettitore di Bell produce sul ricevitore; con la differenza di un aumento nell'intensità del suono, che dovrebbe produrre una corrente voltaica, la cui intensità potrebbe portarsi a quel grado di forza che l'esperienze potessero riconoscere più utile e più efficace. Dall'altro canto le vibrazioni medesime delle lamine avrebbero potuto ottenersi di maggiore ampiezza aumentandone la loro superficie. Quindi la riforma fondamentale del telefono di Bell dovea dipendere, secondo il mio ragionare, da tre elementi: 1° dalla sostituzione della corrente voltaica sviluppata da un apparecchio elettro-motore di una batteria voltaica; 2° dalla sostituzione di un elettro-magnete, alla verga d'acciaio magnetizzato, costituito di un fascetto di fili di ferro dolce, e lavorato nelle migliori condizioni, per ottenerne il massimo, tanto del magnetismo, quanto delle sue variazioni; 3° dall' aumento delle dimensioni, sia della lamina vibrante, sia della cassa cilindrica e della camera d'aria, su cui la lamina imprimer dovrebbe le vibrazioni.

Postosi all'opera il Sig. Cav. Sabatucci, e costrutto il nuovo telefono elettro-magnetico, il risultato che se ne ottenne corrispose pienamente alle nostre previggenze, e l'intensità dei suoni che ne uscirono destarono le meraviglie nei nostri amici che assister vollero più volte alle nostre esperienze, che si vollero quindi fare di pubblica ragione innanzi ad una numerosa assemblea.

Del Telefono

Il tipo che si annette alla presente memoria offre il disegno nella figura 3ª del telefono, di cui la 2ª esibisce la sezione.

Il nuovo telefono si presenta a foggia di cilindro di legno sirmolo ricavato al torno da un sol blocco; portato a sottil grossezza di pareti dello spessore di 3 millimetri. Il suo diametro interno (N N′) è di 9 centimetri, quanti ne misura la lunghezza. È munito di doppio fondo, dei quali l'anteriore (V V′) presenta un'apertnra circolare con diametro di 55 millimetri, sul quale insiste un'appendice (O′ O″) cavo nel suo interno, ed a tronco di cono, che costituisce una cassa d'aria dello spessore di 6 millimetri: una maggior grossezza pregiudica alla distinzione dei suoni: vi è un foro in (O), dove un imbuto conico O S S′ sta solidariamente applicato all'orificio (O), che ha 35 millimetri di diametro. Questo coperchio stringe la lamina VV′ di ferro laminato, erta un quinto di millimetro, con un diametro di 85 millimetri, innanzi alla quale è collocato un rocchetto LL′ lungo 35 millimetri, costituito da un elice di filo di rame grosso $\frac{1}{5}$ di millimetro, che si avvolge 900 volte intorno al rocchetto. Il rocchetto ha il diametro di 25 millimetri: esso porta nel suo asse un sottile fascetto (M) di fili di ferro dolcissimo, che si riconobbe tanto più efficace quanto di più tenue dimensione: nel nostro il suo diametro è di 6 millimetri. Il fascetto è collegato con un cilindro di metallo terminante con un bottone (R), che ne registra la sua distanza della lamina (V V′). In (Q Q′) sono due bottoni metallici ai quali si applicano gli estremi degli elettrodi.

Il cilindro N N′ (fig. 2ª) per mezzo di una viera (T) (fig. 3ª) poggia sopra un piede di legno (B).

Associando due telefoni di simile costruzione, e facendo circolare a traverso dei loro rocchetti una corrente voltaica, generata da un apparecchio elettromotore, come indica la figura 4ª in (T, T′), ciascuno d'essi può indifferentemente agire sia come organo ricevitore, sia come trasmettitore.

Si notò che l'intensità dei suoni era funzione di quella della pila, la quale per la lunghezza dei circuiti adottati di circa 500 metri fu trovata conveniente se costituita da 6 elementi alla Jacobini di piccola dimensione (*).

(*) La pila Jacobini, così appellata dal nome del Sig. Giovanni Jacobini, già Ispettore de'telegrafi dello Stato Pontificio, è preziosa per la sua forza, costanza, durata ed economia. Essa consta di un vaso di vetro nel cui fondo si pone uno strato di solfato di rame pesto. Su questo s'innalza un cilindro di rame spizzato nel ciglio inferiore, e con i pizzi ripiegati a squadra. Il cilindro di rame si riempie di solfato di rame, che alimenta perennemente lo strato del sale

Del Microfono.

Ad uno dei telefoni può sostituirsi un microfono che compie l' officio di organo trasmettitore in una stazione, mentre all'altra il telefono sopradescritto fa da ricevitore. Il microfono anch' esso ha ricevuto un notabile miglioramento che lo dota di una squisita sensibilità.

Il sistema del nuovo microfono rappresentato nella figura 1ª consiste in una leva (A) ruotante intorno un sottile asse (G), la quale ad una estremità porta una viera (B) in cui s'infigge una punta di carbone di storta (C), la quale preme più o meno sopra un sottoposto cilindretto (D) di simile materia. Nella parte superiore del carbone appuntato sull'estremità del vette si erigge un' asticciola sulla quale è infisso un dischetto (E), il quale ha per oggetto di presentare una maggiore superficie all'aria vibrante, e raccogliere per conseguenza maggior forza viva.

Una cassa di legno a pareti assai sottili, vuota, e senza fondo, notata con lettera (FF), forma il sostegno del microfono.

Ma questa cassa medesima è mobile, e dotata di movimento di rotazione intorno al suo spigolo per mezzo di un asse (H) di metallo , col che essa può disporsi nel suo piano con diversi angoli di acclività.

Una tale mobilità dota il microfono di una squisita sensibilità, in quanto dipendendo essa dalla pressione tra i carboni, questa può registrarsi in tal modo e portarsi anche a zero: il che si produce con le diverse inclinazioni della faccia (FF). Il massimo valore della pressione si ottiene con la posizione orizontale; il minimo, cioè il zero con la sua verticalità. Con diversi tentativi si trova l'angolo conveniente ad un certo genere di suono di una determinata intensità. Infatti ove la sensibilità sia troppo grande, i movimenti vibratori distaccano la punta di carbone che si alza dal sottoposto piano; ha luogo allora lo scintillamento, ed il telefono in tali condizioni rende dei suoni aspri, sgradevoli, che turbano la distinzione. A togliere il qual difetto si è munito il braccio di leva di un contrapeso (I), mobile per mezzo di una vite che con le variazioni dei suoi movimenti modifichi le pressioni dei carboni. Nella tavola inferiore (HL) che costituisce la base dell' apparecchio vi è un reotomo magneto-elettrico di Neef, notato dalle lettere (MN) che stabilisce automaticamente un grandissimo numero di alternative di apertura e chiusura del circuito della corrente voltaica. Ponendo in comunicazione

---

collocato nel fondo. Nello spazio annullare tra il cilindro di rame e le pareti del bicchiere si pone un anello di carta straccia che si calca sul solfato. Su questo anello si colloca uno strato di sabbia silicea nella quale fino ad una certa profondità si conficca un cilindro di lamina di zinco. Il tutto si ricopre di acqua.

il reotomo di una stazione con il telefono dell'altra, la sua lamina emette un suono di gracidamento assai intenso, col quale si supplisce alla chiamata che nei comuni telegrafi si fa con il campanello. È anche questo un interessante perfezionamento introdotto nel telefono, nel quale si risentiva pur troppo il gran difetto che esso avea, mancandogli il mezzo per chiamare all'altra stazione la persona con cui si voleva stabilire corrispondenza telefonica.

Col microfono sopradescritto abbiamo ottenuto effetti straordinari, associandolo al telefono elettromagnetico.

Un piccolo organetto a pettine di tenui dimensioni collocato sulla cassetta risuonatrice del microfono potè udirsi col ministero del telefono in una vasta sala ove erano riunite più di duecento persone.

È mirabile che i suoni escano dal telefono rinforzati, aumentandosene la loro intensità.

Nè v'è maraviglia ove riflettasi, che non si tratta di suoni propagati, nei quali certamente un aumento d'intensità supporrebbe una creazione di forza viva, il che è assurdo: ma i suoni invece sono rigenerati per l'intermedio dell'elettrico, in cui risiede il principio dinamico produttore delle variazioni del magnetismo, e dei moti molecolari che costituiscono la cagione immediata dei suoni. La lamina non agisce che secondariamente, rinforzando i suoni generati dal fascio magnetico.

Nè meno mirabile è la intensità e percettibilità dei minimi rumori o suoni, prodotti presso il microfono, che nel telefono invece si trasformano in suoni e rumori sensibili di notevole grande intensità, onde il movimento di un orologio da tasca può rendersi udibile da stazione a stazione, e quel che è più alla distanza di molti metri dal telefono rigeneratore di quei rumori: siccome si verificò nelle nostre esperienze.

Non è indifferente l'uso del microfono o del telefono per organi trasmettitori.

Se il microfono è atto a rivelare i suoni i più delicati, e trasportare la parola detta a bassa voce, un suono o rumore di maggiore intensità lo pone in troppe esaltate vibrazioni ed il telefono offre allora una miscela di suoni confusi dal rumore crepitante della lamina.

Non così il telefono si comporta se adottisi per organo trasmettitore: esso và immune da un tale difetto: però i suoni non riescono dell'intensità eguale a quella di cui li dota il nostro microfono. La figura 4ª esibisce la disposizione degli apparecchi nelle due stazioni in ciascuna delle quali l'organo trasmettitore è il microfono; ed il telefono è il ricevitore.

È ben inteso che un commutatore toglie la corrente dall'interruttore, appena prodotto il segno di chiamata. In esso le lettere (P. M. T) e le medesime notate d'apici marcano la pila, il microfono, ed il telefono di ciascuna stazione.

Del Risuonatore

L'idea di ingrandire le dimensioni della lamina che mi avea predominato in queste ricerche si volle porre in atto. Disponendo il Cav. Sabatucci di un grande vaso di latta cilindrico lungo metri 0, 50 ed altrettanto di diametro, gli venne talento di applicare esternamente al suo fondo un grosso elettromagnete: che posto in comunicazione con l'interruttore produsse dei suoni veramente fragorosi d'assordare gli ascoltatori. Tanto è il fremito e la consonanza delle vibrazioni che si suscitano nella massa del metallo e dell'aria che contiene!

La figura 5ª mostra l'apparecchio nella sua primitiva ed originale costruzione: (CC) è il cilindro: (R) il rocchetto elettromagnetico.

Esso è veramente mirabile per l'intensità con cui rigenera i suoni prodotti presso il microfono, da istrumenti fragorosi, quali trombe, oboe, clarino. La forza dei suoni emessi dal risuonatore riesce emula a quella di che parrebbero dotati i suoni se emessi fossero da istrumenti acustici magicamente nascosti nel fondo del risuonatore. Non potè non entusiasmare un tale esperimento eseguito innanzi una grande assemblea, che non potea persuadere sè medesima di quei misteriosi suoni che uscivano dall'apparecchio.

È poi singolare il metallo (timbre) caratteristico di che sono dotati i suoni che n'escono per la rassomiglianza a quelli della voce del clarino. Un tale apparecchio però che si presta tanto bene alla riproduzione dei suoni, non è adatto a rigenerare le parole.

Tali sono i primi risultati dei miei studi associati a quelli del Sig. Cav. Placido Sabatucci. In tale occasione mentre gli esterno la mia gratitudine più viva, e gli rendo ragione del merito principale delle invenzioni, non posso omettere gli abili meccanici Giuseppe e Gaetano Donati (*) che con quella abilità ed esattezza che caratterizza i loro lavori eseguirono mirabilmente i differenti apparecchi che ho avuto l'onore di esporre all'Accademia, e che bramerei vedere diffusi ed adottati.

(*) I Signori Donati tengono il loro modesto opificio entro il cortile del Palazzetto Colonna in Via Cesarini N. 96.

DISTINZIONE DELLE DIATOMEE MARINE
IN FLORA LITORALE E FLORA PELAGICA.

NOTA

DEL CONTE AB. FRANCESCO CASTRACANE

L'uomo per necessità di natura sentesi continuamente eccitato alla ricerca del vero, e perciò non troverassi mai pienamente soddisfatto, finchè non abbia conseguito il possesso di Quegli che è Verità e Vita. Ma l'insaziabile sete dell'uomo, dalla quale è spinto alla scoperta di sempre nuove verità, è determinata dal sentimento in esso innato che nel vero ritroverà il buono, cosicchè il movente dell'uomo nell'esercizio delle facoltà intellettuali è in fin dei conti la ricerca di quanto sia atto a promuoverne la felicità. Quindi non maraviglierà alcuno se a chiunque siasi dato ad alcun nuovo studio venga indirizzata la domanda: quale potrà essere l'utile applicazione delle vostre ricerche? facendosi così intendere come l'utile sia la stregua, alla quale misurasi l'opportunità di uno studio. Tale domanda mi viene indirizzata continuamente da quelli, che mi conoscono passionato e indefesso cultore della Diatomologia, della quale se molti conoscono la maravigliosa eleganza delle minutissime forme negli organismi, che prende a considerare, pochissimi ne intendono l'importanza; mentre francamente puossi asserire, che le Diatomee sin ora non vennero riguardate quasi sott'altro aspetto, che quali oggetti atti a servire di confronto (*test*) per valutare le qualità di un Microscopio.

Però se l'applicazione delle valve di talune Diatomee adoperate a valutare la perfezione di combinazioni amplificatrici di lenti hanno di fatto potentemente contribuito al progressivo miglioramento del Microscopio acromatico, che ora possediamo, con offerire al potere risolvente di quello dettagli della più squisita finezza, tale applicazione è ben lungi dal rappresentare la reale importanza dello studio delle Diatomee: e questo può incontestabilmente asserirsi anche nel presente stato molto imperfetto delle nostre cognizioni riguardanti questo curiosissimo ordine di organismi, mentre poi non devesi tralasciare di rammentare, che l'applicazione pratica di una

cosa non può precedere la cognizione di quella, ma bensì è la conoscenza adequata della sua natura e delle sue proprietà che ne suggerisce l'utilizzazione.

Però, senza ricordare come la cognizione delle leggi biologiche si ottiene in particolar modo dalla conoscenza dei fenomeni, che vengono manifestati nel ciclo vitale degli organismi inferiori, quello, che caratterizza la Diatomea e' la discrimina da qualunque altra forma organica, è il derma siliceo, che la riveste, costituendo le pareti della cellula. Da questo consegue la indestruttibilità della cellula diatomacea, e il prodigioso accumulamento di quelli innumerevoli minimi, che acervatisi per secoli vanno a costituire estesissimi enormi strati geologici, vanno designati con i nomi di tripoli o di farine fossili, senza ricordare le molteplici denominazioni che quegli strati hanno presso i Tedeschi e gli Inglesi, e che sono noti a tutti per l'impiego che si fa a polire i metalli. La importanza di tali formazioni al punto di vista della scienza è tanto grande, e tanta parte ebbero le diatomee con il prodigioso acervamento delle loro spoglie, che temerei essere tacciato di esagerazione. Nella classica opera = A History of Infusoria, including the Desmidiaceae and Diatomaceae British and Foreign - del Ch. Andrew Pritchard a pag. 82 della 4ª edizione, parlandosi appunto dell'importanza geologica delle Diatomee così si legge: « Quantunque così eccessivamente minute ed apparentemente insignificanti in comparazione con gli animali e le piante, che comunemente reclamano la nostra attenzione; pure, per la loro eccessiva moltiplicazione e per l'accumulamento queste assumono ancora una maggiore importanza nella storia fisica della terra, di quello che i più grandi alberi ed animali, che sono a nostra cognizione. » Ed a conferma di questo il Sig. Pritchard alla sua volta si appoggia alla testimonianza di Ehrenberg, e ne riporta testualmente le parole, dove dice che le Diatomee quali esso nomina « Infusorj silicei formano nelle acque stagnanti durante la calda stagione uno strato poroso della spessezza di una mano. Quantunque 100,000,000 pesino appena un grano, si può nello spazio di un'ora raccogliere una libra di quelle; quindi non ulteriormente impossibile apparirà che quelle possono formare delle roccie. »

Da tutto questo risulta che le Diatomee per la condizione silicea delle loro spoglie hanno pregi singolarissimi 1° nella indestruttibilità di quelle e 2° nel prodigioso loro accumulamento, e quindi nella parte che hanno presa rilevantissima nelle formazione della crosta terrestre. Il pregio della

indestruttibilità della parete della cellula diatomacea mi porse l'opportunità di riscontrare in più carboni fossili di diverse provenienze la presenza di quelle, e per tal modo rimane ineluttabilmente dimostrata la contemporaneità delle Diatomee e delle primitive foreste di felci arboree, che costituirono gli ingenti depositi del combustibile animatore dell' industria metallurgica; e tale consociamento venne altresì riconosciuto da altri, e al presente è un fatto definitivamente acquisito alla Scienza. A me che scelsi a speciale soggetto di studio le diatomee, il ritrovamento di valve nei resti di apposita combustione di carbone di diverse miniere porse il destro a determinare le specie in quelli contenute; e nel riconoscere l'assoluta identità delle Diatomee della età del carbone con quelle che vedremo al presente vegetare nelle diverse acque, e constatata tale identità per ogni minima particolarità strutturale, mi risultò dimostrato ad evidenza che *nelle Diatomee è legge costante la immobilità della specie dentro i suoi confini*. Lascierò ad altri il decidere se da tale osservazione su la identità delle forme specifiche delle Diatomee della epoca del carbone con quelle, che vivono al al presente, si possa arguire per argomento di analogia, assumendo la immutabilità della specie quale legge generale in natura, e da estendere a qualunque altro ordine di esseri, finchè non venga addotta certa e positiva prova in contrario. Tale osservazione fatta su le Diatomee, della quale ognuno sentirà la portata e l' importanza, varrà di prova a fare intendere come dallo studio degli organismi inferiori non infrequentemente si è portati a riconoscere e formulare talune leggi biologiche, dalle quali dipendono i fenomeni della vita.

Ma nel presente stato delle nostre cognizioni su le diatomee, la Geologia è la scienza, la quale più frequentemente deve contare con quelle, facendone suo prò. Scopo della Geologia è il narrarci la primitiva istoria del pianeta, che abitiamo, la sua costituzione e natura, la formazione delle diverse roccie, che lo compongono, e l' età di quelle e l' origine. Nella deficienza di memorie la Geologia deve ricorrere alla Paleontologia scienza sorella, che con essa si confonde, affinchè le porga ajuto a spingere lo sguardo divinatore a traverso le tenebre delle età trascorse. La Paleontologia a soddisfare al suo compito con ogni diligenza ed attenzione dassi a ricercare ogni segno, ogni traccia, ogni impronta, che tale sia da farne intendere l'origine: assidua infaticabile nelle sue indagini segue curiosamente qualunque vestigio di organizzazione, interroga ogni sasso e, come giudice che istruisce un processo, penosamente raccoglie e registra qualsiasi minima circostanza che

valga a diradare alquanto le tenebre, le quali avvolgono l'origine e la storia primitiva della terra. Una macchia, che chiazza la superficie polita di un pezzo di marmo, gli attesta che questo non è che un aggregato di Trilobiti o di Conchiglie; le traccie rotonde rilevate o depresse in una roccia di sedimento gli dicono, che una pioggia di poche e larghe goccie nella prima età caddero su fango recentemente formato, delle quali il soprarrivato sedimento serbò le traccie, la condizione di ciottoli parallelamente striati trova la sua spiegazione nell'azione dei ghiacci, ed il loro accumulamento in esemplari di tutte le dimensioni attesta la costituzione delle morene, che accompagnano ogni ghiacciajo. La dotta curiosità del Geologo e del Paleontologo, non contenta di quanto si rivela all'occhio nudo, si giova di lenti di ingrandimento, e trattando con replicate lavande e ben condotte levigazioni diversi saggi di terra, con dette lenti esamina, riconosce e determina le minime spoglie calcari di Foraminifere, che vi si contengono, le quali quantunque minime nell'incommensurabile loro accumulamento, pure costituiscono delle montagne. Da queste ricerche arrivasi man mano a riconoscere che miriadi di forme organiche minutissime esistono, le quali sfidano l'amplificazione di qualsiasi lente o Microscopio semplice: cosicchè il moderno Microscopio acromatico composto con tutti i suoi perfezionamenti e con i migliori e più potenti objettivi è appena tale da rispondere alle esigenze del Paleontologo.

Per non parlare che della nostra Italia, il monte Amiata in Toscana è celebre per la così detta Farina di Santa Fiora, terra acconciamente nominata farina per l'apparenza di bianchissimo ed impalpabile polviglio, che la farebbe prendere in scambio con il più fino fiore, che sorta dal buratto. Da lunghi anni si pensò trarre profitto di quella terra con farne mattoni che per la natura silicea di quel materiale sarebbero stati refrattari e per soprassello avrebbero avuto la singolare proprietà di galleggiare su l'acqua Ora quell'interessante minerale serve alla fabricazione della dinamite, inzuppandolo con la nitroglicerina. Quel materiale, che ora viene adoperato qual mezzo brutale di distruzione, mostrasi al Microscopio unicamente formato da miriadi di morte spoglie silicee di Diatomee, cosicchè ne risulta argomento di evidenza, che quelle alture furono per lunga età ricoperte dalle acque. Ma non mancano mille altri esempi anche della nostra bella penisola, di monti non meno elevati, nei quali i numerosi gusci di ostriche e di altre conchiglie marine attestano che quelle alture che ora sorgono a più centinaia di metri, in epoca remotissima costituirono dei fondi di mare.

Però l'esame microscopico e la conseguente determinazione delle forme specifiche nella farina del monte Amiata senza lasciar luogo ad alcuna ambiguità mostra, che quella formazione fu palustre, comecchè i tipi, che la compongono, sono appartenenti esclusivamente alla flora di acqua dolce.

In talune località della Sicilia, come Caltanisetta, Licata, ed altre, già da più anni si conoscono dei tripoli formati di spoglie di Diatomee, i quali tripoli esistono in forma di scisti. Mondaino nell' Italia centrale, e appartenente al Montefeltro, è località, che grandemente interessa il Paleontologo specialmente per i numerosi pesci, che fra i fogli paralleli di un tripoli scistoso ivi si incontrano. I sunnominati tripoli siciliani, non meno che che quelli di Mondaino, furono dimostrati dal Microscopio unicamente composti di Diatomee, di Policistini, e di Rizopodi marini. Quanto ai Depositi siciliani il Ch. Professore Orazio Silvestri mi assicurava, che tutte le miniere di zolfo di colà egualmente riposano sopra strati di scisto a Diatomee. Questi poi presentano una singolare anomalia e tale da confondere chi si provi a trarne una razionale deduzione. Questi scisti sono ittiolitici; ne ho esaminati di diverse località, e fra gli altri alcuni che appositamente mi vennero favoriti dal suddetto Professore; in nessuno fin ad ora ho mai riscontrato Diatomee di acqua dolce; nel mentre che i pesci, che vi si incontrano, sono il *Lebias crassicaudus* ed altri di acqua dolce. Come suole arrivare, che allorquando riconoscesi in alcuna località un filone metallifero o una formazione di carbone o anche di lignite o di zolfo o di qualsiasi altro minerale, di leggieri seguendo analoghe osservazioni stratigrafiche in adiacenti regioni viene riconosciuta la presenza della medesima ricchezza mineraria, così fu per gli scisti ittiolitici a Diatomee marine, che anche fuori della Sicilia si riconobbero in numerose località. Prendendo per punto di partenza Mondaino, nella direzione fra Nord e Sud, abbiamo Montefiore, Genano, Fermignano, e Montevecchio sul Savio; nella direzione opposta traversata la valle dell' Isauro incontriamo Montefabbri, Petraiano, Montebusseto nell'Urbinate; quindi segue la valle del Metauro, dove sin ora non mi consta l'esistenza del medesimo strato, che ho argomento a ritenere, che ivi si deprima per emergere di nuovo dopo la valle del Misa presso Sinigallia, ove l' istessa formazione fu da me riconosciuta nelle gessaje di Sant'Angelo, già illustrate dagli studi geologici e paleontologici di Scarabelli e Massalongo. Così per un tratto di non meno di cinquanta miglia è stato riconosciuto il giacimento di tripoli marini, che

su le prime veniva reputato privilegio di Mondaino. Il riconoscere ulteriormente la continuazione dell'istesso strato in una direzione e nell'altra dipenderà dalle idonee ricerche, le quali saranno per farsi, se pure non dovesse opporvisi la depressione dello strato, mentre non meraviglierei punto che la medesima formazione di tripoli esistesse in tutta l'estensione della Penisola lungo il versante Adriatico e del Mare Ionio, mentre ultimamente venne rinvenuto uno scisto siliceo identico a quello delle succitate località; e tutti questi tripoli sono marini, e tutti racchiudono i medesimi tipi.

Sono scorsi tre anni da che io leggevo nell'Annuario Scientifico Italiano di alcuni interessantissimi studi geologici e paleontologici fatti dal Ch. Professore Capellini su i monti Livornesi, nei quali veniva indicato il ritrovamento di un tripoli a Diatomee marine, quale si diceva appartenente alla medesima formazione di quelli di Mondaino, di Caltanisetta, e di altre località della Sicilia. Al momento scrissi al sullodato Professore porgendogli preghiera per avere alcun saggio di quel materiale, che per la prima volta veniva riconosciuto unico esempio nel versante Mediterraneo. Il mio desiderio venne al momento soddisfatto dal gentilissimo scopritore, il quale in pari tempo mi eccitava a rendergli conto del risultato dell'esame microscopico, che ne avrei istituito. Adempiei a questo gradito incarico con farne sogetto di una memoria, che ebbi l'onore di presentare all'Accademia, e che leggesi negli Atti dell'anno 1877. In quella riferii come i tipi di Diatomee marine: che compongono quel deposito, fossero tali da non lasciarmi dubbio, che la formazione segnalata nei monti Livornesi fosse di specie prettamente litoranee, essendo composto quel tripoli nella totalità di tipi che comunemente si incontrano al lido su le alghe, e in acque poco profonde. Quindi riconoscevo marcatissima differenza fra quel deposito e i tripoli di Mondaino, e di tutti gli altri molti depositi Italiani, i quali si distinguono per l'assenza delle forme litorali, essendo composti nella totalità dalle miriade di valve di Diatomee che nominai abissali o pelagiche. Così dovetti ritenere che se il deposito dei monti Livornesi può dirsi coetaneo a quello di Mondaino, come egualmente appartenente al pliocene, però dovette formare parte di un orizonte più elevato, e spettare ad una formazione più moderna. Quindi in quella circostanza mi credetti autorizzato ad azzardare una mia opinione su la formazione dei tripoli Italiani, che cioè le qualità di quelli depositi indicassero, che l'area ove ebbe luogo il sollevamento Appennino dovette per lunga età giacere in fondo al mare alla profondità di più migliaja di metri; e dalla potenza di quelli strati ritenni

poter trarre l'indicazione, che la temperatura di quel fondo di mare dovette essere di poco superiore allo zero, e che quella formazione fu influenzata dalla vicinanza dei primitivi ghiacciai, i quali coronando le vette delle Alpi scendevano fin a bagnare il piede nel mare, come attualmente accade nei *fiords* della Norvegia. Tale influenza a mio modo di vedere dovette in particolar modo esercitarsi dall'enorme tributo di acque dolci e di bassa temperatura provenienti dal liquefare di quei colossali primitivi ghiacciai, le quali dovettero diminuire grandemente la salsedine delle acque marine in modo tale da favorire singolarmente il rigoglio della vegetazione delle Diatomee. Ed infatti risulta dalle speciali ricerche fatte dalla illustre Commissione di Naturalisti Inglesi dirigente la grande spedizione scientifica del Challenger, che la vegetazione delle Diatomee non si può dire a rigore di termini propria di tutti i mari, essendo non solo inegualmente ripartita, ma talvolta può dirsi assente, come nei mari tropicali: mentre dall'esame delle circostanze, nelle quali le Diatomee mostransi più abbondanti, risulta, che la vegetazione di queste è più rigogliosa ed abbondante a misura, che la proporzione dei sali tenuti in soluzione è minore.

Ecco pertanto come la determinazione generica e specifica delle forme Diatomacee fatta con l'ajuto del Microscopio, le quali vengano riconosciute in un deposito, può talvolta somministrare utilissime indicazioni, non solamente dicendoci se quella formazione fu palustre o marina, ma nel caso di formazione marina ci può portare ancora alla cognizione delle circostanze speciali di quella, se ebbe luogo a grande profondità di acque o se invece ebbe luogo in vicinanza di lidi o in un estuario e in acque poco profonde: e così ci possono fare intendere le condizioni della temperatura ed altre circostanze, e ciò particolarmente quando le nostre cognizioni in rapporto alla distribuzione delle specie saranno meno imperfette di quello, che ora lo siano. Nel pochissimo, che noi sappiamo su tale riguardo, pure è a nostra cognizione, che talune specie sono quasi cosmopolite, e le incontriamo quasi in tutti i mari, e in tutti i paraggi, nel medesimo tempo taluni generi e specie sin ora mai si rinvennero fuori che in talune determinate località. A quali circostanze possasi attribuire tale limitazione all'*habitat* di taluni generi e specie di Diatomee sarà estremamente difficile il determinarlo, tanto più col riflesso, che il disseminamento di tali organismi si dovrebbe fare con la maggiore facilità sotto l'influsso della mobilità delle acque e l'azione dei venti e delle correnti, che ne promuovono il trasporto e il rimescolamento. Se la condizione di tale limitazione al presente

è assolutamente ignota, se è cosa sommamente ardua il determinarlo, ho però troppa fiducia nell'incessante progredire della Scienza da persuadermi, che si arriverà pure una volta alla soluzione del quesito. Allora apparirà manifesta a chiunque la pratica utilità dello studio e della conoscenza delle Diatomee, quando queste, come le medaglie e le monete antiche allo Storico ed all'Archeologo, narreranno al Geologo la storia di una data formazione, e le circostanze, nelle quali ebbe luogo.

Ma in attesa di un tanto utile risultato dei nostri studi, forse che nel presente stato di nostre nozioni su l'argomento la determinazione delle forme Diatomacee di un dato deposito a mezzo del Microscopio non può fornire alcuna utile indicazione al Geologo, o non possono metterci in misura di determinare soltanto se quella formazione fu lacustre o marina? Ho di sopra narrato come l'interessante deposito scoperto dal Capellini nei monti Livornesi con il suo esame microscopico mi fornisse valido argomento a sostenere la non identità con la formazione di Mondaino e adiacenze, e con quella delle miniere di zolfo di Sicilia. Allora indicai la notevole differenza esistente fra quei tripoli asserendo che quello scoperto dal Professore Capellini constava nella quasi totalità delle spoglie silicee di Diatomee litorali, mentre portai il giudizio, che i rimanenti depositi Italiani sin ora a me noti sono composti generalmente per la maggior parte di Coscinodiscee, rimanendone escluse le valve diatomacee dei generi e specie litorali. Difatti le forme più frequenti ad incontrare nel ricordato deposito Toscano appartengono specialmente ai generi *Rhabdonema*, *Grammatophora*, *Biddulphia*, *Amphora*, *Podosphenia*, *Navicula*, *Synedra*, *Amphitetras* ed altri, dei quali i frustuli sono precisamente più facili ad incontrare, e si raccolgono in grande abbondanza al lido del mare, dove ogni ciuffo di alga, ogni scoglio o corpo qualunque sommerso o pure irrorato dalle acque salse, ne va ricoperto. Per lo contrario in quel materiale non ho mai incontrato esemplari di *Chetoceros*, di *Rhizosolenia*, di *Bacteriastrum*, di *Hemidiscus*, di *Euodia* di *Eucampia* e di più altri generi, che mai si ritrovano su alghe litorali, e ci sono conosciuti soltanto perchè ottenuti unicamente dai resti silicei contenuti nello stomaco di *Salpe*, di *Ascidie*, di *Pecten* di altri molluschi, bivalvi o pure gasteropodi, i quali se ne fecero nutrimento pescandole o alla superficie in alto mare vaganti, o in fondo al mare nelle grandi profondità. Così dunque sin dal presente non solamente possiamo trarre argomento certo a riconoscere dalla qualità delle forme organiche, che ci si presentano in un dato strato geologico se quello sia di formazione lacustre o marina, ma di

più dall' esame dei tipi generici e specifici che lo compongono o vi si contengono, siamo posti in grado di giudicare se una formazione marina ebbe luogo presso il lido o in un estuario o in acque poco profonde, o sì vero se quelle Diatomee vegetarono in alto mare e ne popolarono le grandi profondità. Quindi la flora delle Diatomee marine va sin da ora distinta in due grandi sezioni di generi e di specie litoranee l'una, di generi e di specie abissali o pelagiche l'altra, o ciò che ritorna allo stesso in flora litoranea e in flora abissale.

Però tale distinzione non va intesa così strettamente, nè devesi prendere a tanto rigore di termini, da non ammettere eccezioni, le quali a mio modo di vedere dipenderanno soltanto da circostanze fortuite. Ed in fatti, allora che la superficie del mare (come avviene frequentemente) sarà pullulante di Diatomee pelagiche, è possibile persuadersi, che la corrente, o anche una lieve brezza, che spiri verso terra, non abbia da gettare le medesime Diatomee al lido, impigliandosi queste fra i fili delle alghe colà vegetanti? Però l'esperienza insegna a chiunque si adoperò a raccogliere Diatomee marine quanto sia estremamente raro un tal caso. Aggiungi, che, come l'utilità della distinzione delle due flore si applica specialmente alle ricerche geologiche, e nell'esame microscopico dei tripoli e scisti ittiolitici marini, come questi rappresentano miriadi di generazioni succedutesi per secoli, la mescolanza di forme spettanti alle due flore non sarà per alcun modo apprezzabile. Il giudizio pertanto da formularsi sull'origine e le condizioni diverse di una data formazione dipenderà dalla apprezzazione dell'insieme, che offerirà il materiale preso ad esaminare, meglio che dalla materiale determinazione di alcuni tipi, che vi si incontrano. Di fatti quantunque io abbia detto, che il deposito di Mondaino distinguesi da quello dei monti Livornesi specialmente nell'essere formato di Coscinodiscee, non intesi significare, che talune Coscinodiscee non si incontrino altresì nel sudetto tripoli Toscano, ma questo nella quasi totalità consta di forme generiche e specifiche, che non si riscontrano nello scisto di Mondaino, e negli altri depositi italiani sin ora noti: oltre che taluni generi di Diatomee sono comuni alle due flore, ma questo in riguardo a determinate specie, delle quali alcune abitano l'alto mare e le sue enormi profondità, mentre altre prediliggono il lido e le acque poco profonde. Al progresso dei nostri studi apparterrà la specificazione delle forme appartenenti all'una flora ed all'altra, e dallo spoglio e dall'esame della copiosissima supellettile procurata alle Diatomee ed in generale alla scienza del mare dalla grande spedizione del Challenger

con tanta larghezza di mezzi apprestata dalla illuminata liberalità del Governo Inglese, e dalle molteplici raccolte fatte da quella in tanta differenza di località e stagioni, e in tanta varietà di circostanze, si potrà procedere alla compilazione dei relativi elenchi dei generi e delle specie di Diatomee proprie dell'una e dell'altra flora.

La flora delle Diatomee lacustri o di acqua dolce si presterebbe a fornire maggior numero di indicazioni al Geologo inquanto che è molto meglio conosciuta, che la marina, in ragione della maggiore facilità a raccogliere le forme che le appartengono e ad osservarle: e conseguentemente la distribuzione del loro *habitat* è più ovvia alle nostre indagini, e già sappiamo come l'altimetria della località vi eserciti una evidente influenza, e probabilmente la natura chimica del terreno e la temperatura influiscano alla distribuzione delle forme. Così, per esempio, sappiamo che il genere *Eunotia* non abita al livello del mare; che le gelide e cristalline sorgenti alpine sono gradita stanza dell'*Odontidium hyemale*: e il compianto Alfonso di Brebisson mi asseriva avere osservato che il *Gomphonema geminatum* vegeta dove abonda la calce. Però la maggiore importanza delle formazioni marine, e dirò ancora, la mia preferenza a studiare la flora marina, come di gran lunga la più bella e la meno conosciuta, mi ha determinato a trattare di questa, senza però escludere l'altra. Intanto da tutto quanto si è discorso parmi rimanga dimostrato che, se la Diatomologia non ha sinora portato a materiali utili applicazioni; pure dovrà riconoscersi da chiunque apprezza il progresso della scienza in generale, la quale apre e spiana la via alle industrie, che lo studio delle Diatomee anche nello stato presente è tutt'altro che da riguardarsi per frustraneo ed inutile.

SULLE PROTUBERANZE E LE MACCHIE SOLARI

OSSERVATE NEL 1877

NELL' OSSERVATORIO DEL COLLEGIO ROMANO

DAL P. G. ST. FERRARI.

Facendo seguito alle precedenti comunicazioni del compianto P. A. Secchi intorno alle macchie e protuberanze solari, e l' estensione delle facole, riprodurremo in questo numero i quadri delle osservazioni de' fenomeni solari che il sullodato P. Secchi presentò nel mese di Gennaio 1878, pel 1.° Semestre 1877, già infermo, all'Accademia delle Scienze di Parigi. Come già fu avvertito nella rassegna de' fenomeni solari pel 1876, si va sempre più confermando la progressiva diminuzione ne' medesimi rimanendo pressochè costante il numero de' giorni d'osservazione, non essendosi cioè lasciato giorno sereno senza fare il disegno tanto delle macchie, quanto delle protuberanze e delle facole.

I numeri de' seguenti quadri parlano abbastanza da se da dispensarci di farne particolare discussione, solo ci piace di avvertire come nella riduzione dei disegni, appunto perchè ora ci troviamo in una manifesta diminuzione di questi fenomeni, insensibilmente si è tenuto conto di molte fammelle più vive quasi fossero protuberanze, il che per la grandiosità dei fenomeni non si era fatto negli anni precedenti. Ciò vuolsi notare a scanso di equivoci e per ispiegare qualche apparente rialzo nel numero delle protuberanze, mentre di fatto sempre esso va diminuendo.

Checchè ne sembri al Sig. Faye, non può negarsi l' intima correlazione fra la quantità annuale delle macchie e il valore medio della declinazione magnetica. Nel Bullettino del Novembre 1877 a pag. 88 apparisce manifesta una tale correlazione, prendendo eziandio ad esame le osservazioni magnetiche dell'Osservatorio di Praga. In quel quadro però, perciò che spetta alle osservazioni di Praga, si giunge solo fino all' anno 1871 epoca del massimo. Essendoci ora giunti i risultati di queste medesime osservazioni fino a tutto il 1876 non sarà inopportuno, a convincere anche il più restio, il riprodurre quì la continuazione dello specchio riassuntivo partendo dal 1871.

ANNO METEORO-LOGICO	VARIAZIONE DIURNA MEDIA DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA IN ROMA	NUM.° DEI GRUPPI	VARIAZIONE DIURNA MEDIA DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA IN PRAGA
	′		′
1871	11. 130	303	11.60
1872	10. 653	292	10.70
1873	9. 015	200	9.05
1874	8. 110	154	7.97
1875	6. 964	86	6.73
1876	6. 822	58	6.47
1877	6. 620	49	»

Fino dall'Aprile del 1877 osservava il Ch. P. Secchi come in alcuni osservatorî i magneti mostrassero che il minimo fosse passato, sebbene di pochissimo. Soggiungeva però, che in tali limiti le perturbazioni locali (cui non è più lecito di trascurare) potevano offrire la spiegazione del fatto, come pure i limiti delle ore usate nella riduzione. E conchiudeva : noi avendo seguito il modo di calcolo degli anni precedenti (cioè fino dal 1859) abbiamo la serie comparabile con se medesima e senza obbiezione per questo lato, ed il magnetometro si accorda a meraviglia colle macchie numerate.

Ciò viene confermato a meraviglia delle osservazioni di Praga, che usa il medesimo metodo di riduzione da noi seguito, e per le stesse ore, come risulta dal quadro sovraesposto ; ed inoltre per la tenue diminuzione di soli 9 gruppi o macchie per tutto l'anno 1877 si vede corrispondere la proporzionale diminuzione di 0, 20 nell'escursione media annuale della declinazione magnetica.

Continua pertanto la discesa verso del minimo assoluto, e chi osserva come noi quotidianamente lo stato fisico del Sole si sarà accorto quanto sia grande in esso la calma, a giudicarne dalla quasi completa assenza dalle macchie, delle facole e delle protuberanze. Secondo i calcoli accurati dal Sig. Wolf il minimo cadrebbe appunto in sullo scorcio del corrente anno verificandosi il periodo da esso assegnato di 11 anni ed $\frac{1}{9}$ o poco più.

Conchiudiamo coll' esporre nel seguente quadro il riassunto delle osservazioni delle macchie solari per tutto il decorso anno 1877 e l'escursione

media mensile in minuti d'arco della declinazione magnetica in Roma. A questi fanno seguito i quadri dal 1° semestre 1877 nelle forme già descritte nelle precedenti comunicazioni del Ch. P. Secchi.

Come si è fatto pel 1° semestre diamo ancora il seguito de'fenomeni solari osservati nel 2° semestre del 1877 epoca di sempre maggiore diminuzione nell'attività solare, quale si manifesta alla sua superficie pel maggiore o minor numero delle macchie delle protuberanze e dell'estensione delle facole. Non ripeteremo qui il già detto altrove, solo ci piace di far notare il singolare aspetto che presentano gli specchi numerici specialmente per ciò che riguarda (tanto per l'emisfero Nord, quanto per l'emisfero Sud) le zone di distribuzione di 10 in 20 gradi. È manifesta la forma piramidale decrescente la quale indica come diminuendo l'attività solare essa si vada concentrando nelle zone equatoriali, specialmente per ciò che spetta alle facole (v. seg. Tav. VI).

Non è qui nostra intenzione di creare teoriche anzi tempo, ma solo di registrare i fatti i quali col tempo paragonati a quelli che si vedranno nell'epoca del massimo di attività nel Sole daranno sempre maggior luce a mostrarne l'ordine di correlazione e di dipendenza, ora ci contentiamo di adempiere il compito di semplici osservatori secondo l'adagio: *quicquid nitet notandum*.

RIASSUNTO DELLE OSSERVAZIONI DELLE MACCHIE SOLARI			ESCURSIONE MEDIA MENSILE DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA IN ROMA	
MESI ED ANNO	N. de' gior. d'osservaz.	Gruppi osservati	MESI ED ANNO	ESCURSIONE
Gennaio 1877	18	6	Gennaio 1877	3'.94
Febbraio	15	5	Febbraio	4.08
Marzo	16	5	Marzo	4.27
Aprile	21	7	Aprile	6.75
Maggio	19	5	Maggio	8.58
Giugno	26	4	Giugno	7.82
Luglio	27	5	Luglio	8.98
Agosto	27	2	Agosto	8.66
Settembre	19	5	Settembre	8.38
Ottobre	17	2	Ottobre	7.20
Novembre	17	2	Novembre	6.69
Decembre	10	1	Decembre	4.08
Anno	232	49	Anno	6'.62

RIASSUNTO DELLE PROTUBERANZE NEL 1877

SEGUITO DELLA TAVOLA I.

(Vedi Vol. XXX pag. 51).

NUMERO PROGRESSIVO DELLE ROTAZIONI	DATA DEL PRINCIPIO DELLA ROTAZIONE	PROTUBERANZE				MACCHIE			
		SOMMA DELLE PROTUBERANZE NELL' EMISFERO		NUMERO DEI GIORNI D' OSSERVAZIONE	N.° TOTALE DIVISO PER I GIORNI	NUMERO DEI GRUPPI	SUPERFICIE OCCUPATA IN *mm* QUAD.ti	NUMERO DEI GIORNI D'OSSERV.	SUPERFICIE DIVISA PEL NUMERO DEI GIORNI
		NORD	SUD						
LXXVI	30 Dicemb. 1876	18	22	7	5·7	5	299	15	19·1
LXXVII	26 Genn. 1877	40	37	13	5·9	5	64	16	4·3
LXXVII	23 Febbraio	28	31	12	4·9	5	90	14	6·4
LXXIX	22 Marzo	22	15	9	4·1	4	53	17	3·1
LXXX	19 Aprile	31	24	10	5·5	7	107	14	7·6
LXXXI	16 Maggio	60	35	19	5·0	4	191	23	8·3
LXXXII	13 Giugno	27	27	13	4·1	5	42	24	1·7
LXXXIII	16 Luglio	56	59	17	6·7	3	19	24	0·8
LXXXIV	7 Agosto	38	44	23	3·5	2	45	24	1·9
LXXXV	3 Settembre	23	19	10	4·2	4	162	17	9·5
LXXXVI	1 Ottobre	13	18	11	2·8	1	28	14	2·0
LXXXVII	28 Novembre	27	27	15	3·6	2	435	19	22·9
LXXXVIII	25 Decembre	8	11	5	3·8	1	42	7	6·0

SEGUITO DELLA TAVOLA II.

1° semestre 1877.	NUMERO GENERALE DELLE PROTUBERANZE																					
NUM° PROGRESSIVO DELLE ROTAZIONI	EMISFERO NORD.									EMISFERO SUD.									SOMME		NUM° TOT.° DIVISO PER I GIORNI	GIORNI DI OSSERV.
	da 90 a 80	80 70	70 60	60 50	50 40	40 30	30 20	20 10	10 0	da 0 a 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90	N.	S.		
LXXVI	1	2	1	3	3	1	3	3	1	3	2	2	3	5	4	1	1	1	18	22	5·7	7
LXXVII	3	3	1	3	11	3	4	6	4	6	3	8	6	6	3	2	2	1	40	37	5·9	13
LXXVIII	4	1	»	1	4	5	6	5	2	5	4	5	4	8	3	»	2	»	28	31	4·9	12
LXXIX	»	1	1	2	4	2	2	6	4	1	1	1	2	3	3	1	1	2	22	15	4·1	9
LXXX	3	»	4	2	6	2	4	7	3	4	4	2	5	2	5	2	»	»	31	24	5·5	10
LXXXI	8	5	3	6	10	5	8	8	10	3	4	6	7	5	5	3	1	1	60	35	5·0	19
SOMMA	19	12	10	17	38	18	27	35	24	22	18	24	27	29	23	9	7	5	199	154	5·2	70
2° semestre 1877																						
LXXXII	2	1	3	2	5	2	6	4	2	3	8	2	1	4	6	1	1	1	27	27	6·1	13
LXXXIII	3	4	2	3	9	9	11	10	5	7	12	10	6	10	3	»	3	3	56	59	6·7	17
LXXXIV	3	1	2	4	7	7	8	3	3	4	5	14	7	2	8	1	2	1	38	44	3·5	23
LXXXV	»	»	»	2	8	8	2	1	2	2	2	1	3	9	»	1	»	1	23	19	4·2	10
LXXXVI	»	»	»	4	3	2	2	»	2	2	3	6	3	2	1	1	»	»	13	18	2·8	11
LXXXVII	1	»	»	1	7	7	6	4	1	3	4	3	6	7	4	»	»	»	27	27	3·6	15
LXXXVIII	1	»	»	»	4	1	1	1	»	1	1	1	3	5	»	»	»	»	8	11	3·8	5
SOMMA	10	6	7	16	43	36	36	23	15	22	35	37	29	39	27	4	6	6	192	205	4·1	94

SEGUITO DELLA TAVOLA III.

NUM.° PROGRESSIVO DELLE ROTAZIONI	EMISFERO NORD. da 90 a 80	80 70	70 60	60 50	50 40	40 30	30 20	20 10	10 0	EMISFERO SUD. da 0 a 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90	SOMME MEDIE Nord	SOMME MEDIE Sud	MEDIA GENERALE
	ALTEZZA DELLE PROTUBERANZE																				
1.° semestre 1877.																					
LXXVI	5·0	4·5	4·0	5·5	6·5	5·0	5·5	6·5	4·0	6·2	6·5	4·5	7·7	5·5	3·7	5·0	4·0	4·0	5·2	5·2	5·2
LXXVII	4·0	4·3	4·0	4·7	7·5	7·3	6·6	5·5	4·5	6·3	5·7	8·2	7·5	5·7	5·2	6·5	4·0	4·0	5·4	5·9	5·6
LXXVIII	4·0	6·0	»	8·0	6·1	7·3	5·0	6·9	7·5	8·1	5·7	7·0	7·5	6·1	5·0	»	4·0	»	6·3	6·2	6·2
LXXIX	»	5·0	5·0	6·0	10·0	5·0	9·0	8·2	5·1	6·0	11·0	8·0	5·0	6·5	4·7	4·0	5·0	4·5	6·6	6·1	6·3
LXXX	4·0	»	4·0	6·5	5·8	3·5	5·7	6·2	3·5	5·5	5·3	6·5	6·4	5·5	5·2	5·0	»	»	5·5	5·6	5·5
LXXXI	4·1	4·1	4·0	6·2	7·6	6·1	7·6	4·8	5·3	6·0	6·1	5·2	4·1	6·1	6·5	3·7	4·0	5·0	5·5	5·2	5·3
MEDIE	4·2	4·8	4·2	6·1	7,2	5·7	6·6	6·3	5·8	6·3	6·7	6·6	6·0	5·9	5·0	4·8	4·2	4·4	5·6	5·7	5·7
2.° semestre 1877.																					
LXXXII	5·0	4·0	9·7	6·5	9·5	7·5	8·8	6·3	6·0	5·0	7·3	4·5	9·0	10·5	6·2	7·0	5·0	4·0	7·0	6·5	6·7
LXXXIII	5·2	6·0	5·0	5·7	7·8	8·8	8·6	8·5	7·8	6·3	7·1	8·5	8·1	9·8	6·9	»	5·7	7·7	7·0	7·5	7·2
LXXXIV	5·7	7·0	6·5	6·0	8·9	7·3	8·8	7·3	6·2	7·7	7·1	8·9	7·9	7·5	8·2	7·0	7·5	8·0	7·1	7·7	7·4
LXXXV	»	»	»	8·5	9·4	11·4	11·0	5·0	10·0	8·0	9·0	8·0	9·3	8·4	»	8·0	»	7·0	9·2	8·2	8·7
LXXXVI	»	»	»	10·5	11·2	8·0	5·5	»	8·5	7·0	7·7	9·3	6·7	8·0	3·0	6·0	»	»	8·7	6·8	7·7
LXXXVII	8·0	»	»	12·0	8·7	8·9	7·6	8·5	7·0	6·3	7·2	8·7	8·3	9·4	9·3	»	»	»	8·7	8·2	8·4
LXXXVIII	7·0	»	»	»	9·2	10·0	8·0	7·0	»	5·0	11·0	7·0	7·3	9·0	»	»	»	»	8·2	7·9	8·0
MEDIE	6·2	4·7	7·1	8·2	9·2	8·8	8·3	7·1	7·6	6·5	8·1	7·8	8·1	8·9	6·7	7·0	6·1	6·7	7·9	7·5	7·7

SEGUITO DELLA TAVOLA IV.

NUM.° PROGRESSIVO DELLE ROTAZIONI	EMISFERO NORD. da 90 a 80	80 70	70 60	60 50	50 40	40 30	30 20	20 10	10 0	EMISFERO SUD. da 0 a 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90	SOMME MEDIE Nord	SOMME MEDIE Sud	MEDIA GENERALE
	LARGHEZZA MEDIA DELLE PROTUBERANZE																				
1.° semestre 1877.																					
LXXVI	10·0	2·0	1·0	3·3	4·5	2·0	4·0	5·5	2·0	4·2	3·5	1·5	4·7	3·2	1·7	1·0	4·0	2·0	3·9	2·9	3·4
LXXVII	6·5	7·0	10·0	6·0	5·0	5·3	3·6	6·3	5·0	5·9	2·7	6·3	5·7	5·6	3·0	5·5	4·5	5·0	6·1	4·9	5·5
LXXVIII	7·5	2·0	»	2·0	4·5	5·6	3·3	7·2	4·0	7·0	4 0	4·3	6·8	5·1	3·5	»	2·5	»	4·5	4·7	4·6
LXXIX	»	1·0	5·0	6·0	7·6	4·0	4·5	4·3	3·5	3·0	10·0	1·0	3·5	5·0	2·7	4·0	4·0	1·5	5·1	3·9	4·8
LXXX	7·0	»	5·5	4·0	3·3	4·5	6·7	5·6	5·0	4·7	4·6	3·5	3·2	2·5	4·7	4·5	»	»	5·2	4·0	4·6
LXXXI	5·7	6·7	8·0	3·5	5·4	4·7	5·2	3·3	3·3	4·5	3·8	2·1	2·8	3·1	4·9	2·7	1·0	2·0	5·1	3·0	4·0
MEDIE	7·3	3·7	6·1	4·1	5·0	4·3	4·6	5·4	4·6	4·9	4·8	3·1	4·4	4·1	3·4	3·5	3·2	2·6	5·0	3·9	4·5
2.° semestre 1877.																					
LXXXII	10·0	4·0	3·2	3·5	3·5	2·0	3·3	3·1	3·0	2·2	2·7	2·5	4·0	2·6	3·7	1·0	1·0	5·0	3·9	2·7	3·3
LXXXIII	2·2	5·5	5·0	4·5	3·6	4·9	5·2	4·2	3·6	3·6	3·7	5·6	4·7	3·5	3·2	»	5·7	4·7	4·3	4·3	4·3
LXXXIV	3·7	2·0	5·0	4·5	5·2	4·9	2·8	4·7	3·2	3·5	2·7	3·6	3·4	5·0	7·0	4·0	3·5	6·0	4·0	4·3	4·1
LXXXV	»	»	»	2·5	6·2	5·1	2·5	8·0	3·5	2·5	3·1	4·0	4·3	3·0	»	3·0	»	1·0	4·6	2·9	3·7
LXXXVI	»	»	»	9·6	6·0	7·5	2·2	»	4·5	4·0	3·0	3·5	3·7	1·5	4·0	1·0	»	»	5·9	2·9	4·4
LXXXVII	3·0	»	»	4·0	3·9	2·4	5·2	4·5	5·0	2·7	4·5	4·0	2·7	4·4	2·6	»	»	»	4·0	3·5	3·7
LXXXVIII	2·0	»	»	»	2·0	2·0	3·0	2·0	»	2·0	1·0	10·0	4·3	2·0	»	»	»	»	2·2	3·9	3·0
MEDIE	4·2	3·8	4·4	4·8	4·3	4·1	3·5	4·4	3·8	2·9	2·9	4·7	3·9	3·1	4·1	2·2	3·4	4·2	4·1	3·5	3·8

SEGUITO DELLA TAVOLA V.

NUM.ª PROGRESSIVO DELLE ROTAZIONI	EMISFERO NORD.									EMISFERO SUD.									SOMME		TOTALE GENERALE
	da 90 a 80	80 70	70 60	60 50	50 40	40 30	30 20	20 10	10 0	da 0 a 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90	N.	S.	
	AREA MEDIA DELLE PROTUBERANZE																				
1° semestre 1877																					
LXXVI	50·0	8·5	8·0	20·5	32·0	10·0	32·0	47·0	8·0	22·7	19·0	6·5	41·2	21·5	6·5	5·0	16·0	8·0	216·0	146·4	362·4
LXXVII	26·0	28·3	40·0	28·5	37·4	40·0	28·0	29·5	21·0	34·3	14·7	50·0	45·5	34·7	17·5	42·0	18·0	20·0	278·7	276·7	555·4
LXXVIII	30·0	12·0	»	16·0	31·8	44·5	18·8	49·0	32·5	60·3	23·2	36·0	55·3	33·4	19·0	»	10·0	»	234·6	237·2	471·8
LXXIX	»	5·0	25·0	42·0	76·0	18·0	52·0	36·2	44·5	18·0	10·0	8·0	18·0	33·0	13·5	16·0	20·0	6 5	298·7	243·0	541·7
LXXX	28·0	»	22·0	29·0	22·7	16·0	40·2	39·2	49·5	29·5	24·3	25·0	22·3	14·0	25·4	21·0	»	»	246·6	161·2	407·8
LXXXI	23·5	28·0	32·0	22·7	47·5	29·6	35·3	17·3	23·3	27·5	24·6	11·8	11·9	19·6	30·1	10·5	4·0	10 0	258·9	146·0	404·9
MEDIE	31·5	16·3	25·4	26·4	41·2	26·4	34·4	36·3	29·8	32·0	35·9	22·9	32·4	26·0	18·6	18·9	13·6	11·1	255·6	201·8	457·3
2° semestre 1877																					
LXXXII	50·0	8·0	15·7	28·5	35·1	12·0	32·7	20·6	19·0	11·0	20·3	11·5	36·0	28·3	25·7	7·0	5·0	20·0	221·6	164·8	386·4
LXXXIII	17·0	24·7	17·5	16·2	30·6	44·3	34·6	33·0	26·0	19·2	21·8	51·4	37·5	26·8	18·0	»	26·2	34·0	243·9	234·9	478·8
LXXXIV	21·0	14·0	33·5	25·0	49·0	36·3	23·0	34·0	18·0	24·0	19·5	31·6	26·3	36·0	59·5	28·0	26·5	48·0	253·8	299·4	553·2
LXXXV	»	»	»	21·0	67·2	65·4	28·0	40·0	36·5	19·0	27·0	32·0	41·7	31·2	»	24·0	»	7·0	258·1	181·9	440·0
LXXXVI	»	»	»	98·7	68·5	55·0	14·0	»	29·5	26·0	21·5	35·3	24·5	11·5	12·0	6·0	»	»	262·7	136·8	399·5
LXXXVII	24·0	»	»	34·0	34·2	22·6	47·5	37·0	35·0	16·7	29·0	35·0	22·5	44·8	23·0	»	»	»	248·3	171·0	419·8
LXXXVIII	14·0	»	»	»	18·7	20·0	24·0	14·0	»	10·0	11·0	70·0	31·7	20·0	»	»	»	»	90·7	142·7	233·4
MEDIE	25·2	15·5	22·2	39·6	43·3	36·5	28·7	29·8	27·3	17·9	17·9	21·4	31·4	28·4	27·7	16·2	19·2	27·2	225·6	190·2	415·8
	SEGUITO DELLA TAVOLA VI.																				
	ESTENSIONE DELLE FACOLE IN GRADI DI CIRCONFERENZA																				
1° semestre 1877																					
LXXVI	»	»	»	»	»	»	6·2	8·6	5·9	»	»	»	»	»	»	»	»	»	20·7		20·7
LXXVII	»	»	»	»	»	2·0	7·7	6·8	2·0	6·9	4·5	»	»	»	»	»	»	»	18·5	»	29·9
LXXVIII	»	»	2·0	5·0	»	3·0	4·7	6·5	6·5	3·3	3·3	»	»	»	»	»	»	»	27,7	11·4	34·3
LXXIX	»	»	»	»	»	»	2·0	5·7	1·0	3·6	3·5	»	»	»	»	»	»	»	8·7	6·6	15·3
LXXX	»	»	»	»	2·0	3·5	»	5·2	4·2	6·8	2·0	»	»	»	»	»	»	»	14·4	7·1	23·2
LXXXI	»	»	»	»	»	5·0	3·0	3·9	2·0	2·2	4·2	»	»	»	»	»	10·0	»	13·9	8·8	30·3
MEDIE	»	»	2·0	5·0	2·0	3·2	4·7	6·1	3·6	4·5	3·5	»	»	»	»	»	10·0	»	17·3	10·1	25·7
2° semestre 1877																					
LXXXII	»	»	»	»	»	»	»	2·8	2·1	3·5	4·5	»	3·0	»	5·0	»	»	»	4·9	16·0	20·9
LXXXIII	2·0	»	»	4·0	6·0	»	»	3·0	2·0	3·0	3·2	2·7	1·0	»	»	»	»	»	17·0	9·9	26·9
LXXXIV	»	»	»	»	»	»	»	2·0	8·0	3·0	3·0	1·5	»	»	»	»	»	»	10·0	7·5	17·5
LXXXV	»	»	»	»	»	»	»	3·2	2·5	1·0	3·3	»	2·0	»	»	»	»	»	5·7	6·3	12·0
LXXXVI	»	»	»	»	»	»	»	2·7	2·3	1·0	2·0	»	»	»	»	»	»	»	5·6	3·0	8·0
LXXXVII	»	»	»	»	»	»	»	»	1·0	5·5	4·1	»	»	»	»	»	»	»	1·0	9·6	10·6
LXXXVIII	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»
MEDIE	2·0	»	»	4·0	6·0	»	»	2·7	2·9	2·8	3·3	2·1	2·0	»	5·0	»	»	»	7·3	8·7	15·9

RIASSUNTO DELLE PROTUBERANZE E DELLE MACCHIE SOLARI

OSSERVATE NEL GENNAIO 1877.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Largh.ª	Area	N. Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
1	3	17	4	21	0	nulla	—
3	2	8	4	16	0	nulla	—
4	—	—	—	—	1	1 n.	2
5	—	—	—	—	1	1 nnp.	4
8	—	—	—	—	1	1 Nnnp.	6
10	—	—	—	—	3	1 Nnp. 2 Np' 3 n.	25
14	8	45	34	152	2	4 Nnp. 5 Nmp.	32
15	10	48	20	107	2	4 Np. 5 Nmp.	36
17	6	28	21	115	2	4 N tonda. 5 Nm p..	47
18	—	—	—	—	2	4 Np. 5 Nmp.	46
19	7	46	38	278	2	4 N. 5 Nmp.	49
20	—	—	—	—	2	4 N. 5 Nmp.	32
22	—	—	—	—	1	5 Npp.	12
25	—	—	—	—	0	nulla	—
28	8	49	50	298	1	6 pp.	4
29	2	9	5	24	1	6 pp.	1
30	3	12	7	28	0	nulla	—

NOTE

1—2. Pochissima roba.
4—10. Sempre tempo velato, impossibile l' osservazione. Macchie piccole: risvegliasi il moto.
14. Vi è recrudescenza; due grandi macchie 4 e 7, e molte facole. Qualche baffo alto.
15—17. Due belle macchie nucleari 4 e 5.
18—19. Durano le due belle macchie: una circolare perfettamente a nucleo semplice: l' altra tonda a molti nuclei e punti intorno. Varie fiamme.
24 Tramontata la 4, vi è la 5 con molte facole. Fiammoni alti e larghi presso la macchia 5.
25. Tramontata la 5 lascia facole capaci.
28. Arco vivo e piccola eruzione a 99°, Macchia nel mezzo.
29. Facole vive a fagiuolo nel luogo dell'eruzione di ieri. Calate tutte ad un tratto le eruzioni.

FEBBRAIO 1877

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Largh.	Area	N. Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
1	7	44	28	174	1	7 n.	4
2	12	78	71	491	2	7 n. 8 p. piccoliss.	3
3	9	64	52	435	1	7 n. deboliss.	1.5
4	6	43	22	128	0	nulla	0
6	—	—	—	—	1	9 N.	5
7	7	47	50	328	1	9 N.	6
9	7	56	44	354	1	9 N.	9
11	4	29	17	129	2	10 nn. 9N.	11
13	—	—	—	—	1	9 N. tonda	9
15	5	17	23	93	1	9 N.	7
16	—	—	—	—	1	9 N.	5
18	4	23	25	126	0	nulla	0
21	3	16	19	100	0	nulla	0
25	6	40	43	302	0	nulla	0
26	3	17	14	98	1	10 N.	3

NOTE

1. Molti sfilacci idrogenici deboli su tutto il bordo.
4. Sono calati i fiammoni.
6. Viene la macchia 9, che pare la riapparizione della 4 del gennaio, forse la 54 del Decembre passato.
9. Molti fiammoni all' orlo.
11. Nasce la macchia 10 presso l' orlo di ponente, vi è sopra un' eruzioncella mobile.
25. Recrudescenza generale a levante. Eruzione. Non si vede ancora la macchia. ma si vede la facola prominente all' orlo. — Domani comparirà la macchia.
26. Precisamente eccola : è il ritorno della 10.

Nota. Questo mese è molto opportuno per far vedere che differenze enormi possano aversi nella classificazione ed enumerazione delle macchie. Chi conta i soli gruppi *nuovi* , ne avrà contato 4, cioè 7, 8, 9, 10. Chi conta ogni giorno tutti i gruppi *visibili* ne avrebbe notato 12, e pure queste erano macchie semplici: sarebbero salite a qualche centinaio se esse fossero state di gruppi multipli misti a pori come per lo più accade. L'area è quindi l'elemento il meno equivoco, quando si voglia fare una semplice approssimazione.

Il raggio della proiezione da noi usata essendo 121^{mm}, 5, la sua superficie sarà 46377 millim. quadrati : quindi essendo computata l'area del disco solare per 100,000 (centomila), un millimetro sarà 2,1562 cento millesime parti.

MARZO 1877.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Largh.ª	Area	N° Grd	Descrizione	Area in mill. quadr.
1	6	31	27	199	2	11nmp. 12Nnpp.	20
2	2	9	11	49	2	11n. 12 Nmp.	8
3	6	39	25	171	3	13mp. 11npp. 12Nmp.	10
4	1	6	10	60	3	13pp. 11pp. 12Nmp.	16
10	8	52	37	273	1	12 mp.	1
11	8	52	46	414	1	12 mp.	2
12	8	42	54	335	0	nulla	0
13	4	25	16	107	0	nulla	0
14	5	29	10	49	0	nulla	0
15	2	12	7	52	1	14 p.	1
18	—	—	—	—	1	14NNmp.	18
21	—	—	—	—	1	14NNNpp.	11
24	—	—	—	—	-	nulla	0
25	—	—	—	—	1	15mp.	1
28	2	15	18	13	0	nulla	0

NOTE

1. Macchia comparsa improvvisa. Due nuclei.
10. Intervallo di tempo cattivo dal 6 al 10 la m. 12 pare risoluta in soli pori con molte facole.
11. La 12 è all'orlo e lancia fiamme dalla facola viva e dai pori.
12. Seguono le eruzioni sulla macchia 12 all' orlo. Molto varie e ricche dalle 9^{h} 10^{m} alle 10^{h} 20^{m}.
13. Prot. rosata. o piuttosto nube sospesa sulla m.ª 12 già uscita. È importante.
18. Compariscono due gruppi di punti n.° 14 che si trovano più sviluppati ai 21. Tempo cattivo.
25. Altra regione con facole e punti n.° 15. Compare all' Est.
29. Giornate cattive, ma però senza macchie.

APRILE 1878.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Larg.ª	Area	N° Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
1	6	42	29	227	0	nulla	0
3	3	18	11	73	0	nulla	0
4	4	23	17	90	0	nulla	0
5	—	—	—	—	0	nulla	0
6	7	48	34	247	1	15 n.	3
7	5	46	39	358	1	15 n.	3
8	—	—	—	—	1	15 n.	3
11	2	17	5	41	0	nulla	0
12	—	—	—	—	0	nulla	0
13	4	18	14	62	1	18mp.	0·6
14	—	—	—	—	0	nulla	0
15	4	21	17	95	1	19Nnmp.	23
18	—	—	—	—	1	19Nnupp.	19
20	—	—	—	—	2	19Nmp. 20 n. impr.	7
21	7	45	29	257	2	20Nnmp. 21 pn.	12
23	3	16	8	63	2	20Nnpp. 21pn.	11
25	8	35	42	158	2	20np. 21nnnpp.	13
27	7	41	37	202	2	20npp. 21npp.	10
28	—	—	—	—	3	20p. 21n. 22mp.	4
29	5	24	21	99	3	21nmp. 22mp. 23p.	4·5
30	5	32	30	224	2	21pp. 23p.	2

NOTE

1—6. Fino a oggi nessuna macchia, oggi ne comparisce una a levante con cumulo forte e vivo sull'orlo vicino ad essa.

7. È rianimata molto l'eruzione di idrogeno a ponente.

8. Non si fece che un poco di figura a ponente per l'aria, ma è cessata tutta la eruzione.

11. Svanita la macchia e le facole.

13. Nucleo con gruppo di pori sulla facola di ieri.

15. Gruppo improvviso di mediocre grandezza che però fece stupire M. Janssen (poco pratico).

21. Piccola eruzioncella a 102° variante assai. V. i disegni, bellina.

28. Gruppo di pori al luogo dell'eruzioncelle di ieri. La 20 è ridotta a un poro con facole attorno.

30. Vivissima eruzione al luogo ove ieri uscì la 22 la quale era ridotta a sole facole. È una di razza perduta. Ma tramonta: poro a lat. 36 con facole.

I criterii dell'attività solare sono:

1.° Numero delle macchie ed estensione.

2.° Delle protuberanze ed estensione.

3.° Correnti della Cromosfera, e direzione de' getti.

4.° Durata delle macchie, perchè la durata suppone la continuazione dell'eruzione, cessata la quale cessa ben presto la macchia. Onde la breve durata attuale e perciò spesso indizio di calma.

MAGGIO 1877.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Larg.ª	Area	N.Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
1	6	33	27	88	2	21mp. 23p.	2
2	9	51	41	216	1	21nn.	6
3	3	18	20	128	1	21nn.	5
6	—	—	—	—	2	24n. 25N.	7
9	—	—	—	—	3	24p. 25N. 26n.	10
11	1	5	2	10	2	25Nmp. 26N.	14
16	7	40	44	258	1	25Nnn.	8
17	—	—	—	—	2	25N. 27N.	10
18	—	—	—	—	2	25N. 27N. m. facole	9
19	6	29	23	116	1	27N.	6
20	9	30	37	318	1	27N. fac. intorno	4
21	4	23	18	92	1	27nmp.	3·5
22	6	28	22	100	1	27mmp.	13
23	—	—	—	—	1	27mp.	8
24	2	9	3	14	1	27nmp.	6
27	8	43	29	164	2	27n. 28upp.	3
29	—	—	—	—	0	nulla	0
30	5	28	17	10	0	nulla	0
31	7	41	28	172	0	nnlla	0

NOTE

1. 2. Poche fiamme. Solo due al quadrante NE.

6. 9. Tempo cattivo: nascono piccole macchiette.

11. Aria buona, ma nessuna protub. salvo una nuvoletta. Granulazione minuta. Bella cromosfera.

16. Recrudescenza di parecchie eruzioni in q. N. E. bella eruzione all' E.

17. Nata una macchia bella 27 sul luogo dell'eruzione di ieri.

18. Molte facole tanto nella 25 che su la 27.

19. I fili vivi assai nella 25 che tramonta.

20. Riattivati i flammoni.

21. Manca un terzo del perimetro a Est. Oss. incompleta.

22. La m. 17 era ridotta a pochi punti ora è di moltissimi. Granulazione viva.

23. Diminuiti i punti della 27.

24. Assenza assoluta di getti; due sole punte.

27. Macchie piccole con facole intorno pochi getti.

29. Nuvoloso, macchie nulla: poche facole sulla 28 già tramontata.

31. Recrudescenza di fiamme, ma non macchie.

GIUGNO 1877.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Largh.	Area	N.Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
3	2	15	14	10	1	28 Nmp.	23
4	2	15	7	75	1	28 Nmp.	15
5	2	9	5	23	1	28 Nnmp.	16
6	5	22	18	76	2	28 Nmp. 29. p.	15
7	nulla	0	0	0	1	28 Np.	11
8	4	18	18	76	1	28 Nmp.	9
8	6	36	36	292	1	28 Nnnmp.	15
10	6	19	19	100	1	28 Nmpn.	16
11	6	36	36	200	1	28 Nnmp.	12
12	8	32	32	194	1	18 Np.	3

(segue) GIUGNO 1877.

Data	PROTUBERANZE Num.	Altezza	Largh.ª	Area	MACCHIE N.Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
13	2	7	7	35	1	28 Nmp.	4
14	—	—	—	—	1	30 p.	0.5
15	—	—	—	—	1	30 p. forte	0
16	—	—	—	—	0	Nulla	0
17	—	—	—	—	0	Nulla	0
19	—	—	—	—	0	Nulla	0
20	1	5	4	20	0	Nulla	0
22	1	4	3	12	0	Nulla	0
23	—	—	—	—	0	Nulla	0
24	—	—	—	—	1	31 upnp. improvviso.	5
25	—	—	—	—	1	31 nmp.	3
26	—	—	—	—	1	31 ppp.	4
27	8	53	28	196	1	31 ppp.	2
28	3	17	17	93	1	31 pp. quasi chiusa	1
29	3	14	19	90	1	31 mmp. rinnovata	5
30	—	—	—	—	1	31 nn. fac. vive	3.5

NOTE

3. Trovasi la 28 entrata nel disco: nucleare bellina perduta 2 giorni per le nubi. Due sole protuberanze! facole solo sulla macchia.
4. Ingrandita la macchia; sola una protuberanza alta debole.
5. Macchia meglio pronunziata al nucleo.
6. La macchia si è ben circoscritta e divenuta circolare con 4 bei punti grossi.
7. Diventa a due nuclei netti e un punto; nessuna protuberanza.
8. La macchia cambia continuamente. Le punte pure si risentono.
12. Fino a oggi la macchia ha fatto continue variazioni, ora ha tre nuclei.
13. La macchia è ridotta a più punti nel nucleo e a molte facole. Riccio vivo a levante.
14. La macchia è all'orlo, ma l'aria non permette disegno. Tacchini però a Palermo vi osservò in posto una bella eruzione di sodio ferro e magnesio. Al luogo poi del riccio di ieri è facola con poro: questa dura anche domani 15.
20. Fino ad oggi tempo cattivo, ma però si vede nei larghi che non vi è uessuna macchia e oggi solo un debole sfilaccio di protuberanze.
21. Sole tutto facolette minute: sempre senza macchie: qualche facola a fagiolo.
24. Due macchiette improvvise.
26. Piccola recrudescenza di fiammoncelli.
29. Si trova la m.ª 31 che ieri era di pochi pori tutta rinnovata e che ha almanco 40 fori.
30. Molte facole vive al posto della 31 con due fori. Altre facole vive a levante.

LUGLIO 1877.

Data	PROTUBERANZE Num.°	Altezza	Larg.ª	Area	MACCHIE N.°Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
1	2	23	12	141	1	31 nn.	2
2	6	57	14	138	1	32 nn.mp.	3
3	—	—	—	—	2	32 mp. 33 pp.	3
4	2	24	5	60	1	32 nn. mp.	4
5	3	19	8	57	1	nn.	1
6	6	39	17	109	1	p.p.	0.5
7	11	71	30	231	1	34 np.	0.5
9	6	65	21	153	0	Nulla	0
10	6	52	18	167	0	Nulla	0
11	4	38	17	165	0	Nulla	0
12	6	46	24	176	0	Nulla	0
13	5	55	22	240	0	Nulla	0
14	12	81	25	171	0	Nulla	0
15	4	39	08	78	0	Nulla	0
16	5	32	14	84	0	Nulla	0
17	1	5	4	20	1	35 nn.	3
18	3	23	8	56	1	35 n.	3
20	5	42	17	158	0	Nulla	0
21	5	40	14	99	0	Nulla	0
22	9	63	32	241	0	Nulla	0
23	3	22	16	127	0	Nulla	0
24	10	72	56	450	0	Nulla	0
27	9	58	28	177	0	Nulla	0
29	2	15	7	55	1	36 pp.	3.5
30	2	15	8	50	1	36 p.	0.5
31	3	25	11	95	0	Nulla	0

NOTE

1. Due sole protuberanze. La 31 presso l'orlo con facola viva.
2. La 32 nata al posto della facola di ieri ad 80.°
3. La macchia 33 nuova è appena visibile.
4. Scomparisce la 33.
6. La macchia 32 è quasi chiusa.
7. Apparisce la 34 improvvisa ma debolissima e si chiude il dì seguente.
9. Poche facole. Dal 10 al 16 gran calma pel sole quanto a macchie e facole. Anche le protuberanze sono generalmente filose e deboli.
16. Facola tonda al Nord.
17. La macchia 35 è un gruppetto nato all'improvviso presso il centro all'ovest con viva facola attorno.
18. Facole vive all' Est a 109.°
20. Si chiude la 35 e vi resta al suo posto una facola viva.
24. Protuberanza assai estesa ma debole da 112 a 121 con ampia nube sospesa ma il dì seguente non vi è nessuna macchia.
27. Facole al posto della protuberanza del 24 tenendo conto della rotazione. Molte fiammelle sparse intorno al sole.
29. La 36 son due deboli puntini con facole intorno.

Dal quadro precedente apparisce il minimo di attività sul sole il quale anche dai calcoli del Sig. Wolf, cade in questo periodo. Quantunque non siano mancate le protuberanze, queste oltre all'essere in minor numero sono generalmente o eguali o più deboli rispetto alla cromosfera e nessuna ha mostrato il carattere eruttivo.

AGOSTO 1878.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Largh.a	Area	N°Gr.	Descrizione	Area in mill. qua d.
1	5	34	25	176	1	37 mmq-	12
2	1	9	8	27	1	37 nq, diminuita	4
4	9	77	51	347	0	nulla	0
6	7	68	39	389	0	nulla	0
7	4	33	21	169	0	nulla	0
8	7	65	30	267	0	nulla	0
9	5	35	23	155	0	nulla	0
10	2	16	9	73	0	nulla	0
11	2	18	4	36	0	nulla	0
12	3	25	9	77	0	nulla	0
14	2	19	8	76	0	nulla	0
15	4	28	21	149	0	nulla	0
16	4	32	21	179	0	nulla	0
17	0	0	0	0	0	nulla	0
18	4	38	13	122	0	nulla	0
19	5	36	18	133	0	nulla	0
21	3	23	24	197	0	nulla	0
22	5	34	18	118	0	nulla	0
23	3	24	13	101	1	38 mp.	7
25	5	37	22	156	1	38 mp.	9
26	3	22	11	84	1	38 mp.	5
27	5	42	28	225	1	38 mp.	5
23	4	33	10	83	1	88 mp.	5
29	3	18	10	59	1	88 n	4.5
30	0	0	0	0	1	38 n	5
31	5	41	16	129	1	38 n	4

NOTE

1. Nata improvviso la 37 con piccolo nucleo e punti e facole deboli attorno.

2. Impicciolita la 37, nessuna facola, granulazione minuta.

3. Sole facole al posto della macchietta, protuberanze assai deboli.

5—16. Sole senza macchie e senza facole. Protuberanze poche ed in generale deboli e filose.

17. Nulla affatto, cromosfera di altezza uniforme, un poca più alta a 333°.

18—21. Nessuna macchia, poche facole a fagioletti il 18.

22. Getti vivi, bellissimi all'E (82°), che spariscono ad intervalli. Facole e macchie nulla.

22. Nata la 38 con facole attorno al posto preciso dell'eruzione di ieri. Due o tre protuberanze filose e deboli.

25. Aria cattiva, cielo bianchissimo. Cresciuta la 38, non presenta però grande attività.

26. Diminuisce la macchia, non sono più che pochi pori; nessuna facola.

27. La 38 dura ancora assai indebolita.

28—30. La 38 continua a durare non presentando cambiamenti sensibili. Facole nulla, protuberanze sempre poche e deboli, anzi il 30 non ve ne erano affatto.

31. La 38 è un poro. Fili un poco inclinati e vivi all'Est.

SETTEMBBE 1877.

Data	pROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.	Altezza	Largh.a	Area	N.Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
1	4	31	15	118	1	39 p.	1
4	—	—	—	—	1	40 nn.	6
5	2	18	7	62	1	40 mp.	8
6	5	50	18	171	1	40 nmp.	13
7	1	7	2	14	1	40 Nnmp. cresciuta	28
9	—	—	—	—	1	40 mp.	20
11	3	23	8	61	2	40 nmp. 41 p,	16
12	3	24	10	80	2	40 nn. 41 n.	15
13	—	—	—	—	2	40 nn. 41 p.	16
14	7	72	32	355	2	40 nn. 41 pp.	13
15	7	72	34	381	3	40 p. 41 pp. 42 pp.	8
16	4	33	17	124	2	40 all'orlo 41 pp. 42 p.	7
18	—	—	—	—	2	41 p. 42 mp-	5
23	—	—	—	—	0	nulla	0
25	—	—	—	—	1	43 p.	2
28	—	—	—	—	1	43 p.	2
29	5	37	19	137	1	43 p.	0.5
30	5	57	24	318	1	43 pp.	1

NOTE

1. Nata la 39, che è un poro, al posto del getto vivo di ieri; sole facole al posto della 38. Aria vibrante, nubi. Poca roba.

2. Nuvolo, chiusa la 39.

4. Fra le nubi. Nata la 40, che è doppia con piccolo nucleo.

5. Cresciuta la le macchie, solo due protuberanze filose deboli.

6. La 40 cresce ancora, le due protuberanze di ieri si sono mantenute.

7. Aria cattiva. Nessuna protuberanza. Sviluppata bene la macchia, che è divisa in tre, di cui due nucleari.

9. La macchia si è chiusa in una sola ed ha quattro piccoli nuclei, ben separati. Alcuni pori la seguono. Tempo cattivo.

11. Nata la 41 attorniata da facole. La 40 non presenta cambiamento notevole. Nessuna attività sull'orlo del Sole, poche punte vivissime al orlo Ovest.

14. La 40 si avvicina all'orlo, ha ancora due piccoli nuclei. Rimarchevole è la facola vivissima che la circonda, che ha la forma dell'arzilla (Raia maculata). Bel fiammone filoso a 312°.

15. Nato un piccollo poro (42). Fili alti e dritti all' orle ove da 40 si avvicina. Il fiammone alto e filoso di ieri dura ancora. Cromosfera alta al N.

16. La 40 è all'orlo, ove sono dei getti vivissimi. Poca attività.

18—24. Tempo cattivo.

25. Fra le nubi. Nata la 43 con facole.

OTTOBRE 1877.

Data	PROTUBERANZE Num.°	Altezza	Largh.	Area	MACCHIE N. Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
1	6	52	22	180	0	nulla	0
3	2	22	3	33	0	nulla	0
11	4	39	21	204	0	nulla	0
12	3	29	32	313	0	nulla	0
14	1	7	6	42	0	nulla	0
15	2	13	12	78	0	nulla	0
16	2	9	8	36	0	nulla	0
17	1	7	3	21	0	nulla	0
18	—	—	—	—	0	nulla	0
21	1	7	2	14	0	nulla	0
22	4	40	15	144	0	nulla	0
23	5	42	33	308	0	nulla	0
24	2	30	8	80	0	nulla	0
27	—	—	—	—	1	44 Nnmp. bella	20
28	4	39	20	206	2	41 Nmp. cresciuta. 45 mp.	50
29	4	40	14	134	2	44 Nnnmp. 45 mp.	64
31	3	26	25	232	2	44 Nmp. 45 mp.	80

NOTE

1—3. Nessuna macchia, poca attività sull'orlo, le protuberanze in generale filose e molto deboli.

4—10. Tempo cattivo.

11—26. Continua la calma, nessuna macchia, qualche facola i giorni 16, 17, 22 e 24. Anche le protuberanze proseguono ad essere poche e deboli.

27. Fra le nubi, si fa il disegno della 44 nucleare, bella, nata ieri.

28. Sviluppata bene la 44, che ha un bel nucleo grande e molti piccoli; una macchia secondaria la segue. Nata la 45 con facole. Bel cono di fili vivi a 223° che girano vorticosi, cromosfera viva al polo N

29. La 44 è cresciuta, ed anche i due nuclei della secondaria. Il nucleo principale ha una lingua che lo intacca, ma non molto. I disegni di questa macchia sono stati spediti alla Società degli Spettroscopisti. Cresciuta anche la 45. All'orlo continua la calma.

30. Aria pessima, Il nucleo non presenta moto vorticoso la lingua e più inoltrata, è a metà: Cromosfera a punte vive, bel cumulo di fumo a 295°, che è la sola protuberanza di quest'oggi.

NOVEMBRE 1877.

Data	PROTUBERANZE Num°.	Altezza	Largh.ª	Area	MACCHIE N.° Gr.ᵖ	Descrizione	Area in mill. quadr.
2	5	41	10	90	2	44 Nmp. 45 nmp.	74
3	3	32	7	75	2	44 Nmp. 45 mp.	45
4	4	30	20	139	2	44 Nmp. 45 pp.	37
5	4	28	21	153	2	44 N. 45 pp.	33
6	1	7	2	14	1	44 n.	15
7	6	45	20	145	1	44 n all' orlo.	7
8	3	22	6	48	0	nulla	0
9	—	—	—	—	0	nulla	0
10	—	—	—	—	0	nulla	0
16	2	17	6	57	1	46 mp.	3
17	4	42	10	109	1	46 pp.	2
18	4	28	15	110	1	46 pp.	1
19	3	26	11	96	0	nulla	0
20	—	—	—	—	0	nulla	0
22	4	34	17	143	1	47 n.	4
24	—	—	—	—	1	47 nn. sviluppata	20
26	3	31	7	69	1	47 Nnmp.	39

NOTE

2. La 44 conserva ancora la lingua, nessun cambiamento nella 45, che sono molti punti. Cromosfera assai bassa, nessuna attività sull' orlo.

3. Aria buona. Il nucleo della 44 è raggiato, essa è diminuita come è pure la 45. Protuberanze, appena 3 pennacchi molto deboli.

4. Reticolato rosso ammirabile dentro al circolo del nucleo della 44; che ha moto rotatorio. La 45 sono due pori. Cromosfera bassa.

5—6. Facole intorno la 44, la 46 si è chiusa. Cromosfera a punte vive a 33° il 5. Domina sempre gran calma all' orlo.

7. La 44 è vicina all'orlo, e a 260° posto preciso ove essa tramonta vi sono getti vivissimi, a 9ʰ 30 non sono molto alti, ma poco dopo cominciano a crescere e camciano di forma a vista, che sono varie e belle. Si prosegue ad osservare fino al tramonto del sole (4ʰ 15p.). poi si lascia. La macchia, a 2ʰ e mezzo p. non era ancora all' orlo. Dei disegni se ne è spedita copia alla Società degli Spettroscopisti.

8. Cromosfera più viva al posto della 44. Protuberanze quasi nulla.

9—15. Tempo cattivo.

10. Nata la 46, che sono pochi punti. Una sola protuberanza filosa e debolissima.

17—20. Prosegue la calma, la 46 il 18 sono due pori che l'indomani sono chiusi. Anche le facole sono scarsissime.

22. Aria pessima. Nata la 47 con nucleo.

24. Nebbia e veli, impossibile l'osservazione, cresciuta la macchia, che è forse la 44 di ritorno.

26. La 44 ha un bel nucleo, sviluppate anche le macchiette che la seguono. Due sole protuberanze. Mancanza assoluta di facole in questi ultimi giorni.

DICEMBRE 1877.

Data	PROTUBERANZE Num°.	Altezza	Larg.ª	Area	MACCHIE N.°Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
5	—	—	—	—	0	nulla	0
7	0	0	0	0	0	nulla	0
12	4	34	17	129	0	nulla	0
16	5	39	14	111	0	nulla	0
18	3	18	5	30	0	nulla	0
20	4	37	13	115	1	48 n con facole intorno	3
22	5	49	38	417	1	48 n id. id.	3
23	2	23	4	46	1	48 n.	1.3
28	—	—	—	—	0	nulla	0
29	4	40	22	226	0	nulla	0

NOTE

7. Tempo cattivo fino ad oggi, in cui il Sole è in perfetta calma, non vi sono ne protuberanze, ne macchie.

12. Prosegue la calma, solo qualche fiamma che non è più viva della cromosfera.

16. La cromosfera non è molto alta, ma è formata di gruppetti di fiammelle ben definite. Macchie e facole nulla.

20. Nata la 48, con molte facole intorno, cromosfera a puntarelle, protuberanze poche e deboli.

22—23. Il 23 la 48 è un poro. Prosegue la calma.

24—28. Tempo cattivo. È manifesta la pochissima attività nel sole, sebbene la stagione, come al solito di questo mese, non sia stata buona.

COMUNICAZIONI

Armellini Prof. Tito. — *Perfezionamento del telefono.* — Il ch. sig. prof. Tito Armellini indicò i risultati degli studi da lui fatti unitamente al signor cav. Placido Sabatucci, onde perfezionare il telefono, rendendone assai più intensa la voce. Ciò è stato dai suddetti ottenuto trasformando il telefono magnetico–elettrico di Bell in un apparecchio simile ma elettro–magnetico; al cui cilindro centrale fu sostituito un fascio di sottilissimo filo di ferro dolcissimo. Al polo di esso fu applicata una grande lamina di ferro posta in un grande cilindro di legno. Per tal modo il telefono elettro-magnetico riesce un ottimo apparecchio tanto trasmettitore quanto ricevitore delle parole e dei suoni, che sono anche assai più rinforzati, sostituendo un microfono al telefono ricevitore. Di questo microfono ancora indicò i perfezionamenti ottenuti dal sullodato sig. cav. Placido Sabatucci, adattando sopra membrane carboni di particolari qualità. Accennò ad un altro telefono originalissimo a forma di grosso cilindro di ferro stagnato, alle cui pareti, tanto a quella piana del fondo, quanto alle cilindriche, applicato un forte elettromagnete, se ne traggono suoni fortissimi. Tale telefono poi associato ad un rocchetto di Rumkorf riesce un istrumento fragoroso, che potrebbe divenire un telegrafo acustico a segnali di varia durata, analoghi alle linee lunghe e brevi del telegrafo Morse. Parlò infine della teoria delle vibrazioni molecolari e delle loro relazioni con la corrente elettrica.

De Rossi Prof. M. S. — *Presentazione e resoconto di un suo opuscolo.* — Il prof. cav. Michele Stefano de Rossi presentò all'Accademia l'opuscolo da lui testè pubblicato col titolo: *Il microfono nella meteorologia endogena,* che contiene la relazione degli studii e degli esperimenti da lui fatti per ascoltare, mediante il microfono e il telefono, le vibrazioni minime ed insensibili del suolo, rivelanti l'attività interna tellurica. In questa occasione egli svolse all'Accademia le sue ulteriori esperienze fatte dopo la pubblicazione suddetta, le quali concordano colle antecedenti. Oltre a ciò riferì come gli pervengano continuamente lettere di scienziati, che essendosi occupati a sperimentare il microfono ed avendo avvertito misteriosi suoni, senza pensare alla possibilità della loro origine tellurica, godono di aver trovato nelle sue esperienze la spiegazione certa degli strani fenomeni da loro osservati. Finalmente riferì d'aver profittato degli importanti progressi ottenuti dal Sabatucci e dall'Armellini nell'ingrandimento dei suoni; ed essere così riuscito a rendere fragorosi i massimi dei verificati romori tellurici, e perciò udibili a molta distanza.

Lanzi Dott. M. — *Presentazione e resoconto di un suo lavoro.* — Il Dottor Matteo Lanzi presentò all'Accademia un suo lavoro pubblicato negli Atti della Società Belga di Microscopia, della quale è socio. Con esso dimostra che i singoli individui della grande famiglia delle Diatomee, sebbene siano giustamente considerati quali alghe unicellulari; tuttavia in alcune

specie molto spesso si vedono riuniti in vita gregaria mediante una sostanza plasmatica simile ad un muco gelatinoso privo di colore, che li collega insieme e ne costituisce un *tallo*. Questo ora ha forme proprie e determinate, ora è amorfo; e perciò egli lo distingue in *tallo definito* ed *indefinito*. Viene quindi a parlare della origine di esso, del modo di sua formazione, degli usi fisiologici a cui è destinato quale organo di vegetazione, appoggiandosi ad alcuni fatti da lui recentemente osservati. Passa in fine a dire del valore tassonomico del tallo, considerato quale carattere distintivo, citando varii argomenti di fatto ed osservazioni, dalle quali è dimostrato come in Diatomologia qualunque distribuzione metodica e le stesse frasi diagnostiche di alcuni generi basate sulla forma definita o no di un tallo, dovrebbero sempre essere bandite, ritenendole per vere ed immancabili fonti di errori.

Ladelci Prof. F. – *Presentazione e riassunto di un' opera del ch. sig. prof.* A. Todaro *di Palermo*. – L'Accademia dei Nuovi Lincei ha ricevuto in dono dal chiarissimo Professore di Botanica in Palermo il Sig. Antonio Todaro un suo particolare lavoro che ha per titolo « Relazione della cultura dei cotoni nell' Italia, seguita da una monografia del genere *Gossypium*, per servire d'illustrazione alla raccolta dei cotoni presentata alla esposizione di Parigi nell' anno 1878, a cura della direzione della agricoltura. »

Quest' opera del prelodato P.r Todaro, compresa in 287 pagine, è pregevolissima per la storia della cultura dei cotoni in Italia; per l'erudizione che in essa ritrovasi delle opere degli altri Botanici che hanno già trattato, sebbene incompletamente questo stesso soggetto; per la provenienza delle diverse specie di questo genere dall' autore ricevute, sia in semenze, sia in esemplari, dalle varie regioni dell'Asia, dell'Africa, delle Indie orientali, del Messico, dell'Australia, come ancora dalle isole Celibi, di Timor, di Waigin, di Barbados, di Sandwick, di Taiti, di Ceylan . . . . . . Sopra ogni altra cosa però la suddetta opera rendesi pregevolissima per l'accurata litografia, con la quale l'Autore descrive i caratteri differenziali di ciascuna specie componente il detto genere *Gossypium*, per la quale risulta essere questo composto da ben 54 specie sino ad oggi cognite, oltre le varietà dovute alla diversità dei climi, delle esposizioni, e delle terre ove vengono coltivate. La massima parte di queste specie sono state dallo stesso Professore coltivate nel giardino botanico di Palermo, ove il caldo clima è favorevole alla completa vegetazione di queste piante, e così, con la sua somma perizia nella scienza botanica ha potuto aggiungere 21 specie componenti il detto genere, o nuove per noi, o che venivano confuse con le altre.

È inoltre la detta opera illustrata da un atlante composto di 12 tavole in foglio, ove sono rappresentate, in ottima cromo–litografia, ed in grandezza quasi naturale, 35 delle dette specie. Chi conosce l'utilità somma, che la società ritrae da questa sola pianta per il consumo grandissimo che si fa nel commercio del cotone, che essa somministra dai semplici filamenti

aderenti ai semi, può rilevare sempre meglio l'importanza, e l'utilità somma della detta opera del P[r]. Todaro, rendendosi essa doppiamente pregevole sia per la parte scientifica, sia per la parte industriale; essendo che il clima, specialmente della parte meridionale dell'Italia, molto bene si presta ad ottenere questo prezioso prodotto, qualora le circostanze commerciali siano a questa industria favorevoli. Per le addotte ragioni al chiarissimo professore Todaro l'Accademia dei Nuovi Lincei deve i meritati elogi, congratulazioni, e ringraziamenti.

Fr. Prof. Ladelci.

Cialdi Commend. A. – *Presentazione di una sua memoria.* – Il sig. Commend. Alessandro Cialdi presentò all'Accademia una sua estesa memoria intitolata: *Il porto di Genova ed il voto del consiglio superiore dei lavori pubblici innanzi alla scienza ed all'arte.*

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

1. Annunzio di due dolorose perdite avvenute fra i più distinti membri dell'Accademia per la morte degli illustri professori P. Domenico Chelini delle scuole Pie, socio ordinario, e Gian Giuseppe Bianconi di Bologna, socio corrispondente della nostra Accademia.

2. Relazione sull'operato dalla Commissione Accademica per l'erezione in Roma di un monumento alla memoria del P. Angelo Secchi. Questa si adunò più volte a fine di promuovere e riattivare per il detto scopo la raccolta di offerte rimasta sospesa durante le vacanze estive ed autunnali; diramando a tal uopo nuova circolare, seguita dalla nota delle offerte già ricevute.

3. Lettera del ch. D. Ferdinando dei principi del Drago al segretario per ringraziamento della nomina di socio aggiunto conferitagli dalla nostra Accademia.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Ordinari. — Comm. A. Cialdi, Presidente – Prof. T. Armellini – Conte F. Castracane degli Antelminelli. – Comm. C. Descemet – P. S. Ferrari – Dott. M. Lanzi – Dott. D. Colapietro – Prof. F. Ladelci – P. G. Foglini – Prof. A. Statuti – P. F. Ciampi – P. G. Lais – Cav. G. Olivieri – Cav. F. Guidi – P. F. S. Provenzali – D. B. Boncompagni – Prof. M. S. de' Rossi, Segretario.

Onorari. — D. Vespasiani – Monsig. Vannutelli – Can.[co] E. Fabiani.

Aggiunti. — Prof. Odoardo Persiani – Prof. Bonetti – Prof. E. Zama Prof. G. Giovenale – Prof. G. Tuccimei.

La sessione aperta legalmente alle 2 $\frac{1}{2}$, fu chiusa alle 8 pom.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti della R. Accademia delle scienze di Torino pubblicati dagli Accademici Segretari delle due Classi. Vol. XIII, Disp.* 5—8. (*Marzo* 1878). — Stamperia Reale di Torino di G. B. Paravia e C. In 8.°
2. *Atti della R. Accademia dei Lincei Anno CCLXXIV* 1876—77, ecc. — Roma, coi tipi del Salviucci 1877. In 4.°
3. *R. Accademia dei Lincei. Tornata del* 4 *febbraio* 1877 *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, presieduta dal comm. Q. Sella.* —— *Seduta del* 18 *febbraio* 1877 *presieduta dal conte Terenzio Mamiani.* —— *Tornata del* 4 *Marzo* 1877 *presieduta dal comm. Q. Sella.* —— *Tornata del* 7 *aprile* 1878 *presieduta dal Cav. Q. Sella.* —— *Tornata dell'*8 *aprile* 1877 *presieduta dal comm. Q. Sella.* —— *Adunanza generale delle due Classi riunite, del* 5 *maggio* 1878, *presieduta dal C. Q. Sella.* —— *Tornata del* 19 *Maggio* 1878, *presieduta dal conte T. Mamiani.* —— *Tornata del* 16 *Giugno* 1878, *presieduta dal conte T. Mamiani.* — Roma, 1878 — Tip. Eredi Botta.
4. *Atti della R. Accademia dei Lincei anno CCLXXV,* 1877—1878, *Serie Terza,* (Memorie *della classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali, Volume II. Dispensa prima.* — Roma coi Tipi del Salviucci 1878. In-4.°
5. *Atti del reale Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti, dal Novembre* 1877 *all'Ottobre* 1878, (*Tomo Quarto, Serie Quinta, Disp.* 5—9). — Venezia ecc. Tip. di G. Antonelli, 1877—78.
6. *Atti dell'Accademia Gioenia di Scienze naturali in Catania Serie Terza*, *Tomo* 11—12. — Catania, Tipografia C. Galatola nel R. Ospizio di Beneficenza 1877.
7. *Abhandlungen der Mathematisch-Physikalischen classe der königlich bayerischen, Akademie der Wissenschaften ecc.* — München, 1878, Verlac der K. Akademie in commission bei G. Franz,
8. *Almanach der koeniglich Bayerischen Akademie der Wissenschaften for Das jahr* 1878. — München, Verlac der K. B. Akademie der Wissanschaften. In 8.°
9. *Annual report of the department of mines, new south Wales, for the year* 1876. — Sydney, Charles Potter, Acting Government printer, 1877. In 4.°
10. *Atti della Academia Olimpica* di *Vicenza.* — Secondo semestre 1877—78, Vol. VIII—XII. — Vicenza, Tip. Reale - Glr. Burato 1878. In 8.°
11. BUSIRI (Andrea). — *Progetti del nuovo coro, presbiterio e dipendenze dell'Arcibasilica Lateranese, grandi lavori sinora eseguiti, scoperta dell'antica casa dei Laterani, rilievi dell'Absida e portico Leoniano, restauro dell'Absida Costantiniana, suo trasferimento meccanico, e conservazione.* —— *Illustrazione del progetto e disegni sul trasferimento meccanico e totale conservazione dell'Absida Lateranese.* — Roma Tipografia Tiberina ecc. 1877. In 8.°
12. *Terza ed ultima parte della quattordicesima rivista di giornali, ecc.* — Venezia, Tipografia Antonelli 1878. In 8.°
13. BERTIN (L. E.) — *Note sur la ventilation de l'Annamite, ecc.* — Paris, ecc.
14. *Bullettin de l'Académie Impériale des sciences de St.-Pétersbourg ecc.* T. XXIV. N° 4 et dernier. — T. XXV, N.° 1—2. — Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences, ecc. In 4.°
15. *Bulletin de la Société impériale des naturalistes de Moscou*, *ecc.* — N.° 1—4. — Moscou, Alexandre Lang, Libraire, Commissionaire de la Société, 1878. In 8°.
16. *Bullettino Meteorologico dell'osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri ecc.* — Vol. XII, — 30 Settembre, 30 Novembre, 31 Dicembre 1877. Num. 9, 11, 12. Vol. XIII, 31 Gennaro 1878, Num. 1.
17. *Bullettino dell'Osservatorio della Regia Università di Torino.* — Anno XII, 1877. In 4.°
18. *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche pubblicato da B. Boncompagni, ecc.* — Tomo XI. — Giugno, Agosto, Settembre 1878. — Roma, ecc., 1878.
19. *Climate of new south Wales ecc.* — Sydney, Charles Potter ecc. 1878. In 8°.
20. *Cronica Cientifica periodico quinc. nal, ecc.* — Año I, Num. 13, 10 Julio 1878. — Barçelona. In 8.°
21. CIALDI (Alessandro). — *Il porto di Genova*, *e il voto del Consiglio Superiore dei lavori pubblici innanzi alla scienza ed all'arte, ecc.* — Milano. Lit. e Stamp. degl' Ingegneri. In 8°.
22. *L'elettricista, rivista mensuale*, *ecc.* di Lamberto Cappanera, — Anno I, Num. 1—2. Firenze, ecc. 1878. In 4.°
23. *L'elettricista, rivista di scienze fisiche e loro applicazioni, ecc.* — Vol. II, Num. 4—16, 1878. — Firenze, ecc. In 8°.
24. *L'elettricista* — *La Natura, rivista di scienze fisiche e naturali,* di Lamberto Cappanera. Firenze, ecc. 1878. In 8°.
25. DORNA (Alessandro). — *Maniera di trovare le formole generali del calcolo della Parallasse, ecc.* — Stamperia reale di Torino, 1878. In 8°.
26. DE-NEGRI (Antonio e Giovanni). — *Di una falsa porpora trovata in Roma, ecc.* — Genova, Tipografia del R. Istituto Sordo-muti, 1878. In 8°.

27. DENZA (Francesco). — *Studi della Climatologia, della Valle D'Aosta. ecc.* — Torino, Collegio Artigianelli, ecc. 1877. In 8.°
28. DE ROSSI (Michele Stefano). — *Il Microfono nella Meteorologia Endogena, ecc.* — Roma, Tipografia della Pace, 1878. In 8.°
29. FERRARI (G. St.) — *Meteorologia Romana, ecc.* Roma, ecc. 1878. In 4.°
30. GILBERT (Ph.) — *Sur l'extension aux mouvements plans relatifs, de la méthode des normales et des centres de courbure, ecc.* — Bruxelles, 1878. In 8.°
31. *Journal and proceedings of the Royal Society, of new south Wales*, 1876, Vol. X. — Sydney, Charles Potter, ecc. 1877. In 8.°
32. LANZI (M. le D. Mathieu). — *Le thalle des Diatomées, ecc.* — Bruxelles, ecc. 1878. In 8.°
33. *L'economista di Malta.*
34. *Mémoires de la Société, des Sciences ecc.* — 2 Serie, Tom. II. Paris, ecc. 1878. In 8.°
35. MORSOLIN (Bernardo). — *Giangiorgio Trissino, o Monografia di un letterato del secolo XVI.* — Vicenza, ecc. 1878. In 8.°
36. *Mémoires de la Société Nationale, des sciences naturelles de Cherbourg, publiés sous la direction de M. Auguste Le Jolis ecc.* — Tome XX, (Deuxième Série, Tome XI.) — Paris, ecc. 1878. In 8.°
37. *Monatsbericht der königlich preussischen Akademie der wissenschaften zu Berlin.* — Januar—August 1878. — Berlin, ecc. 1878. In 8.°
38. *Mineral Map. and General Statistics of new south Wales, Australia.* — Sydney, ecc. 1876. In 8.°
39. *Osservazioni Meteorologiche, fatte nelle stazioni Italiane presso le alpi e gli appennini, e pubblicate per cura del Club Alpino Italiano.* — Anno VII, Num. 3—11, Febbrajo—Ottobre 1878. — Torino ecc. In 8.°
40. *Polybiblion — Revue Bibliographique Universelle, partie littéraire ecc.* — Cinquième Livraison, Juin—Novembre. — partie Technique, Mai—Novembre — Paris, ecc. 1878. In 8.°
41. MATTEI (Conte Cesare). — *Elettromiopatia, Scienza Nuova, che cura il sangue e sana l'organismo. ecc.* — Casale Monferrato, ecc. 1878. In 8.°
42. *Rivista Scientifico-Industriale compilata da* Guido Vimercati. — Anno X, Giugno 1878. Firenze, ecc. 1878. In 8.°
43. *Rassegna Semestrale delle Scienze Fisico-naturali in Italia.* Anno II, 1876. Vol. III e IV. — Firenze, ecc. 1878. In 8.°
44. *R. Comitato Geologico d'Italia.* — Bollettino N. 3—10, Marzo—Ottobre 1878. — Roma Tipografia Barbèra 1878. In 8.°
45. *Rassegna Medico Statistica, della città di Genova.* Anno V, N. 1—8, Gennajo—Agosto 1878.
46. *Rendiconto delle Sessioni dell'Accademia delle Scienze, dell' Istituto di Bologna.* — Anno Accademico 1877—78. — Bologna ecc. 1878. In 8.°
47. *Stecche adattabili porose di Ahl, ecc.* — Roma, ecc. 1878.
48. *Sur les points multiples des Involutions supérieures, ecc. — Sur quelques propriétés de l'invariant quadratique simultané, de deux formes Binaires, ecc. — Note sur l'extension des théories de l'involution et de l'homographie par* M. C. Le Paige. — Bruxelles, ecc. 1877. In 8.°
49. STOPPANI (Antonio). — *Carattere marino dei grandi Anfiteatri Morenici dell' alta Italia, ecc.* — Milano, ecc. 1878. In 8.°
50. SERPIERI (A.) — *Alcune esperienze sul Telefono, ecc.* — Milano, ecc. 1878. In 8.°
51. TODARO. — *Relazione sulla Cultura dei Cotoni in Italia, ecc.* — Roma ecc. Milano, ecc. 1878—79. In 8.°
52. *Temi di premio proposti dal reale Istituto veneto, ecc.* — Venezia, ecc. 1878. In 8.°
53. *The progress and resources of new south Wales, by Charles Robinson, Esq. ecc.* — Sydney ecc. 1878. In 8.°
54. ULRICH (Prof. Dr. Axel Sigfrid). — *Jahres-Bericht des Schwedischen heilgymnastischen institutes in Bremen, ecc.* — Bremen, ecc. 1878. In 8.°
55. *Verhandlungen und Mittheilungen des Siebenbürgischen vereins für naturwissenscaften in Hermannstadt.* — XVIII Jahrgang. — Hermannstadt, ecc. 1878. In 8.°
56. *Württembergische naturwissenschaftliche Jahreshefte, ecc.* — Siebenundzwanzigster Jahrgang. Erstes Heft Zweites und drittes Heft. — Achtundzwanzigster Jahrgang, Erstes Heft Zweites und drittes Heft. — Neunundzwanzigster Jahrgang, Erstes Heft Zweites und drittes Heft. — Einunddreissigster Jahrgang, Erstes und Zweites Heft drittes Heft. — Dreissigster Jahrgang, Erstes Heft Zweites und drittes Heft. — Vierunddreissigster Jahrgang, Erstes und Zweites Heft drittes Heft. — Stuttgart, ecc. 1878. In 8.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE IIª DEL 19 GENNAIO 1879

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. ALESSANDRO CIALDI

MEMORIE E NOTE
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

I DUE ORTI BOTANICI VATICANI
NOTA
DEL P. GIUSEPPE LAIS

La varietà dell'apprezzamento ed interpretazione data ad alcuni fatti primitivi dagli scrittori che si occuparono di priorità nella storia degli Orti Botanici Italiani, ha dato origine a diverse opinioni munite dell'appoggio di un grado più o meno eminente di probabilità. Così dell'orto padovano alcuni assegnano il principio all'anno 1533, altri al 1535, altri al 1540, altri al 1545, ed in diverse sentenze piegarono il Bauhino, il Tournefort, l'Aller, Linneo, Castelli, ed il Devisiani. Quelli che ne assegnano l'anno 1533 prendono per punto di origine la fondazione della cattedra di botanica: alcuni partono dal grado di pubblicità della prima raccolta di piante, altri dal riconoscimento dello stato, che a proprie spese segue l'iniziativa del professore insegnante; così si avvicinano le due più estreme date del 1533 col 1545, e nessuna merita censura, perchè la cattedra istituita nel 1533 trasse con se un primo nucleo di formazione d'orto botanico, che per essere stato creato in ajuto della cattedra era può dirsi semipubblico, e che in seguito andò svolgendosi e perfezionandosi.

Infatti Francesco Buonafede padovano, che occupò la cattedra dei semplici per decreto pubblico ivi fondata nel 1533 collo stipendio di 120 fiorini, fu poi stipendiato con un accrescimento di 120 a 180 tre anni appresso, perchè potesse più agevolmente da ogni parte raccogliere erbe e piante, il cui uso doveva pubblicamente spiegare (1); ma un professore non potea sostenere le spese a ciò necessarie, ed ecco la necessità dell'orto botanico riconosciuta, ed il soccorso del senato veneto, che nel 30 Giugno 1545 ordina a pubbliche spese la l'accrescimento dell'orto, e questa data segna l'epoca del maggiore sviluppo ed incremento che potesse accogliere. Quindi è, che secondo l'una data o l'altra o le intermedie da me considerate, è da preporsi l'orto Padovano a quello di Pisa, che fu costituito l'anno 1544 da Luca Ghini, chiamato alla sua fondazione. E se il merito di aver fatto progredire la scienza di un nuovo passo è da rifondersi più in chi ne ha dato le prime mosse, che in quello, che ne ha seguito l'esempio, e ne ha favorito l'ampiazione, all'orto pisano il padovano sarebbe da anteporsi.

Una cattedra di botanica sorta in que' tempi, ne' quali il lodevole spirito d'osservazione s'innestava allo studio dei classici antichi, reclamava fin da principio un orto botanico rudimentario, che avesse somministrato i materiali necessarii all'insegnamento sia teorico che pratico. Così è, che noi vediamo che in Bologna all'orto botanico precedette un viridario per l'insegnamento di quella scienza, e che l'orto di Firenze, quando fu terminato, ebbe il Ghini per primo dimostratore dei semplici.

Secondo questo modo di vedere altrettanto dovremmo dire essere avvenuto in Roma all'epoca della prima istituzione della cattedra di botanica, la quale, per esser di lungi più antica di tutte le altre, deve aver recato con se il più antico rudimentario orto dei semplici *Ad declarationem simplicium*, nelle letture di botanica tenute nella Romana Università.

Che l'onore della prima cattedra di botanica sia riserbato a Roma, e che Giuliano da Fuligno, sia stato primo docente lo ha mostrato il Renazzi (2) nei ruoli della Romana Università del 1514. « Una tal notizia, egli dice, quanto certa per l'autorità del documento d'onde risulta, tanto sin ora a tutti ignota, quel nuovo splendidissimo lustro arreca all'Università Romana, e come dà sempre maggiore rilievo alle provvide cure del di lei insigne Restauratore e Amplificatore Leone X! Taccia dunque il Facciolati sempre impegnatissimo ad esaltare ogni pregio della sua università patavina, poichè

(1) Mazzuchelli. Scrittori Italiani. Tomo II, p. III, pag. 1540.
(2) Renazzi l'Archiginnasio della Sapienza. Vol. 2. pag. 65.

in Roma vedesi introdotta la pubblica lettura di Botanica molto innanzi che in Padova, dove non s'incontra sino all'anno 1533. Qualche anno avanti, cioè nel 1527 al riferire del Ch. Com. Fantuzzi, si ebbe nell'Università di Bologna una lezione anche di Botanica; ma oltrechè fu essa straordinaria, il primato nell'introduzione di tal lettura rimane sempre a gloria della Romana Università ».

Quanto al fatto di un orto botanico vaticano annesso alla cattedra della quale si ragionò, abbiamo autori che ne hanno parlato, ed un Bonelli (1) che a tessuto ben anche un elenco dei custodi dell'orto e dei docenti uni. versitarii, di cui nella presente memoria. Ma quel elenco è incompleto, e manca principalmeute di ciò che maggiormente c'interessa, cioè della sua antichità, per il confronto cogli altri stabilimeuti di egual genere. Fino ad un certo punto possiamo ravvicinare la sua esistenza con quella del padovano e pisano. Perocchè se nel 1587 secondo il Bonelli l'amministrazione di quell'orto era stata data al Bono botanico e docente universitario, dobbiamo ammetterne già l'esistenza se non nel primo precettore Giuliano dell'anno 1514, almeno nel successore di questo e predecessore del Bono, che fu Giuseppe Cenci; che dal 1539 al 1548 tenne quella cattedra, con che si ha già quanto basta a dare all'orto un vanto di antichità eguale agli altri. Ma vi ha di più. (2) L'interpretazione più facile di un testo della vita del Pontefice Nicolò Quinto registrata negli annali muratoriani (3) c'induce a credere aver cotesto Pontefice fatto qualche cosa di simile ad un orto botanico, imperocchè si scrive così *Primo enim ab inferiori Palatii parte magnus pulcherrimusque hortus cunctis herbarum atque omnium generibus refertus*. Potrebbe credersi qui indicato un luogo di delizie più che un apparecchio allo studio di botanica, ma come spiegare le ultime parole che suonano per una ragguardevole collezione? Certamente che i generi di tutte le piante non potevano costituire qualche cosa di per se essenzialmente delizioso, perchè la scelta e la disposizione, e non la sola molteplicità forma il

(1) Hortus Botanicus. Edizione del 1772 in foglio con tavole colorate.

(2) Una menzione specialissima pel ristoramento dell'orto vaticano è dovuta all'insigne naturalista Michele Mercati, che la s. memoria di S. Pio V applicò alla cura di quell'orto come ne parla la vita scritta del Majella. Dall'archivio secreto vaticano sotto la rubrica. *Politicorum* d. 77. p. 2. abbiamo una data storica importante per il fornimento dell'orto vaticano. che mi piace qui trascrivere. Eccola. 1571, 10 Marzo. Ordine del Card. D. Michele Bonelli a tutti i guardiani, ed altre persone da campo, et a Portiana di non molestare, anzi prestare ogni opera a Mons. Michele Mercati semplicista di N. S. che va a far provisione di piante di semplici ed a cavarle da vari luoghi.

(3) Muratori. Scriptor. Rerum Ital. Vol. III. part. 2. pag. 933.

bello: e che bellezza di grazia potevano produrre le piante esotiche colle ortive? La vita poi di quel gran Pontefice inteso a cose utilissime e profittevolissime per la scienza letteraria non dà luogo a sospettare, che suo intendimento fosse di formare un luogo di delizie, e nulla più.

Non mancano poi gravi sospetti, che alla coltura di piante esotiche a modo di orto botanico in Roma, si fosse dedicato Simone Ianuense o da Cordò, che fu medico e suddiacono di Nicolò IV (1288–1292), e scrisse tra le altre cose un repertorio di rimedii iutitolato *Clavis sanationis*, dove è detto del modo di allevar piante e trasferirle da luogo a luogo. Sembra che Alfonso Decandolle arrivasse a qualche notizia più positiva, perchè il celebre naturalista fu richiesto per lettera dal Prof. Sanguinetti sulla verità dell' asserzione, e sulla fonte della notizia; ma troppo tardi, chè in quella lettera conservata dal Ch. Prof. Scalzi Medico primario dell' Ospedale di S. Spirito in Sassia, della quale per suo favore mi ha dato lettura, si scusava di non poter soddisfare alla sua ragionevole dimanda, chè il lungo tempo passato dalla ricerca alla richiesta (trent' anni circa) avea posto il Professore nella inabilità di ricordare l'opera e l' autore, e chiudeva la lettera con quelle informazioni, che di questo autore avevano scritto il Tiraboschi nel Vol. IV. p. 151 e 200 della sua storia della letteratura, e il Meyer nel Gerchicte der Botaniche. Vol. 4, pag. 160–167.

Si raccoglie da questo, che l' origine del 1° orto vaticano deve ricercarsi nella più grande antichità, ed al disopra delle epoche che segnano le date di costruzione degli altri orti botanici d'Italia.

Quale fosse il luogo occupato nell' area dei giardini vaticani, il Lancisi, nella prefazione che accompagna la pubblicazione della Metalloteca di Michele mercati pag. XV, indica il giacimento dell' orto presso il luogo occupato da quel celebre monumento, cioè l' impluvio del Museo Pio Clementino, come si raccoglie dalla poesia del Carega in lode di Michele Mercati, e da quello, che questi medesimo dice nell' opera della Metelloteca all'Armario X cap. III. Il Lancisi ne parla così. « Etenim locus theatri instar longitudi-
» nis ubi major est ambitus palmorum 150 et amplius, latitudinis vero 16
» Horto medico ad austrum imminet, Villamque Pii IV per fenestras ad
» africum prospectat. »

Il Museo Pio Clementino corrisponde secondo il Bonanni all' atrio ornato da Pio IV delle statue del Laocoonte, Apolline e Venere, e trovandosi fatta menzione della prima di queste opere d' arte nei versi del Carega, per indicare il luogo della celebre Metalloteca, veniamo in cognizione particola-

reggiata del luogo al Sud del quale, dobbiamo rinvenire l'orto medico menzionato dal Lancisi. L'area che racchiude i requisiti di prossimità ed orientazione può stimarsi nella vaticana topografia quella parte dell'antica Villa Innocenziana, che forma oggi il giardino della Pigna, a meno che non voglia supporsi nelle vicinanze del palazzetto di Pio IV, come farebbe credere l'Ab. Gaetano Marini, (1) sebbene in grado di minore propinquità: e questo dovette essere il teatro delle prime osservazioni e dei primi botanici sperimenti.

L'elenco dei docenti botanici posto in calce della presente memoria, mostra il tramonto dell'orto botanico sotto il Panarola ed il Sinibaldi, cui tenne dietro una nuova aurora, il rinascimento cioè del 2.° nuovo orto botanico sorto sul colle vaticano per cura del botanico Mons. Filippo Luigi Gilii; il quale cominciò a studiare la natura e la proprietà di alcuni vegetabili non indigeni del nostro suolo, in un piccolo giardino situato alle radici del monte Giannicolo; finchè non gli venne aperta la strada a sperimentare e studiare in un campo più vasto, che fu un area situata sul colle vaticano. Ecco come egli stesso ci descrive la cosa. « L'elegante forma nella quale vedesi ridotto al presente questo nostro giardino, per l'acquisto che abbiamo fatto di uno più grande e migliore situato alla falda orientale del colle vaticano, di assoluta proprietà della R. Fabbrica di S. Pietro, lo dobbiamo a Mons. Giovanni Bufalini, che essendo attualmente economo della medesima Reverenda Fabbrica, si compiacque a nostra istigazione così di ridurlo, con toglierne via alcune semidirute fabbriche non ad altro buone se non ad occupar terreno, ed a privare lo stesso giardino di quella amena apertura nella quale vedesi ora restituito; e siccome un qualunque giardino od orto che sia, di questa natura, e tutto dedicato alle botaniche osservazioni, merita di essere con qualche particolar nome conosciuto; così col nome di Orto Vaticano-indico ci è piaciuto di distinguere il nostro, avendo riflesso ed al luogo della sua situazione per molti capi celebratissimo, ed alle piante che in esso coltiviamo indigene la maggior parte delle indie sì orientali che occidentali. » (2)

Le particolarità che si raccolgono dalla descrizione, limitano la giacitura del giardino descritto a quella parte dell'area orientale del monte vaticano racchiusa tra la via della tribuna, e le vie della zecca e del mosaico, che ne formano il confine; e posso aggiungere, che lungo la via del mosaico si trova una piccola zona di terreno di proprietà un tempo della R. Fab-

(1) Lettera edita e diretta a Mons. Giuseppe Muti Papazzurri già Casali. Roma 1798. Tip. Puccinelli.
(2) Osserv. Fitologiche. Roma 1790.

brica di S. Pietro, oggi della Eccellentissima Casa del Duca Fiano, ad uso di vaccheria, dove prospera tutt'ora una bella Palma, e si veggono piccoli arbusti avanzi di un viridario, che dalla giacitura conviene benissimo colla posizione dell'Orto Vaticano–indico del Gilii. Col materiale raccolto in Roma ed in lontani paesi, Mons. Gilii col socio di studio Gaspare Suarez, intrapresero un corso di osservazioni fitologiche su di alcuni esotici vegetali, ragionando della coltivazione di ciascuno di essi adattata al nostro clima, e delle loro proprietà ed usi nella medicina e nella domestica economia. Ottennero dal Ruiz, la più scelta parte delle esotiche piante e si servirono dell'opera del P. Cesare Majoli per la pubblicazione dei loro disegni. In tal modo le effemeridi letterarie di Roma del 1788, 89, 91, 93 furono arricchite dai sudori di questi due dotti ed abili osservatori.

Dopo la totale scomparsa dei materiali scientifici che arricchirono il Vaticano di due orti botanici, sarebbe utile alla storia della scienza ricomporre con notizie apprese sù codici o su libri l'elenco delle piante allevate in ambedue gli orti vaticani. Cotesto desiderio, che mi è venuto meno pel 1°, non mi è riuscito vano pel 2°, chè svolgendo le memorie manoscritte del Gilii, conservate nella Vaticana, ho trovato tre elenchi, che ordinati per lettera s'inseriscono in un solo a piè della presente nota.

Altra grandissima ventura è stata il ritrovamento di ricchissimo erbario di oltre a 1200 esemplari fornito dalle piante del 2° orto botanico, che ordinato, classificato disposto potrà formare un piccolo gabinetto vegetale vaticano di piante nostrane ed esotiche.

Tutto questo è una novella prova, contro un recente ed empio libercolo del Draper, che la Religione e la scienza mirabilmente si accordano a nobilitare l'uomo ed a sollevarlo al disopra della condizione dei bruti, e che i Romani Pontefici furono sempre intesi a promuovere incoraggiare, ed ebbero grandissima parte nello sviluppo dell'umano intelletto ospitando le scienze che lo perfezionano.

ELENCO COMPARATIVO DI DOCENTI UNIVERSITARI E CUSTODI DELL' ORTO BOTANICO VATICANO

DOCENTI UNIVERSITARI DI BOTANICA

—

(Estratto dal Bonelli)

LEONE X. AN. II. 1514.
Ad declarationem Simpl. Medic.
Magister Julianus de fulgineo.

—

PAOLO III. AN. 1539–1548.
Ad declarationem Simpli. Medic.
Magister Joseph Cincius.

—

PIO IV. AN. II. 1561.
In Simplicib. Medicinal.
Jacobus Bonus Ferrarensis.

—

AN. 1587.
Caesar Durantes Gualdensis.

—

CLEMENTE VIII. AN. IV. 1596.
Simpl. Medic.
Andreas Baccius.

—

AN. 1601.
Simpl. Medic.
Joannes Faber.

—

AN. 1653.
In Simplicibus Medicamentis.
Magister Dominicus Panarolus Romanus.

—

In Sim. Med.
Magister Jacobus Sinibaldus Rom. cum ostensine, de alexipharmacis et venenis.

CUSTODI DELL'ORTO BOTANICO VATICANO

—

(Ricavati dalla Storia del Renazzi)

In elenco lectorum Sapientiae invenimus Josephum Cincium professorem sub Paulo III, tum Jacobum Bonum Ferrariensem, qui hortum simplicium sub Pio IV administravit,....

Michaelis Mercatus, qui annum vix dum aetatis vigesimum excessisset a S. Pio V P. M. horto botanico praefectus est.......

Andreas Baccius Medicus ac philosophus omniscius ac politissimus excepit Mercatum, Baccio successit Castor Durando de Gualdo, post Joannis Faber bambergensis, in celebri Linceorum societate nobilissimus: tres aunos Pauli V jussu peregrinatus est herbarum conquirendarum caussa: novas plantas laboriose curavit eumdemque hortum per annos triginta circiter cum laude administravit.......

Interea horti custodia demandata 1636 Benedicto Sinibaldo Leonissano, 1646 Dominico Panarolae, tum 1667 Francisco Sinibaldo per annos 14.

ENUMERATIO PLANTARUM

HORTI VATICANO-INDICI

1794

Abrotanum mas.
Abrus precatorius
ABRUS ALTERA SPECIES.
Abrotanum montanum.
Acaju Maranda *Ruiz*
vid. Anacardium occidentale.
Acer striatum.
Achras sapota? Ruiz
an A. mammosa? vid. Palma manaca.
Achillea aegyptiaca.
sive Absint. aegyptiacum.
Achillea ageratum.
Achillea millefolium
fl. albo fl. purp.
Achyranthes prostrata.
Adiantum capillus Veneris.
Aegopodium podagraria.
Aeschynomene Sesbau.
Aeschynomene americana.
Aesculus Hippocastanum.
Agrimonia eupatoria.
Agrostemma coronaria.
Agrostemma coeli rosa.
Ajuga orientalis.
Ajuga reptans.
Alchemilla jacobaeus.
Alchemilla vulgaris.
Alchemilla alpina.
Alchemilla montana.
Alcinia perfoliata.
Aloe perfoliata.
duticca.
maculata.
margaritifera.
myrtiformis.
spiralis.
succotrina.
variegata.
Aloysia citriodora.
Allium escalonia.
Alstroemeria pelegrina.
ALSTROEMERIA CACOMITE INDORUM.
Amaranthus caudatus.
Amaranthus hypocondriacus
flore flavo.
Amaranthus paniculatus.
» *viridis.*
Amaranthus tricolor.
AMARYLLIS BELLADONNA.
Amaryllis formosissima.
Amygdalus persica fl. pl.
Amomum racemosum.
Amorpha fruticosa.
Anacardium occidentale.
Anagyris foetida.
Angelica Archangelica odorata.
Anemone hortensis.
Anona an muricata? an
reticulata? *Ruiz.*
Anona spec. alt. forte
nova a *D. Ruiz.*
Anona squamosa.
Anoncillos de montana a *D. Ruiz.*
Anthemis arabica.

Nota. — I nomi in corsivo appartengono ad un altro catalogo dell'orto Vaticano-indico prossimo in data al precedente, il cui anno s' ignora. Lo stesso dicasi dei nomi *maiuscoletti* spettanti ad un indicolo addizionale. Il catalogo del 1794 è di pugno del Gilii: gli altri d'un suo collaboratore.

Anthyllis Barba Jovis.
Anthemis nobilis. A cota?
Anthemis tinctoria.
Antirrhinum cymbalaria,
Antirrhinum linaria.
» *maius, etc. etc.*
Antirrhinum purpureum ?
Apocynum Asclepias.
» *venetum.*
Apocynum frutescens.
Aquedita
vid. Nicotiana tabacum *Ruiz.*
Aquilegia vulgaris.
» flore carneo.
» flore coeruleo.
Arachis hypogaea.
Argemone mexicana.
Aristolochia longa.
Aristolochia rotunda.
Arrayanes *Ruiz.*
Artemisia abrotanum.
Arthemisia absinthium.
Artemisia crithmifolia.
Artemisia dracunculus.
Artemisia pontica.
Artemisia santonicum.
Arum dracunculus?
vid. Dracontea Durant.
Ascyrum.
Asclepias syriaca ?
Asclepias vincetoxicum.
Asphodelus fistulosus.
Asphodelus luteus.
Asplenium,
sive Ruta muraria an Ruta capraria?
Aster alpinus, atticus.
Aster fruticulosus ? maritimus.
Aster Jacobaeoides.
Atriplex americana.
Atriplex ruberrima.
Atropa belladonna.
Atropra mandragora.
Atropa physaloides.

Auricula fl. pl.
Bartsia rivularis.
sive Castilleja trifida *Ruix.*
Basella rubra.
» *alba.*
Betula lenta.
Bellis perennis hortensis.
» fl. pl. rubro,
» fl. rub. tubulato sen fistuloso.
Betonica officinalis.
Bignonia capreolata.
Bignonia catalpa.
Bignonia sub nom.
Lengua de Vaca a *D. Ruiz.*
Bignonia stans.
» *radicans.*
Blasella lucida.
Blasella rubra.
Blitum capitatum.
Blitum virgatum.
Bombax Ceiba.
(vid. Ceiba).
Bombax pentandrum.
Borrago indica.
Bupleurum perfoliatum.
Cacalia ficoides.
Cacalia porophyllum.
» sonchifolia.
» suave olens.
Cactus cochinilifer.
» *flagelliformis.*
» *opuntia.*
» *peruvianus.*
» *pitajaya.*
» *spinosissimus.*
Cactus mamillaris.
Caimitillo *Ruiz.*
Calendula officinalis.
Calendula pluvialis.
Callicarpa americana.
Campanula persicifolia.
fl. pleno coeruleo.
Campanula pyramidalis.

Canna indica.
» Cannacorus.
Canna plantanillo a *D. Ruiz.*
Capsicum baccatum.
Capsicum frutescens.
» baccatum.
Cardiospermum halicacabum.
Carica monoica *Ruiz.*
» papaya *Ruiz.*
Cassia fistulosa = C. foetida,
ex avana a *D. Ruiz.* s. nov.
» venosa (sp. nov. Americ.
Sept. Castilioni).
Carthamus tinctorius.
Cauda Asini *Ruiz.*
Cavanilla phonicea.
Ceanothus americanus.
Ceyba di campeche *Ruix,*
siv. Bombax Ceiba Linn.
» alia species *Ruiz.*
Celsia linearis fl. coccineo. *Ruiz.*
Celtis occidentalis.
Centaurea benedicta,
sive Carduus benedictus.
» argentea.
» sonchifolia? Jucca marit.
sonchifol.
Cheirantus abelianus.
» cheiri.
» chius.
» fenestralis.
Chelidonium majus. *Dioscorid.*
Chinchona officinalis.
sp. n. a *D. Ruiz.*
Chinopodium ambrosioides.
» *atriplex.*
» *botrys.*
Chrysanthemum montanum.
Chrysophillum? Acaimito?
ex Avana a *D. Ruiz.* an C.
Cainito *Linn.*
Cineraria maritima,
an Ambrosia maritima?
Cleome dodecandra.
» *icosandra.*
» *pentaphylla.*
Clitoria michrantha.
Clitoria ternatea.
Cneorum tricoccum,
sive Camelaea tricoccos.
Cochlearia officinalis.
Cocujo ex Avana a *D. Ruiz.*
Coffea.
Colchicum autumnale.
Colutea arborescens.
sive Vesicaria sena pauperum.
» frutescens.
Comelina tuberosa.
Conyza Saxatilis.
Consolida major.
» minor.
Convallaria majalis.
Convolvotus Variae sp.
Corchorus olitorius.
Cornus sericea.
Corona imperialis.
Coreopsis formosa.
Coronilla Valentina.
Cosmos bipinnatus.
Cotyledon africana.
Crataegus coccinea.
Crocus sativus officinalis.
Croton tinctorium.
Cucubalus catholicus.
Cucumis angulatus.
Cucumis dudaim.
» anguria machiche.
Cynoglosum linifolium.
Cynoglossum officinale.
Cyperus esculentus.
Cytisus Cajan.
Dactylus.
Datura fastuosa.
Delphinium Staphysagria.
Delphinium ajacis.
Dianthera comata.

Dictamnus albus.
DICTAMNUS CRETICA.
Digitalis Thapsi.
Diospyros virginiana.
Dipsacus fullonum.
Dolicos unguiculatus.
» *lablab.*
Dolicos purpureus.
Dombeya Phoenicia.
Doronicum pardalianches.
Dracocephalum Canariense.
» *moldavica.*
Echninopus fl. albo et fl. coeruleo.
Echinops sphaerocephalus?
Echinops strigosus.
Elatine alsinastrum,
sive alsinastrum gratiolae folio.
Elaeagnus angustifolia.
Ethulia canescens.
Eupatorium ageratum.
Eupatorium Dioscoridis,
sive Acrimonia vulgo citrinum.
Euphorbia Cyparissias?
sive Thytimalus cyparissius *Bahuini.*
Euphorbia mamillaris.
Euphorbia caput Medusae.
» *spinosa.*
Ferraria pavonia.
Ferula glauca.
Fragaria vesca.
» v. chiloensis? ananassa?
Frailesillo *Ruiz.*
Fritallaria imperialis
eadem ac corona imper.
Fumaria officinalis.
Galinsoga trifida *Ruiz ex Mexico.*
Geranium.
» alchimilloides.
» capitatum odor rosarum.
» inquinans.
» lucidum.
» montanum aconiti fol.
» moscatum.
» odoratissimum.
» odoratum ex Avan. a *D. Ruiz.*
» papilionaceum? foetidum.
» triste noctu olens.
» vitifolium.
» zonale.
Geranium peltatum.
» *lanuginosum.*
» *multifidum Rosae odore*
» *sanguineum.*
Gladiolus communis?
Clechoma hederacea,
siv. Hedera terrestris vulg.
Gleditschia triacanthos.
Glycine abrus *Ruiz.*
Globularia cordifolia?
vid. bellidifolia,
Globularia vulgaris.
Gnaphalium foetidum.
Gomphrena globosa?
fl. rub. fl. albo.
Gossypium siamense.
» rufum.
Gossypium religiosum.
Gratiola officinalis.
Gratia Dei – *vide ne forte sit geranium pratense. Lin.* sp. Pl.
Guacalote flavus,
an. Guilandina? a *D. Ruiz.*
» cinereus *Ruiz.*
Guacamaya *Ruiz,*
vid. Huacamaja.
Guajavo di Pinar *Ruiz* an Psidii sp?
Guatteria rubra.
Hedysarum canadense.
» *coronarium.*
» *onobrychis.*
Hedysarum gyrans.
Helianthus giganteus (seu major?)
» *medius.*
» *minor.*
Helianthus annuus.
» decurrens.

» multiflorus.
» tuberosus.
Heliotropium peruvianum.
Hermerocallis fulva.
Herba foetida rotundifolia *Ruiz*.
Herniaria glabra.
Hesperis matronalis.
Hibiscus Rosa sinensis? h. cerinis? *Ruiz*.
» esculentus.
» mutabilis
Hibiscus manihot.
Hieracium pilosella.
Huacamaya ruste della Habana. *Ruiz*.
Hypericum perforatum.
Hyacinthus romanus etc.
Hyoscyamus niger.
Hypericum albus.
» hyemalis?
» niger.
» viridis pseudo-hall. nig.
Hyssopus officinalis.
Iberis semper florens.
» semper virens.
» umbellata.
Icaco *Ruiz*, Crysobalanus, vid. Icaco *Linn*.
Ilex aquifolium.
Impatiens balsamina.
Imperatoria ostruthium.
Indigofera anil.
» *argentea*.
Indigofera tinctoria.
Inula pulicaria.
Iobo *Ruiz*.
Ipomaea coccinea.
» cornea.
» quamoclit.
Ipomaea bona nox.
» *coccinea etc*.
Iris florentina.
» f. flore coeruleo an germanica?
» graminea? prunum redolens.
» susiana.
» xiphium.
Iris pumila.
» *flavi–varia etc*.
Iuglans nigra.
Juniperus oxycedrus.
» *sabina*.
Justicia adhatoda.
» *superba*.
Ixia sinensis.
Jagua crascencia *Ruiz*.
Jasminum grandiflorum.
» fruticans.
» humile
» odoratissimum.
Jasminum officinale.
Jatropha manioth.
Lantana aculeata.
Lantana camara.
Lathyrus odoratus.
Lavandula spica.
» *pinnata*.
Lavandula densata? an Nard. spic. vulg?
Leonurus cardiaca.
Lepidium.
Lilium candidum.
Lilium c. fl. pleno.
» martagon.
Lippia americana.
Lithospermum an arvense? (Milium Solis *Dur*.)
Liriodendron tulipifera.
Llamao *Ruiz*.
Lonicera caprifolium.
Lopezia racemosa.
Lunaria majar.
» *minor*.
Lunaria rediviva.
» annua
Lupinus hirsutus (Indiae).

Lychnis coccinea.
Lychnis calcedonica.
» flos cuculi.
» viscaria?
Lycium Quiebra – ollas *Ruiz*
an capsulare *Linn*?
Lycopsis vesicaria?
Madì vel Madia sativa *Molinae*
(gen. nov. ex prov. Chilì).
Malva alcea.
» *caroliniana.*
» *coccinea.*
» *moschata.*
Marilopez *Ruiz.*
Marrubium pseudodictamnuus.
Martynia annua.
Mate *Ruiz.*
Matricaria partenium.
» fl. pl.
» fl. fistuloso.
Medicago, Medica Lunaria.
Melia azederac.
Melianthus major.
» minor.
Melissa officinalis.
» constantinopolitana.
Melothria pendula.
Mentha cataria.
» gentilis ocymi odore.
» piperita.
» sativa.
» sylvestris ex Avana.
Mercurialis perennis.
Mesembryanthemum acinaciforme
» *crystallinum.*
Mimosa corniculata *Ruiz.*
» falcata (sp. nov. Amer. sept. *Castiglioni*).
» farnesiana,
» julibriscia *Castiglioni*
» pernambucana.
» pudica.
» pigra.
» virgata.
Mirabilis ialapa.
» *longiflora.*
» *viscosa.*
Momordica balsamina, bal. maj.
» bals. min.
» luffa.
Morus papyrifera.
Musa paradisiaca.
Myrica cerifera.
Myrtus communis.
Narcissus tazetta fl. pleno.
» poeticus.
» pseudo-narcissus.
Narcissus major fl. pl.
» *Ionquilla, etc.*
NARCISSUS TUBEROSUS.
» JACOBAEUS.
Nepeta scordotis?
Nepeta violacea.
Nerium oleander fl. pl. purp.
Nicandra potalia.
Nicotiana tabacum (ex Avana a *D. Ruiz* aguedita).
Nigella damascena.
Nyctantes sambac.
Ocymum basilicum.
Oenothera biennis.
» *grandiflora.*
» *longiflora.*
» *mollissima*
» *parviflora.*
Ononis an mitissima?
Orchis an pyramidalis?
Orchis maculata.
Origanum vulgare.
» majoranoides.
» dictamnus.
Ornithogalum pyramidale.
fl. alb. et fl. coer.
Ornithogalum umbellatum.
Oxalis purpurea.
Palma manaca.

an Achras. Mammosa? *Ruiz.*
» alba *Ruiz.*
» cana.
» guano obscur. *Ruiz.*
» pausuta ex Avan. a *D. Ruiz.*
» realis *D. Ruiz.*
Papaver somniferum.
» *an maritimum? fl. pl.*
Parra sylvestris *Ruiz.*
Passiflora granadilla coerulea.
Passiflora an Momordica? (ex Avana a D. *Ruiz*).
» minima.
Passiflora foetida.
Pentapetes phoenicea.
Periploca graeca.
Phaseolus caracalla.
Phaseolus paraguajensis.
» *unguiculatus.*
» *Xuaresii* etc.
Phlomis fruticosa? P. salviae fol.
Phoenix dactylifera.
Physalis peruviana *Tomatillo.*
Pinus canadensis flava.
» taeda.
PIPER.
Pyrus baccata.
Pistacia vera.
Pistacia trifolia?
Pitahaya. *Ruiz.*
Plantanillo.
Platanus occidentalis.
Poeonia officinalis.
» p. della habana an Glycine
» abrus? *Ruiz* mas et femina?
Polyanthes tuberosa
Polypodium vulgare, p. quercinum.
Polygonum an bistorta?
Polymnia tetragonotheca.
» wedalia.
Porliera hygrometrica (gen. nov. ex Perù mis. a *D. Ruiz*)

POLIUM MONTANUM.
Potentilla argentea? Pentaphyllon montanum argentifol.
» pimpinelloides?
Poterium spinosum.
Primulaveris fl. alb. et rub. variegato
» fl. flavo.
» fl. rub.
» fl. rub. geminato.
» fl. violaceo.
» farinosa.
Psidium pyriferum.
Psoralea glandulosa.
Psoralea americana.
» *bituminosa.*
» *mexicana.*
Pulmonaria officinalis.
Punica granatum fl. pl.
Quercus robur.
» *ilex.*
» *suber.*
Ranunculus repens?
Raphanus sativus chinensis oleiferus.
Reseda odorata.
» luteola? R. maj.
Rheum rhaponticum.
Rheum rabarbarum?
Rhus vernix?
Ribes rubrum.
Ricinus an communis?
Rosa alba.
» centifolia.
» gallica.
» pampinellifolia.
Rosmarinus ex sabana (americanus).
Rubia tinctorium.
Rumex vesicarius.
» sanguineus.
Ruscus hypoglossum?
Ruta graveolens
siv. Asplenium ruta muraria.

Salix babylonica.
Salvia aurea.
» citrata.
» hispanica.
» montana.
» off. variegata.
» officinalis.
» off. violacea.
» sclarea.
» sylvestris.
» stachys.
Salvia chia.
» *coccinca.*
» *hormium.*
» *mexicana.*
Sambucus luteus ex Avana a *D. Ruiz.*
Sanicula europaea.
Santolina chamaecyparissus?
» alpina?
Saponaria officinalis. fl. pleno.
Satureja montana.
Saxifraga.
Scabiosa prolifera, etc.
Schinus molle.
Scilla peruviana.
Scorzonera vera.
Scorzonera hispanica etc.
Scrophularia montana.
Sedum anacampseros.
» *minimum.*
Semprevivum arboreum.
» *tectorum etc.*]
Serratula tinctoria.
Sida arborescens. *Ruiz.*
Sida spinosa.
Sideritis romana?
» campestris vulgo erba della strega.
Silene muscipula.
Sisyrinchium bermudiana.
Sisyrinchium ossapurga (sp. nov. a D. *Ruiz*).

Solanum dulcamara.
» indicum.
» lycopersicum.
» patata.
» sodomeum.
Solanum bonariense, etc., etc.
Solanum insanum.
Solanum macrocarpon.
SOLANUM NIGRICANS.
Solidago virga aurea.
Spartium junceum.
Spilanthus oleracea.
Spiraea.
Stapelia variegata.
Statice armeria.
Stramonium.
Syringa vulgaris.
» v. fl. albo.
» persica laciniata.
Syringa vulgaris fl. coeruleo.
Tagetes chiuchi (ex Perù).
» *montana* (ex Perù).
» *patula.*
Tamarindus indica.
Tanacetum vulgare, Madrigolone vulg.
» balsamita? erb. di S. Maria vulg.
Teucrium chamaedrys.
TEUCRIUM MARUM.
Teverium chamaedrys, chamaedryum vulg.
» marum.
» iva.
Thapsia.
Thlaspi arvense.
Thlaspi bursa pastoris.
Thuya occidentalis.
Thymus serpyllum?
serp. mont. an alpinum *Linn*?
» v. citri odore.
» piperella.
» vulgaris.
Thymbra, Calamintha montana saturejae fol.

Thymus serpyllum.
» *vulgaris.*
Tocuma *Ruiz.*
Tradescantia erecta.
Tuesos (ex Avana a *D. Ruiz*).
Urtica nivea.
VANILLA.
Valeriana officinalis, v. maj.
» dioica v. min.
Valeriana rubra.
Verbascum de Puzuzu.
(*Ruiz.* Diadelphia).
Verbena bonariensis.
Verbena officinalis.
» hastata?
americana altissima.
Verbesina alata.
Vermifuga an longiflora
vel *nodiflora* ?
Veronica pyrenaica, etc.
Veronica spicata.
Veronica virginea.
Viburnum opulus roseum.
Viola odorata.
» od fl. albo.
» od fl. pleno.
» tricolor.
Viola arborea.
Vinca major.
» minor.
» minor variegata.
» rosea.
Vinca rosea fl. albo.
Vitex agnus castus.
Xantium spinosum.
Ximenesia encelioides.
Xuarezia biflora.
Yucca gloriosa.
Zinnia elegans.
» *violacea.*

SUR QUELQUES ÉQUATIONS INDÉTERMINÉES DU SECOND DEGRÉ ET DU QUATRIÈME.

PAR LE P. TH.[LE] PEPIN S. J.

---

1. Le présent Mémoire renferme la continuation de mes recherches sur un sujet dont j'ai eu l'honneur d'entretenir l'Académie Pontificale *de' Nuovi Lincei* dans deux Mémoires qui lui ont été présentés, l'un dans la séance du 18 février 1877, l'autre dans celle du 18 mai 1878, et qui ont paru dans les *Atti* de ces deux séances. Dans le premier j'ai donné des formules nouvelles pour réduire à un carré la valeur numérique d'un polynôme du quatrième degré. A l'aide de ces formules on peut obtenir toutes les solutions qui dépendent d'une même solution primitive, tandis que les formules données pour cet objet par Legendre, d'après Fermat et Euler, n'en font connaître qu' un très-petit nombre. Malgré cet avantage, les nouvelles formules ne résolvent qu'en partie le problème proposé, de trouver toutes les valeurs rationnelles de la variable x qui réduisent à un carré la valeur numérique d'un polynôme $\varphi(x)$ du quatrième degré; car elles ne fournissent aucun moyen de trouver les solutions primitives,

Il est cependant des cas où l'on peut démontrer qu'il n'existe qu'une seule solution primitive et où, conséquemment, l'on peut calculer toutes les solutions formées de nombres inférieurs à une limite donnée. Lagrange et Lebesgue en ont donné quelques exemples. On en trouve d'autres dans le second des Mémoires ci-dessus mentionnés. Ces divers exemples se rapportent à des cas où le polynôme $\varphi(x)$ est de la forme $a+ex^4$. Je présente ici une solution complète du même problème dans des cas où le polynôme $\varphi(x)$ est de la forme $a+cx^2+ex^4$. Le problème revient alors à celui de résoudre en nombres entiers une équation biquadratique

$$(1) \qquad ax^4+2bx^2y^2+cy^4=u^2.$$

Si l'un des coefficientes extrêmes est un carré, on peut transformer le problème et, quelquefois, le résoudre complètement par la méthode connue

de la décomposition en facteurs. Mais cette méthode n'est plus applicable quand aucun des coefficients extrêmes n'est un carré. On peut alors commencer par résoudre l'équation

$$(2) \qquad a\xi^2 + 2b\xi\zeta + c\zeta^2 = u^2.$$

Si la première équation est possible et qu'elle soit vérifiée lorsqu'on pose $x = p$, $y = q$, il est évident qu'on résoudra la seconde en prenant $\xi = p^2$, $\zeta = q^2$. Ainsi pour que l'équation (1) soit résoluble en nombres entiers il est avant tout nécessaire que l'équation (2) admette des solutions en nombres entiers. Or, dans les cas où l'équation (2) est possible on peut en exprimer toutes les solutions par des formules générales, renfermant deux nombres arbitraires. La résolution de l'équation (1) se trouve par là ramenée à celle d'un système de deux équations du second degré

$$\mu x^2 = a'f^2 + b'fg + c'g^2, \quad \mu y^2 = a''f^2 + b''fg + c''g^2,$$

dans lesquelles $a' b' c'$, a'', b'', c'' sont des nombres entiers connus, f et g deux nombres arbitraires, premiers entre eux, et μ le plus grand diviseur commun des deux seconds membres.

Cette transformation du problème n'en est pas une solution, sans doute; mais nous verrons qu'elle n'est pas inutile. Tantôt elle manifeste un caractère d'impossibilité, que l'on n'apercevait pas dans l'équation proposée; tantôt elle fait connaître quelque solution particulière. C'est pourquoi avant d'étudier l'équation (1) nous donnerons une solution complète de l'équation (2).

Première partie.

Résolution de l'équation

$$(2) \qquad a\xi^2 + 2b\xi\zeta + c\zeta^2 = u^2.$$

2. La résolution de cette équation présente une question préalable: est-elle possible, oui ou non. Cette question se résout par le *criterium* que Legendre a donné pour juger si l'équation $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ est possible ou non (*Théorie des Nombres*, t. I, p. 41). Lorsqu'on a reconnu la possibilité de l'équation (2) on peut obtenir une première solution par diverses méthodes, entre autres par celle de Lagrange. Enfin au moyen d'un première solution on construit des formules générales où toutes les solutions

sont exprimées, ainsi que nous l'avons indiqué plus haut, en fonction de deux nombres arbitraires. Ces formules se déduisent aisément de celles que Gauss a données dans ses *Disquisitiones* pour la représentation de zéro par une forme quadratique ternaire. La solution complète du problème qui nous occupe est l'une des plus belles applications que Gauss ait faite de sa théorie des formes ternaires. Quoique cette solution ne laisse rien à désirer sous le rapport de l'élégance et de la rigueur géométrique, elle suppose une connaissance approfondie des formes quadratiques binaires et de leur représentation par les formes ternaires. Celle que nous allons exposer repose uniquement sur les propriétés les plus élémentaires des formes quadratiques.

I. *Conditions de possibilité.*

3. Recherchons d'abord les conditions que doit remplir une forme primitive (a, b, c), dont le déterminant $b^2 - ac = D$ n'a pas de diviseur carré, pour qu'elle puisse représenter des carrés. Nous établirons qu'il suffit pour cela qu'un nombre premier avec D et représenté par (a, b, c) soit résidu quadratique de D. Mais afin de ne laisser aucun doute sur l'existence d'un tel nombre, nous démontrerons d'abord le théorème suivant :

Théorème I. Une forme primitive quelconque représente une infinité de nombres premiers avec son déterminant.

Soit en effet (a, b, c) une forme primitive, c'est-à-dire une forme dont les trois éléments a, b, c n'ont pas de diviseur commun. Désignons par α le plus grand commun diviseur des deux nombres a et $D = b^2 - ac$. Le nombre b^2 est aussi divisible par α, de sorte que b renferme tous les facteurs simples de α. Posons $a = a'\alpha$, $D = D'\alpha$; les deux nombres a' et D' sont premiers entre eux; de plus α_1 est premier avec c. Enfin désignons par D_1 le produit de tous les facteurs simples de D qui ne figurent pas dans α, et faisons $y = D_1 y'$. Le nombre

$$f = a'\alpha x^2 + 2b\, D_1\, xy' + cD_1^2 y'^2$$

est premier avec D tant que x et y' le sont eux-mêmes. En effet il sera premier avec D_1, puisque les deux derniers termes sont divisibles par D_1 tandis que le terme $a'\alpha x^2$ est premier avec D_1. De même f est premier avec α, puisque $cD_1^2 y'^2$ est premier avec α, tandis que les deux autres termes sont divisibles par tous les facteurs simples de α. Le nombre f est donc premier avec D tant que x et y' le sont eux mêmes, ce qui justifie le théorème énoncé.

4. Dans ce théorème le déterminant D est un nombre entier quelconque; nous supposerons dès à présent qu'il n'ait pas de diviseur carré. Dans ce cas le nobre b est divisible par α et, si l'on pose $a=a'\alpha$, $b=b'\alpha$, $D=D'\alpha$, les trois nombres a', D', α son premiers entre eux, ainsi que les deux nombres a' et b'. Soit p l'un des nombres premiers avec D et représentés par (a, b, c), dont nous venons d'établir l'existence. Si p est résidu quadratique du déterminant, c'est-à-dire si l'on peut trouver un nombre entier ρ qui vérifie la congruence $\rho^2=p+l\mathrm{D}$, les trois produits $\alpha D'$, $\alpha a'$, $-a'D'$ sont respectivement résidus quadratiques des trois nombres a', D', α. En effet, si l'on a en même temps

$$p=am^2+2bmn+cn^2,$$

$$p=\rho^2-l\mathrm{D},$$

on en déduira par un calcul fort simple

$$ap=(am+bn)^2-\mathrm{D}n^2,$$

$$a'p=\alpha(a'm+b'n)^2-D'n^2$$

$$(3) \qquad a'\rho^2-\alpha h^2+D'n^2=la'\mathrm{D},\ h=a'm+b'n.$$

L'équation (3) nous donne immédiatement les deux congruences

$$a'\rho^2-\alpha h^2\equiv o \pmod{D'},\quad a'\rho^2+D'n^2\equiv o \pmod{\alpha}.$$

Comme p est premier avec $\mathrm{D}=\alpha D'$, on peut déterminer un nombre θ qui vérifie la congruence $\theta\rho\equiv 1 \pmod{\mathrm{D}}$. Multipliant donc par θ^2 les deux dernières congruences et ayant égard aux formules $\theta\rho\equiv 1 \pmod{D'}$, $\theta\rho\equiv 1 \pmod{\alpha}$ on obtient

$$a'\alpha\equiv(\alpha h\theta)^2 \pmod{D'},\quad -a'D'\equiv(D'n\theta)^2 \pmod{\alpha},$$

c'est à dire que les deux produits $a'\alpha$, $-a'D'$ sont respectivement résidus quadratiques des deux nombres D', α. D'ailleurs la formule $\mathrm{D}=\alpha D'=b^2-\alpha a'c$ montre que $\alpha D'$ est residu quadratique de a'. Nous avons donc ce théorème:

THÉORÈME II. *Soit* (a, b, c) *une forme dont le déterminant* D *n'a pas de diviseur carré*, p *un nombre premier avec* D *et représenté par* (a, b, c); *désignons par* α *le plus grand diviseur commun des deux nombres* a *et* D;

enfin posons $a = a'\alpha$, $D = D'\alpha$. *Si* p *est résidu quadratique de* D, *les trois produits* $\alpha D'$, $\alpha a'$, $-a'D'$ *sont respectivement résidus quadratiques des trois nombres* a', D', α.

Suivant la notation de Gauss on exprime cette propriété à l'aide des trois formules $\alpha D' R . a'$, $\alpha a' R . D'$, $-a' D' R . \alpha$.

5. La réciproque de ce théorème est vraie, si les trois nombres a', D', α vérifient les conditions exprimées par les formules $\alpha D' R . a'$, $\alpha a' R . D'$, $-a' D' R . \alpha$ tout nombre p représenté par la forme (a, b, c) et premier avec D est résidu quadratique de D. Car de l'équation

$$p = am^2 + 2bmn + cn^2,$$

multipliée par a, on déduit

$$\alpha a' p = a^2 (a' m + b' n)^2 - \alpha D' n^2,$$

$$-a' D' p = (D' n)^2 - \alpha D' (a' m + b' n)^2.$$

Comme $\alpha a'$ est résidu quadratique de D', on déduit de la première formule que p est residu quadratique de D'. De même on conclut de la dernière formule que p est résidu quadratique de α, puisque $-a'D'$ est résidu de α. Le nombre p est dont résidu quadratique du produit $\alpha D' = D$. Donc

Théorème III. *La forme* (a, b, c) *et les trois nombres* a', D', α *étant les mêmes que dans le théorème précédent, si les trois produits* $\alpha D'$, $\alpha a'$, $-a'D'$ *sont respectivement résidus quadratiques des trois nombres* a', D', α, *tout nombre représenté par* (a, b, c) *et premier avec* $\alpha D'$ *est résidu quadratique de ce déterminant* $\alpha D'$.

5. Au moyen de ces théorèmes on démontre aisément que :

Théorème IV. *La condition nécessaire et suffisante pour que la forme* (a, b, c), *dont le déterminant* D *est sans diviseur carré, puisse représenter des carrés, est qu'elle puisse représenter des nombres positifs, premiers avec son déterminant* D *et résidus quadratiques de* D.

D'abord cette condition est nécessaire ; car si les trois nombres entiers x, y, u satisfont à l'équation

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 = u^2, \qquad (2)$$

et qu'on désigne par (m, n) la représentation par la forme (a, b, c) d'un nombre p premier avec son déterminant, on pourra déterminer deux nombres entiers m_0, n_0 de manière à vérifier l'équation

$$mn_0 - m_0 n = 1,$$

et la substitution $x = mx' + m_0 y'$, $y = nx' + n_0 y'$ transformera (a, b, c) en une forme équivalente (p, q, r), de sorte qu'on aura

$$px'^2 + 2q\, x' y' + r y'^2 = u^2,$$
$$pu^2 = (p\, x' + qy')^2 - D\, y'^2.$$

Le nombre p est donc résidu quadratique du déterminant D.

La condition énoncée est aussi suffisante. En effet, si elle est remplie et qu'on pose $a = a'\,\alpha$, $b = b'\,\alpha$, $D = D'\,\alpha$, α désignant le plus grand commun diviseur des deux nombres a et D, les trois nombres a', D', α seront premiers entre eux deux à deux, puisque D n'a pas de diviseur carré, et ils vérifieront (Théorème II) les conditions exprimées par les formules

$$\text{(A)} \qquad \alpha\, D'\, R\, a', \quad \alpha\, a'\, R\, D', \quad -a'\, D'\, R.\, \alpha.$$

D'ailleurs l'équation (2) multipliée par a se met sous la forme

$$au^2 = (ax + by)^2 - D\, y^2,$$
$$\text{(4)} \qquad a'\, u^2 = \alpha\, (a'\, x + b'\, y)^2 - D'\, y^2.$$

Soit λ un nombre entier qui vérifie la congruence

$$\alpha\, \lambda^2 - a' = D'\, a'',$$

ce qui est possible puisque le produit $\alpha a'$ est résidu quadratique de D'; de posons dans l'équation (4)

$$\text{(5)} \qquad a'\, x + b'\, y = \lambda\, u + D'\, v\,;$$

v désignera un nombre rationnel et l'on déduira de l'équation (4)

$$y^2 = \frac{\alpha\, \lambda^2 - a'}{D'}\, u^2 + 2\, \alpha\, \lambda\, u\, v + \alpha\, D'\, v^2,$$

$$\text{(6)} \qquad y^2 = a''\, u^2 + 2\, \alpha\, \lambda\, uv + \alpha\, D'\, v^2.$$

Puisque les indéterminées x, y, u de l'équation (2) se trouvent liées par une équation linéaire à coefficients entiers (5) aux indéterminées y, u, v de l'équation (6) : une solution rationnelle de l'équation (2) entraine une solution semblable de l'équation (6) et inversement. Or, l'équation (6) remplit

les mêmes conditions que l'équation (2), et son déterminant $\alpha^2\lambda^2 - a'\alpha D' = \alpha a' = a$ peut être supposé $< \sqrt{\pm \frac{4}{3} D}$. La seconde partie de notre assertion est évidente si (a, b, c) est une forme réduite, car le plus petit des coefficients extrêmes est $< \sqrt{\pm \frac{4}{3} D}$; c'est ce coefficient que nous désignons par a. On peut aussi admettre que le nouveau déterminant $a = \alpha a'$ est sans diviseur carré. Car si $a'\alpha$ avait une diviseur carré K^2, K serait premier avec α, puisque α est sans diviseur carré et premier avec a'; K^2 diviserait a'; on poserait $a' = a_1 K^2$, $K u = u'$, et l'équation (4) deviendrait

$$(4') \qquad a_1 u'^2 = \alpha (a_1 K^2 x + b' y)^2 - D' y^2.$$

Les conditions (A) deviendraient $\alpha D' R. a_1 K^2, \alpha a_1 K^2 R. D', - a_1 D'. K^2 R \alpha$, et l'on en déduirait immédiatement $\alpha D' R a_1, \alpha a_1 R. D', - a_1 D' R. \alpha$. Le nombre λ serait remplacé par un nombre λ_1 vérifiant la congruence

$$\alpha \lambda_1^2 - a_1 = D' a_1'',$$

de sorte que, au lieu des équations (5) et (6), on aurait

$$a_1 K^2 x + b' y = \lambda_1 u + D' v, \quad y^2 = a_1'' u^2 + 2 \alpha\lambda_1 uv + \alpha D' v^2.$$

Supposant donc cette transformation faite, si elle est nécessaire, nous pouvons admettre que le déterminant $\alpha a'$ de la forme $(a'', \alpha\lambda, \alpha D')$ est sans diviseur carré. Il reste donc à démontrer que cette forme représente des nombres positifs premiers avec son déterminant et résidus quadratiques de ce déterminant.

7. D'abord elle représente des nombres positifs; car si le déterminant de la forme (a, b, c) est positif, le dernier élément de la forme $(a'', \alpha\lambda, \alpha D')$ est positif; si au contraire le déterminant $\alpha D'$ est négatif, le coefficient $a = a'\alpha$ est positif. La nouvelle forme a donc un déterminant positif et, conséquemment, elle peut représenter des nombres positifs.

Soit donc

$$p = a'' m^2 + 2 \alpha\lambda mn + \alpha D' n^2$$

un nombre positif et premier avec le déterminant $\alpha a'$. On déduit de cette formule, en multipliant successivement par $\alpha D'$, puis par a'',

$$(B) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha D' p = (\alpha D' n + \alpha \lambda m)^2 - \alpha a' m^2, \\ a'' p = (a'' m + \alpha \lambda n)^2 - \alpha a' n^2. \end{array} \right.$$

Puisque $\alpha D'$ est résidu quadratique de a' on conclut de la première formule que p l'est aussi. Or a'' est résidu de α; car de la formule $\alpha\lambda^2 - a' = D' a''$ on déduit $a'^2 = - a' D'. a'' + \alpha a' \lambda^2$, d'où l'on conclut que a'' est résidu quadratique de α, puisque $- a' D'$ est résidu de α. Le nombre p est donc aussi résidu quadratique de α, puisque, d'après la seconde formule B, le produit $a''p$ est résidu quadratique de α. Le nombre p est donc résidu quadratique de chacun des deux facteurs α, a'; il l'est donc aussi de leur produit.

Ainsi la forme $(a'', \alpha\lambda, \alpha D')$ remplit les mêmes conditions que la forme (a, b, c); son déterminant $\alpha a'$ n'a pas de diviseur carré; elle représente des nombres positifs et premiers avec le déterminant; de plus ces nombres sont résidus quadratiques du déterminant. Une substitution linéaire transformera $(a'', \alpha\lambda, \alpha D')$ en une forme réduite équivalente (a_1, b_1, c_1), qui remplira les mêmes conditions, mais dans laquelle le coefficient a_1 aura une valeur numérique $< \sqrt{\pm \frac{4}{3} \alpha a'}$, et la solution de l'équation (2) en nombres rationnels sera ramenée à celle de l'equation

$$(6)\ y^2 = a_1 u'^2 + 2b_1 u' v' + c_1 v'^2$$

En appliquant à cette équation les mêmes transformations qu'à l'équation (2), on ramènera de même sa résolution à celle d'une autre équation

$$(8) \qquad v_1^2 = a_2 r^2 + 2 b_2 rs + c_2 s^2,$$

dans laquelle (a_2, b_2, c_2) sera una forme réduite remplissant les mêmes conditions que les formes (a, b, c), (a_1, b_1, c_1), et dont le déterminant, égal à a_1 divisé par son plus grand diviseur carré, sera $< \sqrt{\pm \frac{4}{3} \alpha a'}$. Et ainsi de suite.

Les valeurs numériques des déterminants successifs D, a, a_1, etc., forment une suite rapidement décroissante, puisque, sans compter que l'on supprimerait les facteurs carrés, s'il s'en présentait, chaque déterminant a une valeur numérique inférieure à la racine carrée du déterminant précédent, ou du produit de ce déterminant multiplié par $\pm \frac{4}{3}$. On arrivera donc nécessairement à une équation semblable aux équatious (7) et (8), dont le second membre sera une forme de déterminant $+1$ ou -1. La résolution de l'équation (29) en nombres rationnels se trouvera ramenée de cette manière à celle d'une équation comprise dans la formule

$$(9) \qquad x^2 \pm y^2 \pm z^2 = 0.$$

Si l'on arrive à l'équation $x^2+y^2+z^2=0$, l'équation (2) est impossible, non seulement en nombres rationnels, mais aussi en nombres réels quelconques; car les indéterminées propres à vérifier l'équation (2) sont reliées à celles qui satisfont à la dernière équation par une suite d'équations linéaires semblables à l'équation (5) et aux formules qui transforment une forme quadratique en une forme réduite équivalente. Ce cas ne pourrait se présenter que pour une forme (a, b, c) dont le déterminant serait négatif ainsi que les coefficients extrêmes a et c. Or, nous avons exclu ce cas en supposant que les formes (a, b, c) peuvent représenter des nombres positifs. La résolution de l'équation (2) sera donc toujours ramenée à celle d'une équation de la forme

$$x^2+y^2=z^2,$$

que l'on sait résoudre en nombres entiers. On pourra donc résoudre en nombres rationnels l'équation (2), et l'on obtiendra des solutions en nombres entiers en multipliant les trois indéterminées par leur plus petit dénominateur commun. Le théorème énoncé est donc démontré.

8. On conclut aussi de là que l'équation (4)

$$a'u^2-\alpha t^2+D'y^2=0,$$

où a', D', α désignent trois nombres entiers, premiers entre eux deux à deux et sans diviseur carré, est toujours possible en nombres entiers, lorsque ces trois nombres vérifient les conditions exprimées pas les formules

$$\text{(A)}\quad \alpha D'\,\text{R}.\,a',\ \ \alpha a'\,\text{R}.\,D',\ \ -a'D'\,\text{R}.\,\alpha,$$

et que, en outre, les deux nombres $\alpha a'$, $\alpha D'$ ne sont pas tous deux négatifs. Car nous avons vu que cette équation se ramène alors à une équation

$$(7)\qquad y^2=a_1u^2+a_1b_1uv+c_1v^2,$$

où la forme (a_1, b_1, c_1) remplit les conditions du théorème IV. Si nous faisons $a'=a$, $\alpha=-b$, $D=c$, l'équation précédente devient

$$(10)\qquad ax^2+by^4+cz^2=0,$$

et les formules (A) qui expriment les conditions de possibilité sont

$$-bc\,\text{R}.\,a,\ -ca\,\text{R}.\,b,\ -ab\,\text{R}.\,c.$$

On obtient ainsi le criterium de Legendre :

THÉORÈME V. — *Si les trois nombres* a, b, c *sont premiers entre eux deux à deux et sans diviseur carré, la condition nécessaire et suffisante pour que l'équation*

$$(10)\quad a\,x^2 + b\,y^2 + c\,z^2 = 0$$

soit résoluble en nombres entiers est que les nombres a, b, c *ne soient pas tous de même signe et que les trois produits* − bc, − ac, − ab *soient respectivement résidus quadratiques des trois nombres* a, b, c.

9. Au moyen de ce théorème on peut juger de la possibilité de l'équation (10) pour des valeurs quelconques des coefficients a, b, c. Si ces nombres ne sont pas premiers entre eux, on peut les remplacer par les quotients obtenus en les divisant par leur plus grand commun diviseur, il suffit pour cela de diviser tous les termes de l'équation par ce nombre. Cela fait, si l'un des coefficients a, est divisible par un carré, on posera $a = a'\,k^2$, $kx = x'$, et le terme ax^2 sera remplacé par $a'\,x'^2$, dont le coefficient a' est sans diviseur carré.

L'équation proposée se ramène donc aisément à une équation semblable, dont les trois coefficients sont sans diviseur commun et sans diviseur carré. On peut même remplir la condition que ces coefficients soient premiers entre eux deux à deux ; car si les coefficients a et b ont un diviseur commun α, le terme cz^2 est divisible par α ; or α est premier avec c, puisque les trois coefficients, sont premiers entre eux ; il doit donc diviser z^2 et, conséquemment, z puisqu'il n'a pas de diviseur carré. On fera $a = a'\,\alpha$, $b = b'\,\alpha$, $z = z'\,\alpha$, $\alpha\,c = c'$, puis, divisant l'équation (10) par α, on la mettra sous la forme

$$a'\,x^2 + b'\,y^2 + c'\,z'^2 = 0,$$

où les nombres a', b' sont premiers entre eux. On supprimerait de même les diviseurs communs de a' et c', de b' et c'. Ainsi, par des transformations qui ne modifient en rien les conditions de possibilité, l'équation (10) se ramène à une équation dont les trois coefficients sont premiers entre eux deux à deux et sans diviseur carré. On appliquera le théorème de Legendre à cette équation et l'on saura si l'équation (10) est possible ou non.

De même, quels que soient les nombres a, b, c on peut toujours décider si l'équation

$$ax^2 + 2b\,x\,y + cy^2 = u^2$$

est possible, ou non, en nombres entiers. Après l'avoir mise sous la forme

$$au^2 = (ax + by)^2 - (b^2 - ac)y^2,$$

si les deux nombres a et $b^2 - ac$ ont des diviseurs carrés, on pose $a = a'k^2$, $b^2 - ac = D'l^2$, $ku = u'$, $ly = y'$, et l'on a une équation

$$a'u'^2 = (ax + by)^2 - D'y'^2,$$

où les deux nombres a', D' sont sans diviseur carré. Désignant alors par α le plus grand diviseur commun des deux nombres a', D', on posera $a' = a_1 \alpha$, $D' = D_1 \alpha$, $ax + by = t\alpha$, et, en divisant par α, on trouve l'équation

$$a_1 u'^2 = \alpha t^2 - D_1 y'^2.$$

où les trois coefficients, a_1, D_1, α sont sans diviseur carré et premiers entre eux deux à deux. Le théorème V est alors immédiatement applicable.

Ainsi, quelle que soit la forme quadratique (a, b, c), nous pouvons toujours décider si elle peut, oui ou non, représenter des carrés.

II. *Recherche d'une solution particulière.*

10. Lorsque par l'application de la méthode exposée on a reconnu que l'équation

$$(1) \qquad ax^2 + 2b\,xy + cy^2 = u^2.$$

est résoluble en nombres entiers, on peut obtenir de diverses manières une première solution. Remarquons d'abord que l'équation (1) peut se résoudre immédiatement en nombres rationnels, lorsque le déterminant $b^2 - ac$ est un carré positif; alors, en effet, posant $b^2 - ac = e^2$, on peut la mettre sous la forme

$$(2) \qquad (ax + by)^2 - e^2 y^2 = au^2,$$

et l'on en déduit

$$ax + (b + e)y = a_1 \mu m^2, \; n = \mu mn,$$

$$ax + (b - e)y = a_2 \mu n^2, \; u = \mu mn,$$

en supposant $a_1 a_2 = a$, en désignant par m et n deux nombres entiers et premiers entre eux et par μ un nombre entier que l'on pourra déterminer de manière que les valeurs de x et de y soient des nombres entiers.

De même, si l'un des coefficients extrêmes est un carré, on trouve immédiatement une solution; car si l'on nous propose de résoudre l'équation

$$a^2 x^2 + 2b\, xy + cy^2 = n^2,$$

nous la mettrons sous la forme

$$(3) \qquad (a u)^2 = (a^2 x + by)^2 - D\, y^2$$

et nous obtenons une solution en nombres différents de zéro au moyen des formules

$$a^2 x + b\, \mu\, mn + au = d_1\, \mu\, m^2$$

$$a^2 x + b\, \mu\, mn - au = d_2\, \mu\, n^2,\ y = \mu\, mn,$$

en posant $b^2 - a^2 c = D = d_1 d_2$ et en désignant par μ, m, n trois nombres entiers complètement arbitraires qu'il sera facile de déterminer de manière à donner à x et à u des valeurs entières.

Dans les autres cas on pourra toujours employer la méthode de réduction employée précédemment pour démontrer le théorème IV. Il n'est pas nécessaire de continuer les transformations jusqu'à ce qu'on parvienne à l'équation (10); on peut s'arrêter aussitôt que l'on a obtenu une équation qui rentre dans l'un des deux cas que nous venons d'examiner. Cette méthode est d'une application facile lorsqu'on fait usage des Tables d'indices de Jacobi pour résoudre la congruence

$$\alpha\, y^2 - a' \equiv 0 \pmod{D'},$$

dont on a besoin pour passer de l'équation (4) à l'équation (6).

En l'absence de ces Tables, on arrive plus simplement au résultat par la résolution directe de l'équation

$$(4) \qquad a_1\, u'^2 = \alpha\, t^2 - D_1\, y^2,$$

déduite de l'équation (1) de la manière exposée plus haut (n.° 9). On effectue cette résolution par la méthode d'exclusion expliquée dans la sixième section des *Disquisitiones* (art. 313, 324, 325). Si les trois nombres a_1, α, D_1 sont positifs, on multiplie l'équation par α et l'on pose $\alpha t = v$, $a_1 \alpha = m$, $D_1 \alpha = n$; on donne ainsi à l'équation (4) la forme

$$v^2 = m\, u'^2 + n\, y^2,$$

où m et n sont positifs comme l'exige la méthode de Gauss. Si a_1 et D_1 sont de signes contraires, α étant toujours positif, D_1 sera négatif et a_1 positif, car autrement l'équation serait impossible. Dans ce cas on multiplie l'équation par a_1 et l'on pose $a_1 u' = u$, $a_1 \alpha = m$, $-a_1 D_1 = n$, ce qui donne l'équation

$$u^2 = m t^2 + n y^2$$

à laquelle on peut appliquer la méthode d'exclusion de Gauss.

11. On peut aussi dans certains cas recourir à d'autres méthodes. Si l'on doit résoudre uue équation

$$(5) \qquad a u^2 = t^2 - D y^2,$$

où les deux nombres a et D sont positifs et premiers entre eux, dont l'un appartient au groupe fort nombreux des déterminants positifs qui ne présentent qu'une seule classe de formes quadratiques par genre, le problème se ramène à celui de trouver la représentation d'un nombre donné par une forme connue. Supposons en effet que le déterminant D n'offre qu' une seule classe par genre; puisque a est premier avec D on déduit de la formule (5) que toutes ses représentations appartiennent aux classes du genre principal. Comme dans le cas actuel ce genre est intégralement représenté par la forme principale $(1, 0, -D)$, on peut résoudre l'équation (5) en posant $u = 1$, $a = t^2 - D u^2$. Le problème se trouve donc ramené à résoudre l'équation $t^2 = D u^2 + a$, à laquelle on peut appliquer la méthode d'exclusion de Gauss, puisque a et D sont positifs, ou encore l'une des méthodes connues pour la résolution de l'équation

$$t^2 - D u^2 = a.$$

Sans entrer dans de plus amples détails nous éclaircirons ce qui précede par quelques exemples.

12. Problème I. — Trouver une solution rationnelle de l'équation

$$(1) \qquad 58 x^2 - 14 xy + 245 y^2 = u^2.$$

En multipliant cette équation par 58 on lui donne la forme suivante :

$$(58 x - 7 y)^2 + 7^2 . 17^2 y^2 = 58 u^2,$$

de sorte que posant $7 . 17 y = z$, $58 x - 7 y = t$ on ramène le problème proposé à la résolution de l'équation

$$(2) \qquad t^2 + z^2 = 58\, u^2.$$

Comme le déterminant 58 ne présente qu'une seule classe par genre, on peut résoudre l'équation (2) en posant $z = 1$,

$$t^2 - 58\, u^2 = -1,$$

équation dont on obtient les solutions en développant $\sqrt{58}$ en fraction continue.

La table V de Legendre donne les plus petits nombres $t = 99$, $u = 33$ qui satisfont à cette équation. On déduit de là pour x et y des valeurs rationnelles qui vérifient l'équation proposée.

On obtient une solution en nombres moindres, en posant $u = 1$.

$$t^2 + z^2 = 58,$$

ce qui est permis, puisque, le déterminant -1 n'offrant qu'une seule classe de formes quadratiques, le nombre 58 doit être représenté par cette classe. Soit $t > z$; on aura $z^2 < \frac{58}{2}$, $z < 6$. D'ailleurs t et u sont impairs; il suffit donc de retrancher de 58 les carrés 1, 9, 25; l'un de ces restes sera un carré et fera connaître la solution cherchée. En effet

$$58 - 9 = 49 = 7^2.$$

Ainsi on résout l'équation (2) en prenant $t = 7$, $z = 3$, $u = 1$, et l'on en déduit pour l'équation (1) la solution $x = \frac{1}{17}$, $y = \frac{1}{17}$, $u = 1$, ou bien en, multipliant par 17, $x = 1$, $y = 1$, $u = 17$.

Problème II. Résoudre en nombres rationnels l'équation

$$(1) \qquad 28\, x^2 + 10\, xy + 107\, y^2 = z^2.$$

Si dans l'équation

$$(18\, x + 5\, y)^2 + 19\, (17\, y)^2 = 28\, z,$$

on pose $17\, y = u$, $28\, x + 5\, y = t$, il reste à résoudre l'équation

$$t^2 + 19\, u^2 = 28\, z^2,$$

dont on aperçoit immédiatement une solution $t = 3$, $u = \pm 1$, $z = 1$, d'où l'on déduit pour l'équation proposée $z = 1$, $x = \frac{3.\ 17 \pm 5}{17\ .\ 28}$, $y = \frac{\pm 1}{17}$. En adoptant le signe inférieur et en multipliant par 17 on obtient $x = 2$, $y = -1$, $z = 17$.

Problème III. — Résoudre en nombres rationnels l'équation

$$(1) \qquad 68\,x^2 + 20\,xy + 79\,y^2 = z^2.$$

En multipliant par $68 = 4.\,17$ on obtient l'équation

$$(68\,x + 13\,y)^2 + 43\,(11\,y)^2 = 17\,(2\,z)^2,$$

qui, si l'on pose $68\,x + 13\,y = t,\ 11\,y = u,\ 2z = v$, devient

$$(2) \qquad t^2 + 43\,u^2 = 17\,v^2.$$

Comme les deux nombres 44 et 17 sont résidus quadratiques l'un de l'autre on conclut du théorème de Legendre (n° 8) que l'équation (2) peut être résolue en nombres entiers. Pour appliquer la méthode de réduction de Lagrange, nous avons à résoudre la congruence

$$\lambda^2 + 43 \equiv 0 \pmod{17}.$$

on trouve aisément $\lambda = 5$, $25 + 43 = 4.\,17$. Posant donc $t = 5\,u + 17\,s$, on obtient après réfluction

$$4\,u^2 + 10\,u\,s + 17\,s^2 = v^2.$$

On vérifie cette équation en prenant $s = o, u = 1, v = 2$. L'équation (2) est donc vérifiée par les valeurs $t = 5,\ u = \pm 1, v = 2$, et l'équation proposée par les suivantes, $z = 1, y = \dfrac{55 \pm 13}{11.\,68}$. En adoptant les signes inférieurs et en multipliant par 11, on obtient la solution $x = 1, y = -1, z = 11$.

III. *Solution générale.*

13. **Problème.** Trouver toutes les solutions rationnelles de l'équation

$$(1) \qquad ax^2 + 2b\,yx + cy^2 = z^2,$$

dont on connaît une solution $x = \alpha, y = \beta, z = \gamma$. Nous supposons β et γ différents de zéro; α pourrait se réduire à zéro si le coefficient c était un carré positif.

Nous pouvons combiner avec l'équation proposée mise sous la forme

$$a\,z^2 = (ax + by)^2 - (b^2 - ac)\,y^2$$

l'identité

$$a\gamma^2 = (a\alpha + b\beta)^2 - (b^2 - ac)\,\beta^2.$$

L'élimination de $(b^2 - ac)$ entre ces deux formules donne l'équation

$$(2) \qquad \beta^2 z^2 - \gamma^2 y^2 = (\beta x - \alpha y)(a\,\beta x + a\,\alpha y + 2b\,\beta y)$$

équivalente à l'équation proposée. Or, si l'on désigne par $\frac{p}{q}$ la fraction irréductible équivalente au rapport $(\beta z - \gamma y) : (\beta x - \alpha y)$, on déduit de l'équation (2) le système des deux équations linéaires

$$(3) \quad \left| \begin{array}{l} q\,(\beta z - \gamma y) = p\,(\beta x - \alpha y), \\ p\,(\beta z + \gamma y) = q\,(a\,\beta x + a\,\alpha y + 2b\,\beta y). \end{array} \right.$$

Inversement, on retrouve l'équation (2) en multipliant membre à membre les deux équations (3). On peut donc déduire des équations (3) toutes les solutions rationelles de l'équation (2) en donnant aux nombres p et q, de toutes les manières possibles, des valeurs entières et premières entre elles. Or, les équations (3) sont résolues par les formules

$$\frac{x}{\alpha p^2 - 2\gamma pq + (a\alpha + 2b\beta)\,q^2} = \frac{y}{\beta\,(p^2 - aq^2)} = \frac{-z}{\gamma p^2 - 2\,(a\alpha + b\beta)\,pq + a\gamma q^2}.$$

Si donc nous désignons par θ la valeur commune de ces trois rapports, valeur qui est nécessairement un nombre rationnel, nous obtenons comme expression générale des solutions de l'équation proposée en nombres rationnels les formules

$$(4) \quad \left| \begin{array}{l} x = \theta\,[\alpha p^2 - 2\gamma pq + (a\alpha + 2b\beta)\,q^2], \\ y = \theta\beta\,(p^2 - a\,q^2), \\ z = -\theta\,(\gamma p^2 - 2\,(a\alpha + b\beta)\,pq + a\gamma\,q^2). \end{array} \right.$$

Les solutions en nombres entiers et premiers entre eux se déduiront de ces formules en posant $\theta = \frac{1}{\mu}$,

$$(5) \quad \left| \begin{array}{l} \mu x = \alpha p^2 - 2\gamma\,pq + (a\alpha + 2b\beta)\,q^2 \\ \mu y = \beta\,(p^2 - aq^2) \\ \mu z = -(\gamma\,p^2 - 2\,(a\alpha + b\beta)\,pq + a\gamma q^2), \end{array} \right.$$

et en désignant par μ le plus grand diviseur commun des trois seconds

membres. De plus, comme le signe de z est indifférent, nous pourrons changer le signe du second membre dans la dernière formule.

14. Le nombre μ ne peut recevoir dans les formules (5) qu'un nombre limité de valeurs, que l'on peut déterminer à priori, en fonction du nombre β et du déterminant de la forme (a, b, c).

Si les trois nombres α, β, γ avaient un diviseur commun, on le ferait disparaître par la division; c'est pourquoi nous supposerons ces trois nombres premiers entre eux. Il résulte de cette hypothèse et de ce que p et q sont premiers entre eux, que μ est premier avec q; car si μ et q avaient un facteur commun n, on déduirait des formules (5)

$$\alpha p^2 \equiv o, \ \beta p^2 \equiv o, \ \gamma p^2 \equiv o \ (\text{mod } n);$$

ou encore, puisque p est premier avec n,

$$\alpha \equiv o, \beta \equiv o, \gamma \equiv o \ (\text{mod } n).$$

Mais ces congruences sont impossibles; car α, β, γ n'ont pas de diviseur commun. Les deux nombres μ et q sont donc premiers entre eux.

Soit e le plus grand diviseur commun entre μ et β et posons $\mu = em$, $\beta = e\beta_1$; β_1 est premier avec m. La seconde des équations (5) divisée par e devient

$$m\gamma = \beta_1 (p^2 - aq^2),$$

et, puisque β_1 est premier avec m, on en déduit

$$(a) \qquad p^2 - aq^2 \equiv o \ (\text{mod } m).$$

Les deux autres équations (5) donnent les deux congruences

$$(b) \qquad \alpha (p^2 + aq^2) - 2\gamma pq + 2b\beta q^2 \equiv o,$$

$$(c) \qquad \gamma (p^2 + aq^2) - 2 (a\alpha + b\beta) pq \equiv o \ (\text{mod } m),$$

qui, simplifiées par la substitution $p^2 \equiv aq^2$ et par la suppression du facteur q, commun à tous les termes, se réduisent aux suivantes

$$(6) \qquad 2\gamma p \equiv 2 (a\alpha + b\beta) q, \ 2a\gamma q \equiv 2 (a\alpha + b\beta) p \ (\text{mod } m).$$

En désignant par m' le nombre $\frac{1}{2} m$ ou m, suivant que m est pair ou impair, on a

$$\gamma p \equiv (a\alpha + b\beta) q, \ \gamma^2 p^2 \equiv (a\alpha + b\beta)^2 q^2 \ (\text{mod } m').$$

Remplaçons p^2 par aq^2 dans la dernière congruence et divisons par q^2; comme q est premier avec le module nous aurons

$$a\gamma^2 \equiv (a\alpha + b\beta)^2 \pmod{m'}.$$

Nous avons d'ailleurs par hypothèse

$$a\gamma^2 = (a\alpha + b\beta)^2 - (b^2 - ac)\,\beta^2.$$

En combinant ces deux formules on conclut que m' est diviseur de $(b^2 - ac)\,\beta^2$. Le nombre $\mu = 2\,m'\,e$ sera donc diviseur de

$$2\,(b^2 - ac)\,\beta^3 = 2\,\mathrm{D}\beta^3.$$

Théorème IV. *Le nombre* μ, *qui figure dans l'expression générale des solutions de l'équation*

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 = z^2$$

par les formules (5), *est toujours diviseur du produit* $2\mathrm{D}\beta^3$, *où* D *est le déterminant de la forme* (a, b, c) *et* β *la valeur de* y *dans la solution* α, β, γ, *employée pour la construction de ces formules.*

Ce théorème montre qu'il est avantageux pour les discussions subséquentes de choisir la solution α, β, γ de telle sorte que β soit égal à l'unité.

15. Quand l'un des coefficients extrêmes est un carré, on peut remplacer les formules (5) par d'autres plus simples. Pour y parvenir ordonnons le premier membre de l'équation (1) de manière que le coefficient du dernier terme soit un carré $c = f^2$; puis nous construisons les formules (5) avec la solution $\alpha = o, \beta = 1, \gamma = f$; nous obtenons

$$(5')\quad \left|\begin{aligned} \mu x &= 2bq^2 - 2fpq,\\ \mu y &= p^2 - aq^2,\\ \mu z &= -(fp^2 - 2bpq + afq^2).\end{aligned}\right.$$

Comme dans ce cas $\beta = 1$, on déduit du dernier théorème que le nombre μ est diviseur de $2\,(b^2 - af^2) = 2\,\mathrm{D}$. Les deux congruences linéaires que doivent vérifier p et q pour chaque valeur de $m = \mu$ sont (6)

$$(6')\quad 2fp \equiv 2bq,\ 2afq \equiv 2bp \pmod{\mu}.$$

Ces formules sont applicables dans le cas où le déterminant de la forme

(a, b, c) est nul. Dans ce cas, en effet, l'équation (1) multipliée par a devient

$$az^2 = (ax + by)^2,$$

et l'on en conclut que a est un carré; la même conclusion s'applique également à l'autre coefficient extrême, ainsi:

Le condition nécessaire et suffirante pour qu'une forme (a, b, c) *de déterminant nul puisse représenter des carrés est que les coefficients extrêmes* a *et* c *soient eux-mêmes des carrés.*

On posera $c = f^2$ et l'on construira les formules (5) avec la solution évidente $\alpha = 0$, $\beta = 1$, $\gamma = f$; on obtiendra de la sorte les formules (5'). Les valeurs de μ n'ont plus de limite, et, pour chacune de ces valeurs, les congruences (6) se réduisent à une seule

$$2\,fp \equiv 2\,bq \pmod{\mu}.$$

16. Comme application nous donnerons la solution générale des équations dont nous avons obtenu une solution particulière dans le paragraphe précédent.

I. Connaissant la solution (1, 1, 17) de l'équation

$$58x^2 - 14xy + 245y^2 = z^2,$$

on demande l'expression générale des solutions de cette équation en nombres entiers et premiers entre eux.

L'expression demandée se déduit des formules (5) en y faisant $\alpha = \beta = 1$, $\gamma = 17$, $a = 58$, $b = -7$, ce qui donne les formules suivantes:

$$\mu x = p^2 - 34\,pq + 44\,q^2,$$
$$\mu y = p^2 - 58\,q^2,$$
$$\mu z = -17\,(p^2 - 6\,pq + 58\,q^2).$$

Comme le nombre β est ici égal à 1, on déduit du théorème VI que μ est diviseur de $2\,D = 2.\,(17)^2\,(7)^2$. D'ailleurs μ ne peut pas être multiple de 17, car on déduirait de la seconde formule que 58 serait résidu quadratique de 17, ce qui n'est pas. Le nombre μ est donc diviseur de 2. 49.

II. Trouver l'expression générale des solutions de l'équation

$$28\,x^2 + 10\,xy + 197\,y^2 = z^2,$$

dont on connaît une solution particulière $x = 2$, $y = -1$, $z = 17$.

On obtient cette expression en faisant dans les formules (5) $a = 28$, $b = 5$, $\alpha = 2$, $\beta = -1$, $\gamma = 17$. On trouve ainsi

$$\mu x = 2\,(p^2 - 17\,pq + 23\,q^2),$$
$$\mu y = p^2 - 28\,q^2,$$
$$\mu z = -17\,(p^2 - 6\,pq + 28\,q^2).$$

On conclut du théorème VI que le nombre μ est diviseur de $2\,D = 2.\ 19.\ (17)^2$. Mais μ ne peut pas être multiple de 17, parce que 28, qui est résidu quadratique de μ en vertu de la deuxième formule, est non-résidu de 17. Le nombre μ est donc un diviseur de 2×19.

III. Former l'expression générale des solutions de l'équation

$$68\,x^2 + 26\,xy + 79\,y^2 = z^2,$$

dont on connaît une solution $x = 1, y = -1, z = 11$.

Il suffit de substituer dans les formules (5) $a = 68$, $b = 13$, $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\gamma = 11$; on obtient ainsi comme solution générale de l'équation proposée

$$(7)\quad \left|\begin{array}{l} \mu x = p^2 - 22\,pq + 42\,q^2, \\ \mu y = -p^2 + 68\,q^2, \\ \mu z = -11\,(p^2 - 10\,pq + 68\,q^2). \end{array}\right.$$

Le déterminant de la forme (68, 13, 79) est $-43.\ (11)^2$. Mais μ ne peut pas être multiple de 11, parce que 68, résidu quadratique de μ dans l'expression de μy, est non-résidu quadratique de 11. Le nombre μ est donc diviseur de 2×43.

Le nombre μ peut être positif ou négatif. On devrait donc considérer ce double signe si quelqu'un des nombres x, y, z devait être un carré. Mais si aucun de ces nombres ne doit être un carré, on peut changer leur signe, pourvu que le signe du produit xy ne change pas. Or en changeant le signe de μ on ne change pas celui de xy; on peut donc se borner aux valeurs positives de μ. De même, quand z n'est pas assujéti à être un carré, on peut faire abstraction de son signe.

17. Comme pour chaque valeur de μ les nombres p et q doivent vérifier la congruence (6)

$$2\,\gamma p \equiv 2\,(a\alpha + b\beta)\,q \pmod{m},$$

m désignant le quotient de μ divisé par le plus grand diviseur commun de μ et de β, on peut déduire des formules (5) différents groupes de formules,

relatifs chacun à l'une des valeurs que l'on peut attribuer à m. Ainsi, dans le dernier exemple, $m = \mu$ puisque $\beta = -1$; ce nombre μ peut recevoir quatre valeurs 1, 2, 43 et 86. On pourra donc exprimer les solutions de l'équation proposée par quatre groupes de formules.

Partageons d'abord ces solutions en deux groupes, l'un relatif aux deux valeurs 1 et 2, et l'autre aux deux valeurs 43, 86. Pour obtenir le dernier groupe faisons $\mu = 43\,\alpha$; la congruence (6) devient

$$22\,p \equiv 2\,(68 - 13)\,q \pmod{43},$$

Ou bien, en supprimant les facteurs communs, premiers avec le module,

$$p \equiv 5\,q \pmod{43},\; p = 5\,q + 43\,p'.$$

En faisant dans les formules (7) la double substitution $\mu = 43\,\alpha$, $p = 5\,q + 43\,p'$, et en divisant par 43 on obtient les formules suivantes:

$$(8)\quad \left|\begin{array}{l} \alpha x = 43p'^2 - 12\,p'q - q^2 \\ \alpha y = q^2 - 10\,p'q - 43\,p'^2 \\ \alpha z = -11\,(q^2 + 43\,p'^2). \end{array}\right.$$

Dans ces formules on doit éviter d'égaler q à des multiples de 43, parce que p et q auraient alors un facteur commun 43; de plus p' et q doivent être premiers entre eux. Le nombre α se réduit à 1 quand l'un des deux nombres p' ou q est pair; il est égal à 2 quand p' et q sont impairs.

Les solutions du premier groupe se déduisent des formules (7) en donnant à p et à q de toutes les manières possibles des valeures premières entre elles et ne vérifiant pas la congruence $p \equiv 5\,q \pmod{43}$. La subdivision de ce groupe en deux autres s'effectue immédiatement; $\mu = 1$ si p est impair, et $\mu = 2$ si p est pair. Pour séparer ce second groupe on fera $p = 2p'$ et l'on divisera par $\mu = 2$.

De même dans les formules (8) on sépare les solutions relatives à la valeur $\alpha = 2$ en faisant la substitution $p' = f + g$, $q = f - g$ et en supprimant le facteur commun 2. Dans ce second cas on peut donner aux nombres f et g toutes les valeurs entières et premières entre elles, qui ne satisfont pas à la congruence $f \equiv g \pmod{43}$.

18. Nous complèterons notre solution en la comparant avec celle de Gauss. Pour cela nous les appliquerons l'une et l'autre à l'équation

$$22\,x^2 + 2\,xy + y^2 = z^2$$

dont on voit immédiatement une solution $x = y = 1$, $z = 5$. La solution générale de cette équation en nombres rationnels se déduit des formules (4) en y faisant $a = 22$, $b = 1$, $\alpha = \beta = 1$, $\gamma = 5$; on trouve ainsi

$$x = \theta\,(p^2 - 10\,pq + 24\,q^2),$$

$$y = \theta\,(p^2 - 22\,q^2),\ z = -\,\theta\,(5\,p^2 - 46\,pq + 110\,q^2).$$

Afin de faire concorder nos notations avec celles des *Disquisitiones* (art. 299) remplaçons y et z par x' et x'', de sorte que nous aurons à chercher les représentations de zéro par la forme ternaire

$$f = 22\,x^2 + 2\,xx' + x'^2 - x''^2,$$

connaissant une première représentation $\alpha = \alpha' = 1$, $\alpha'' = 5$. Pour cela nous devons d'abord déterminer six nombres entiers $\beta, \beta', \beta''; \gamma, \gamma', \gamma''$, de manière à donner au déterminant

$$\begin{vmatrix} \alpha, \beta, \gamma \\ \alpha', \beta', \gamma' \\ \alpha'', \beta'', \gamma'' \end{vmatrix}$$

une valeur égale à 1. On y parvient en prenant trois nombres entiers l, l', l'' qui vérifient l'équation $l\alpha + l'\alpha' + l''\alpha'' = 1$; cette équation, dans le cas actuel, se reduit à $l + l' + 5\,l'' = 1$. Prenons $l = l' = -\,2$, $l'' = 1$. Les six coefficients cherchés doivent satisfaire aux trois, équations

$$\beta'\,\gamma'' - \gamma'\beta'' = -\,2,\ \beta''\gamma - \gamma''\beta = -\,2,\ \beta\gamma' - \beta'\gamma = 1.$$

On peut prendre $\beta'' = o$, $\gamma = o$, $\beta = -\,1$, $\beta' = 1$, $\gamma'' = -\,2$, $\gamma' = -\,1$. En substituant ces valeurs dans les formules

$$x = \alpha y + \beta y' + \gamma y'',\ x' = \alpha' y + \beta' y' + \gamma' y'',\ \text{etc.}$$

on obtient la substitution

$$x = y - y',\ x' = y + y' - y'',\ x'' = 5y - 2y'',$$

qui transforme f en la forme ternaire équivalente

$$g = 3\,(7y'^2 - y''^2) - 2y\,(21y' - 8y'').$$

Gauss résout l'équation $g = o$ en posant $y' = pu$, $y'' = qu$,

$$y = \frac{3\,u\,(7p^2 - q^2)}{2\,(21p - 8q)};$$

de sorte que, en faisant $u = 2\theta\,(21p - 8q)$, on obtient

$$y = 3\theta\,(7p^2 - q^2),\ y' = 2\theta\,(21\,p^2 - 8pq),\ y'' = 2\theta\,(21\,pq^2 - 8q),$$

θ désignant comme u lui-même un nombre rationnel complètement arbitraire. Les valeurs de x, x', x'' sont donc exprimées par les formules

$$x = -\,\theta\,(21p^2 - 16pq + 3\,q^2),$$
$$x' = \theta\,(63p^2 - 58pq + 13q^2),$$
$$x'' = \theta\,(105p^2 - 84pq + 17q^2).$$

En cherchant la forme réduite équivalente à $(63, -29, 13)$ par une suite de formes contiguës, on trouve que cette forme est équivalente à $(-1, 0, 22)$, et qu'on la réduit à cette forme par la substitution propre

$$p = p' - 3q',\ q = 2p' - 5q'.$$

Faisant donc cette substitution dans les formules précédentes et remplaçant x' et x'' par y et z, nous obtenons

$$x = -\,\theta\,(p'^2 - 10p'q' + 24q'^2),$$
$$y = -\,\theta\,(p'^2 - 22q'^2),$$
$$z = \theta\,(5p'^2 - 46p'q' + 110q'^2).$$

Il suffit de changer θ un $-\,\theta$ et de supprimer les accents des letters p et q pour identifier ces formules avec celles que nous avons obtenues par notre méthode.

Deuxième partie

Étude sur l'équation biquadratique

$$ax^4 + 2b\,x^2y^2 + cy^4 = z^2$$

19. Pour que l'équation considérée soit résoluble en nombres entiers, il est avant tout nécessaire que la forme quadratique (a, b, c) puisse représenter des carrés. Or ce dernier problème est le plus souvent impossible, quand aucun des coefficients extrêmes n'est égal à un carré. Considérons en effet l'ensemble des formes, en nombre infini, qui correspondent à un même déterminant D, positif ou négatif, mais sans diviseur carré. Cela revient à considérer tous les systèmes de valeurs entières des nombres

a, b, c, propres à vérifier l'équation $b^2 - ac = D$. Nous avons vu (n° 5) que la forme (a, b, c) ne peut représenter des carrés que dans les cas, où les nombres premiers avec D et représentés par (a, b, c) sont résidus quadratiques de D. Or si l'on se borne à considérer les formes proprement primitives, c'est-à-dire les formes où l'un des deux coefficients extrêmes est impair, la condition énoncée caractérise le genre principal; les formes quadratiques comprises dans les autres genres ne peuvent représenter aucun carré. Le nombre de ces derniers genres est de beaucoup plus grand que celui des genres principaux, lorsque l'on considère l'ensemble des divers déterminants inférieurs à une limite donnée. Car si l'on désigne par n le nombre des facteurs premiers impairs et inégaux de l'un de ces déterminants, D, le nombre des genres pour les classes proprement primitives de déterminant D est $2^\alpha\, 2^{n-1}$, où $\alpha = 0$, 1 ou 2 suivant le reste obtenu en divisant D par 8. Comme pour un même déterminant tous les genres renferment un même nombre de classes, le rapport du nombre des classes de déterminant D, qui ne peuvent représenter aucun carré, à celui des autres classes est $2^\alpha\, 2^{n-1} - 1$. Ce rapport est d'autant plus grand que le nombre des facteurs de D est lui-même plus considérable.

20. Il est facile d'après cela de formuler des théorèmes négatifs d'une grande généralité. Pour chaque système de valeurs de a et de c on peut trouver une infinité de valeurs de b qui rendent impossible l'équation

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 = z^2;$$

il suffit de choisir le nombre b de telle sorte que le déterminant $b^2 - ac = D$ renferme à une puissance impaire quelque diviseur premier dont a et c soient non-résidus quadratiques.

Prenons par exemple $a = 3$, $c = 5$. Ces deux nombres sont non-résidus quadratiques de tous les nombres premiers compris dans les formes linéaires $60\,l + (7, 17, 43, 53)$. Chacun de ces nombres premiers donne lieu à une série indéfinie de formes $(3, b, 5)$ dont aucune ne peut représenter des carrés. Soit en effet p l'un de ces nombres premiers. Pour trouver les valeurs correspondantes de b on commencera par résoudre les deux congruences

$$x^2 - 15 \equiv 0 \pmod{p}, \quad x^2 - 15 \equiv 0 \pmod{p^2}.$$

Soient $\pm\alpha$ les deux racines de la première; celles de la seconde seront de la forme $\pm(C\,p + \alpha)$. Désignons par n un nombre compris dans la formule

$lp \mp \alpha$, sans être congru suivant le module p^2 à aucun des deux nombres $\pm (Cp + \alpha)$. Si l'on prend $b = mp^2 + n$, m désignant un nombre entier quelconque, positif ou négatif, les équations comprises dans la formule

$$3x^2 + 2(mp^2 + n)xy + 5y^2 = z^2$$

sont toutes impossibles en nombres entiers.

En effet, le déterminant de la forme qui correspond à chacune de ces équations est $(mp^2 + n)^2 - 15 = D$. Ce déterminant est divisible par p, puisque n est de la forme $lp \pm \alpha$; mais il n'est pas divisible par p^2, parce que n n'est congru à aucune des deux racines de la congruence $x^2 - 15 \equiv 0$ (mod p^2). Si l'équation précédente était possible en nombres entiers, on en déduirait

$$3z^2 = (3x + (mp^2 + n)y)^2 - Dy^2.$$

Comme p est facteur simple de D, on ne peut pas faire disparaître ce facteur en supposant z et $3x + (mp^2 + n)y$ divisibles par p. Il résulterait donc de la formule obtenue que 3 serait résidu quadratique de p; ce qui n'est pas. L'équation supposée est donc impossible.

21. Soit $p = 7$. Les solutions de la congruence $x^2 - 15 \equiv 0$ (mod 7) sont ± 1; celles de la congruence $x^2 - 15 \equiv 0$ (mod 49) sont ± 8. Les nombres inférieurs à 49 compris dans la formule $lp + 1$ sans être congrus à 8 (mod 49) sont 1, 15, 22, 29, 36, 43. Si l'on désigne par n l'un quelconque de ces nombres, l'équation

$$3x^2 + 2(49m \pm n)xy + 5y^2 = z^2$$

est impossible en nombres entiers, quel que soit le nombre entier, positif ou négatif, désigné par m.

2. Soit $p = 17$. Les racines de la congruence $x^2 - 15 \equiv 0$ (mod 17) sont 7 et -7; celles de la congruence $x^2 - 15 \equiv 0$ (mod 289) sont 41 et -41. Les nombres inférieurs à 289, compris dans la formules $17l + 7$ et différents de 41 sont 7, 24, 58, 75, 92, 109, 126, 143, 160, 177, 194, 211, 228, 245, 262 et 279. Si l'on désigne par n l'un quelconque de ces nombres et par m un nombre entier quelconque, l'équation

$$3x^2 + 2(289m \pm n)xy + 5y^2 = u^2$$

est impossible en nombres entiers.

3° Soit $p = 43$. La congruence $x^2 - 15 \equiv 0 \pmod{43}$ est vérifiée par les deux valeurs $x = \pm 12$, et la congrueuce $x^2 - 15 \equiv 0 \pmod{1849}$ par les valeurs $x = \pm 700$, Désignons par n l'un quelconque des nombres compris dans la formule $43\,l + 12$, inférieurs à 1849 et non congrus à l'un des deux nombres 700 ou $-$ 700. L'équation

$$3\,x^2 + 2\,(1849\,m \pm n)\,xy + 5\,y^2 = z^2$$

est impossible en nombres entiers.

22. Il est inutile de multiplier ces exemples; ceux que nous venons de donner suffisent pour montrer combien il est facile d'obtenir des théorèmes négatifs concernant la réduction d'une forme quadratique à un carré. Tous ces théorèmes s'appliquent à fortiori à l'équation biquadratique correspondante

$$(1) \qquad ax^4 + 2b\,x^2\,y^2 + cy^4 = z^2.$$

Cette dernière équation offre de plus un grand nombre de cas d'impossibilité provenant de ce que les indéterminées x et y, qui satisfont à l'équation quadratique auxiliaire et dont l'expression générale est donnée par les formules (5) du n° 12, ne peuvent pas être égalées en même temps à des carrés.

Proposons-nous par exemple de résoudre en nombres entiers l'équation

$$(1) \qquad 15\,x^4 + 44\,x^2\,y^2 + 21\,y^4 = z^2$$

L'équation quadratique auxiliaire

$$(2) \qquad 15\,\xi^2 + 44\,\xi\zeta + 21\,\zeta^2 = z^2$$

est vérifiée par les valeurs $\xi = 2$, $\zeta = 1$, $z = 13$, de sorte que, en faisant $a = 15$, $b = 22$, $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $\gamma = 13$ dans les formules (5) du n° 12, on obtient comme expression générale des solutions de cette équation les formules

$$(3) \quad \left|\begin{array}{l} \mu\,\xi = 2p^2 - 26\,pq + 74\,q^2, \\ \mu\,\zeta = p^2 - 15\,q^2, \\ \mu\,z = -13\,(p^2 - 8\,pq + 15\,q^2). \end{array}\right.$$

En appliquant le théorème VI (n° 14) on reconnait que le nombre μ doit être diviseur de $2\,D = 2\,[22.\,22 - 15.\,21] = 2.\,13.\,13$. Ce nombre est donc premier avec 3. Or les solutions de l'équation proposée ne sont que des cas

particuliers de celles de l'équation (2); elles correspondent aux valeurs de p et de q qui rendent égales à des carrés les valeurs de ξ et de ζ. Elles sont donc données par les formules

$$(4)\quad \begin{cases} \mu x^2 = 2p^2 - 26pq + 74q^2 \\ \mu y^2 = p^2 - 15q^2, \end{cases}$$

dont la première peut s'écrire

$$2\mu x^2 = (2p - 13q)^2 - 21q^2.$$

On conclut de là que 2μ est résidu quadratique de 2. Car si l'on supposait $2p - 13q$ divisible par 3, comme μ est premier avec 3, x serait divisible par 3 et il on résulterait que le nombre q serait aussi multiple de 3; on aurait donc

$$2p \equiv 13q, \quad q \equiv 0 \pmod 3,$$

ce qui est impossible puisque p et q désignent deux nombres premiers entre eux. Les deux nombres x et $2p - 13q$ sont donc premiers avec 3 et 2μ est résidu quadratique de 3. On conclut de même de la deuxième des formules (4) que μ est résidu quadratique de 3. Le produit $2\mu . \mu$ est donc aussi résidu quadratique de 3; enfin, puisque μ est premier avec 3, on est amené à cette conséquence absurde que 2 serait résidu quadratique de 3. Les deux équations (4) sont donc incompatibles et, conséquemment, l'équation proposée est impossible en nombres entiers.

On conclut de là que l'espression $\sqrt{15 + 44z^2 + 21z^4}$ ne peut être rendue rationnelle par aucune valeur rationnelle de z.

23. On trouve aisément des théorèmes négatifs d'une grande généralité. Désignons par n un nombre premier impair et considérons l'équation

$$an\, x^4 + 2b\, x^2 y^2 + cn\, y^4 = z^2.$$

Cette équation est évidemment impossible quand $2b$ est non — résidu quadratique de n. On pourra même déterminer a et c de telle sorte que l'équation quadratique correspondante

$$an\, x^2 + 2b\, xy + cny^2 = z^2,$$

admette une infinité de solutions. Prenons par exemple $n = 3$, $a = 1$. L'équation

$$3x^4 + 2(9m - 5)\, x^2 y^2 + 3(9m^2 - 10m + 3)\, y^4 = z^2$$

est impossible en nombres entiers, quel que soit le nombre entier, positif ou négatif, désigné par m. Néanmoins l'équation

$$3\xi^2 + 2(9m - 5)\xi\zeta + 3(9m^2 - 10m + 3)\zeta^2 = z^2$$

admet la solution $\xi = 3m - 2$, $\zeta = -1$, $z = 1$. De même l'équation

$$3\xi^2 + 2(9m + 7)\xi\zeta + 3(9m^2 + 14m + 4)\zeta^2 = z^2$$

admet la solution $\xi = 3m + 1$, $\zeta = -1$, $z = 1$, d'où l'on pourra déduire une infinité de solutions au moyen de nos formules. Néanmoins l'équation

$$3x^4 + 2(9m + 7)x^2y^2 + 3(9m^2 + 14m + 4)y^4 = z^2$$

est impossible en nombres entiers, quelle que soit la valeur entière, positive ou négative de m.

24. En l'absence d'une méthode certaine de solution nous transformons le problème proposé, de résoudre l'équation biquadratique (1), en un autre problème que nous ne sommes pas assurés de pouvoir résoudre. Le problème résolu précédemment (n° 22) montre que cette transformation n'est pas inutile, puisqu'elle nous a permis de reconnaître une impossibilité que nous aurions pu ne pas apercevoir. Il est vrai que dans cet exemple on pouvait reconnaître l'impossibilité de l'équation par une considération attentive des coefficients; car elle appartient à la catégorie nombreuse des équations dont nous venons de parler (23); ses deux coefficients extrêmes sont divisibles par 3 et son coefficient moyen est non-résidu quadratique de 3. Mais si nous obtenons ici un résultat qu'il eût été facile de prévoir, nous verrons qu'il n'en est pas toujours de même.

Problème I. Résoudre en nombres entiers l'équation

$$(1) \qquad 7x^4 + 8x^2y^2 + 26y^4 = u^2.$$

L'équation quadratique auxiliaire admet la solution $\alpha = 5$, $\beta = -3$, $\gamma = 17$, de sorte que l'on déduit des formules (5) du n° 12 que les valeurs des indéterminées ξ, ζ, propres à donner à la forme (7, 4, 29) une valeur égale à un carré, sont exprimées par les formules

$$\mu \xi = 5p^2 - 34pq + 11q^2,$$
$$\mu \zeta = -3p^2 + 21q^2,$$

où μ est le produit d'une puissance de 3 multipliée par un diviseur de 166. La solution du problème proposé se trouve ainsi ramenée à celle des deux équations simultanées

$$(2) \qquad \mu x^2 = 5p^2 - 34pq + 11q^2, \mu y^2 = -3p^2 + 21q^2.$$

Or, si l'on fait dans ces formules $p = 1$, $q = -1$, on obtient

$$\mu x^2 = 50 = 2.25, \quad \mu y^2 = 18 = 2.9.$$

On vérifie donc ces équations en prenant $\mu = 2$, $x = 5$, $y = 3$. Cette première solution nous en donnera une suite indéfinie à l'aide des formules que nous avons publiées dans le 1^{er} des Mémoires cités (n° 1).

25. Calculons d'abord la valeur de u qui correspond aux valeurs 1 et -1 de p et de q. Cette valeur est déterminée par la troisième des formules (5)

$$\mu u = -17(p^2 + 7q^2) + 46pq,$$

d'où l'on déduit, en faisant $\mu = 2$, $p = 1$, $q = -1$, que $u = 91$. Posons

$$\varphi(z) = 7 + 8z^2 + 26z^4.$$

Nous savons que les deux valeurs $z = \pm \frac{3}{5}$ donnent à l'expression $\sqrt{\varphi(z)}$ une valeur rationnelle $\frac{91}{25}$. Si nous faisons $x_2 = -x_1 = \frac{3}{5}$, $\varepsilon_2 = -\varepsilon_3 = 1$, dans les formules I, que nous transcrivons ici,

$$\text{I} \left|\begin{array}{l} 1)\ f + gx_1 + hx_1^2 = \varepsilon_1 \sqrt{\varphi(x_1)}, \\ 2)\ f + gx_2 + hx_2^2 = \varepsilon_2 \sqrt{\varphi(x_2)}, \\ 3)\ f + gx_3 + hx_3^2 = \varepsilon_3 \sqrt{\varphi(x_3)}, \\ 4)\ x = \dfrac{2gh}{26 - h^2} - (x_1 + x_2 + x_3), \\ 5)\ f + gx + hx^2 = \varepsilon \sqrt{\varphi(x)}, \end{array}\right.$$

les équations 2) et 3) deviennent

$$f + \frac{3}{5} g + \frac{9}{25} h = \frac{91}{25}, \quad f - \frac{3}{5} g + \frac{9}{25} h = -\frac{91}{25},$$

et l'on en déduit $g = \frac{91}{15}$, $f = -\frac{9}{25} h$. Les autres équations deviennent

$$(3) \quad \left| \begin{array}{l} h\left(x_1^2 - \frac{9}{25}\right) + \frac{91}{15} x_1 = \varepsilon_1 \sqrt{\varphi(x_1)} \\ x = \frac{-2.\,91\,h}{15\,(26 - h^2)} - x_1 \\ h\left(x^2 - \frac{9}{25}\right) + \frac{91}{15} x = \varepsilon \sqrt{\varphi(x)}. \end{array} \right.$$

Pour obtenir une solution différente de $\pm \frac{3}{5}$, nous supposerons que x_1 converge vers $\frac{3}{5}$; dans ce cas la première des équations (3) est remplacée par la suivante

$$\frac{91}{15} + 2h \frac{3}{5} = \frac{\varphi'\left(\frac{3}{5}\right)}{2\sqrt{\varphi\left(\frac{3}{5}\right)}},$$

que l'on déduit de la formule 3) du système II du Mémoire cité. On trouve ainsi $h = -\frac{2269}{1938}$. En substituant cette valeur de h et $x_1 = \frac{3}{5}$ dans la deuxième des équations (3) on obtient une nouvelle valeur de x qui donne à $\sqrt{\varphi(x)}$ une valeur rationnelle que l'on calcule au moyen de la troisième formule. En égalant x_1 à la solution ainsi obtenue on en déduit une nouvelle solution, puis de celle-ci une autre et ainsi de suite, indéfiniment.

26. Problème II. Résoudre en nombres entiers l'équation

$$(1) \qquad 31 x^4 + 8 x^2 y^2 + 13 y^4 = u^2.$$

L'équation quadratique auxiliaire

$$31 \xi^2 + 8 \xi \zeta + 13 \zeta^2 = u^2$$

admet la solution $\xi = 2$, $\zeta = -1$, $u = 11$, de sorte que la solution générale de cette équation est exprimée par les formules

$$(2)\quad \left|\begin{array}{l} \mu\,\xi = 2\,p^2 - 22\,pq + 54\,q^2, \\ \mu\,\zeta = -p^2 + 31\,q^2, \\ \mu\,u = 11\,(p^2 + 31\,q^2) - 116\,pq, \end{array}\right.$$

que l'on déduit des formules (5) du n° 12 en y faisant $\alpha = 2, \beta = -1, \gamma = 11, a = 31, b = 4$. Le nombre μ est un diviseur du déterminant de la forme $(31, 4, 13)$, multiplié par 2, c'est-à-dire du nombre 2×387. Les solutions de l'équation proposée se déduisent des mêmes formules en posant $\xi = x^2$, $\zeta = y^2$. Le problème se trouve donc ramené à celui de résoudre en nombres entiers les deux équations simultanées

$$(3)\qquad \mu x^2 = 2\,p^2 - 22pq + 54\,q^2,$$

$$(4)\qquad \mu y^2 = -p^2 + 31\,q^2.$$

Nous pouvons négliger les cas où μ serait multiple de 9, car on les ramène aux autres en posant $\mu = 9\,\mu_1$ et $3\,x = x'$, $3\,y = y'$. De plus l'équation (3) mise sous la forme

$$(3')\qquad 2\mu x^2 = (2p - 11\,q)^2 - 13\,q^2$$

montre que x doit être impair et μ de la forme $4\,l + 2$, car p et q étant premiers entre eux le second nombre est de la forme $8\,l + 4$. Le nombre μ doit donc être un diviseur pair du nombre $2 \times 387 = 2 \times 9 \times 43$. Nous pouvons donc nous borner à considérer les diviseurs ± 2, ± 6, ± 86, $\pm 6 \times 43$. Or l'équation (4) exclut les valeurs de μ qui sont des résidus quadratiques de 31, c'est-à-dire $2, -6, -86, +258$, de sorte qu'il ne reste que les quatre valeurs $-2, 6, 86, -258$, auxquelles correspondent respectivement quatre systèmes de formules. Considérons le système

$$(5)\quad \left|\begin{array}{l} 4\,x^2 = 13\,q^2 - (2p - 11\,q)^2, \\ 2\,y^2 = p^2 - 31\,q^2, \end{array}\right.$$

qui correspond à la valeur $\mu = -2$. On déduit de la seconde équation que les deux nombres p et q doivent être impairs. D'ailleurs d'après le théo-

rème V de notre Mémoire sur les nombres complexes $a+b\sqrt{-c}$ (Journal de M. Resal, 1875, p. 330) les solutions de la première équation se déduisent des formules

$$q=f^2+4g^2,\ \pm(2p-11q)\pm 2x\sqrt{-1}=(3+2\sqrt{-1})(f+2g\sqrt{-1})^2,$$

$$\pm(2p-11q)=3(f^2-4g^2)-8fg,\ \pm 2x=2(f^2-4g^2)+12fg,$$

en égalant de toutes les manières possibles f et g à des nombres entiers et premiers entre eux. Pour que p soit impair, il faut prendre le signe supérieur. On a donc

$$p=7f^2+16g^2-4fg,\ q=f^2+4g^2;$$

puis, en substituant ces valeurs dans la deuxième des équations (5), on trouve comme équation de condition

$$(6)\qquad y^2=9f^4-4f^2g^2-120g^4-4fg(7f^2+16g^2),$$

Cette équation est immédiatement vérifiée par les valeurs $g=0$, $f=1$, $y=3$. On en déduit $p=7$, $q=1$, $x=1$. La valeur de u est déterminée par la formule $2u=11(49+31)-11\ 6.\ 7=68$, $u=34$.

27. Cette solution $x=1$, $y=3$, $u=34$, en donnera une infinité d'autres par les formules I (n° 25), en prenant $\varphi(z)=31+8z^2+13z^4$, $x_2=-x_3=3$, $\varepsilon_2=-\varepsilon_3=1$, $\sqrt{\varphi(\pm 3)}=34$. On obtient d'abord $g=\frac{34}{3}$, $f=-9h$, et il reste les formules

$$(7)\quad\left|\begin{array}{l} h(x_1^2-9)+\frac{34}{3}x_1=\varepsilon_1\sqrt{\varphi(x_1)},\\[2ex] x+x_1=\dfrac{68h}{3(13-h^2)},\\[2ex] h(x^2-9)+\frac{34}{3}x=\varepsilon\sqrt{\varphi(x)},\end{array}\right.$$

à l'aide desquelles on pourra calculer une suite indéfinie de valeurs rationnelles de x auxquelles correspondront des valeurs rationnelles de $\sqrt{\varphi(x)}$. Il suffit pour cela de calculer une première solution différente de ± 3, que l'on prendra comme valeur de x_1; les deux premières formules (7) feront

connaître une nouvelle solution, et la troisième donnera la valeur rationnelle correspondante de $\sqrt{\varphi(x)}$. La solution nécessaire pour commencer cette suite de calculs est donnée par les deux équations

$$(8)\quad \left|\begin{array}{l} \frac{34}{3} + 6h = \frac{\varphi'(3)}{2\sqrt{\varphi(3)}} = \frac{31 \,.\, 12}{17} \\[2ex] x + 3 = \frac{68\,h}{3\,(13 - h^2)}, \end{array}\right.$$

que l'on déduit des deux premières formules (7) en différentiant la première par rapport à x_1 et en faisant $x_1 = 3$ après la différentiation.

Toutes les solutions ainsi obtenues correspondent à la multiplication de l'intégrale elliptique

$$\int_0^x \frac{d\,x}{\sqrt{\varphi(x)}}$$

multipliée par les nombres impairs successifs. La solution déterminée par les formules (8) correspond au multiplicateur 3; celle qu'on en déduirait par les formules (7) répondrait au multiplicateur 5 et ainsi de suite.

Il y aurait lieu d'examiner si les systèmes déduits des formules (3) et (4) en égalant μ successivement à 6, 86, − 258 ne fourniraient pas quelque autre solution primitive. Pour ne pas être entraîné dans une longue discussion nous nous bornerons à étudier le système obtenu en faisant $\mu = 6$.

28. Proposons-nous de résoudre en nombres entiers le système des deux équations

$$(9)\quad \left|\begin{array}{l} 6\,x^2 = 2p^2 - 22pq + 54\,q^2 \\[1ex] 6\,y^2 = -\,p^2 + 31\,q^2. \end{array}\right.$$

Nous commencerons par résoudre la dernière équation mise sous la forme

$$p^2 = 31\,q^2 - 6\,y^2.$$

On en trouve aisément une première solution $p = 5$, $q = 1$, $y = 1$. On pourra donc exprimer la solution générale de cette équation au moyen des formules données dans la première partie de ce Mémoire (n° 12). Il suffit

pour cela de remplacer p et q par f et g; x, y et z, par q, y et p; puis de faire $a = 31$, $b = 0$, $\alpha = \beta = 1$, $\gamma = 5$. On trouve ainsi

$$\mu q = f^2 - 10 fg + 31 g^2,$$

$$\mu y = f^2 - 31 g^2,$$

$$\mu p = 5 (f^2 + 31 g^2) - 62 fg.$$

Or en multipliant par $2\mu^2$ la première des équations (9) on obtient

$$12 (\mu x)^2 = (2\mu p - 11 \mu q)^2 - 13 (\mu q)^2;$$

ou encore, en remplaçant μp et μq par leurs valeurs et en posant $\mu x = x_1$,

$$12 x_1^2 = (f^2 + 14 fg + 31 g^2)^2 - 13 (f^2 - 10 fg + 31 g^2)^2;$$

puis, après réduction,

$$(10) \qquad x_1^2 + (f^2 + 31 g^2 - 12 fg)^2 = 4.\ 13 f^2 g^2.$$

Comme f et g sont premiers entre eux, on conclut de cette formule qu'ils sont tous deux impairs et premiers avec 3. Posons donc

$$f = m + n, \quad g = m - n;$$

m et n seront deux nombres entiers et premiers entre eux, l'un pair et l'autre impair; de plus l'un de ces nombres doit être multiple de 3.

Par cette substitution l'équation (10) devient

$$x_1^2 + 16 (5 m^2 - 15 mn + 11 n^2)^2 = 4.\ 13 (m^2 - n^2)^2.$$

Comme l'un des deux nombres m ou n doit être multiple de 3, il faut que x_1 soit divisible par 3. Supprimant donc les multiples de 9 dans la dernière équation on en déduit l'une des deux congruences, également impossibles,

$$4 m^4 \equiv 16 m^4 \text{ ou } n^4 \equiv 16 n^4 \pmod 9.$$

Il est donc impossible de résoudre en nombres entiers le système des deux équations (9).

29. Problème III. Résoudre en nombres entiers l'équation

$$(1) \qquad 35\,x^4 - 16\,x^2\,y^2 + 13\,y^4 = u^2.$$

On vérifie l'équation quadratique auxiliaire

$$35\,\xi^2 - 16\,\xi\,\zeta + 13\,\zeta^2 = u^2$$

en faisant $\xi = 2$, $\zeta = 1$, $u = 11$. La solution générale de cette équation est donc exprimée par les formules

$$(2) \quad \left| \begin{array}{l} \mu\,\xi = 2p^2 - 22\,pq + 54\,q^2, \\ \mu\,\zeta = p^2 - 35\,q^2, \\ \mu\,u = 11\,(p^2 + 35\,q^2) - 124\,pq, \end{array} \right.$$

qu'on déduit des formules (5) du n° 12, en y faisant $a = 35$, $b = -8$, $\alpha = 2$, $\beta = 1$, $\gamma = 11$, et en changeant le signe de a. On conclut du théorème VI (n° 13) que le nombre μ est diviseur da 2. 17. 23. Pour que l'équation proposée soit possible, il faut que l'on puisse résoudre les équations (2) en faisant $\xi = x^2$, $\zeta = y^2$, x et y désignant deux nombres entiers. Le problème se trouve donc ramené à celui de résoudre les deux équations simultanées

$$(3) \qquad 2\mu x^2 = (2\,p - 11\,q)^2 - 13\,q^2, \;\; \mu y^2 = p^2 - 35\,q^2.$$

On déduit de la première formule que x doit être impair et que μ doit être pair sans être divisible par 4. Le nombre μ doit donc être un diviseur pair du produit $2 \times 17 \times 23$; il aura donc l'une des valeurs suivantes: ± 2, ± 34, ± 49, $\pm 2.\,17.\,23$. Mais comme ce nombre doit être résidu quadratique de 5, il faut exclure les valeurs ± 2, $\pm 2.\,17.\,23$; de plus, comme il est aussi résidu quadratique de 7, il faut exclure les deux valeurs 34 et -46. Les seules valeurs admissibles sont donc $\mu = -34$, $\mu = 46$, auxquelles correspondent les deux systèmes

$$(4) \qquad 13\,q^2 - (2p - 11\,q)^2 = 68\,x^2, \;\; p^2 = 35\,q^2 - 34\,y^2,$$

$$(6) \qquad (2\,p - 11\,q)^2 - 13\,q^2 = 92\,x^2, \;\; p^2 = 35\,q^2 + 46\,y^2.$$

30. Comme p et q sont entiers et premiers entre eux, les dernières formules des deux systèmes (4) et (5) exigent qu'ils soient tous deux impairs.

On peut donc poser $p = f + g$, $q = f - g$, f et g désignant deux nombres premiers entre eux, l'un pair et l'autre impair. Par cette substitution le système (4) devient, après réduction,

$$(17f - 26g)^2 + (17x)^2 = 13g^2,$$

$$4fg = 34(f-g)^2 - 34y^2.$$

La dernière formule demande que l'un des deux nombres f ou g soit multiple de 17. Or la première conduirait à la congruence impossible $(26)^2 \equiv 13$ (mod 17), si l'on supposait f multiple de 17. On conclut d'ailleurs de la première formule que f est pair et de la seconde, qu'il est divisible par 4; posant donc $f = 4h$, $g = 17k$, on aura

$$(6) \qquad p = 4h + 17k, \; q = 4h - 17k;$$

et les formules précédentes deviendront

$$(7) \quad \left| \begin{array}{l} x^2 + 4(2h - 13k)^2 = 13k^2, \\ (4h - 17k)^2 - y^2 = 8hk. \end{array} \right.$$

Sans entrer plus avant dans la discussion de ces équations, nous remarquons que la première est verifiée par les valeurs $x = 3$, $h = 6$, $k = 1$; or en substituant ces valeurs dans l'équation suivante on obtient $y = 1$. On a donc une première solution de l'équation (1), savoir $x = 3, y = 1$, $u = 52$. Posant donc

$$\frac{x}{y} = z, \; \varphi(z) = 13 - 16z^2 + 35z^4,$$

nous pouvons appliquer les formules I du n° 25. Les formules 2) et 3), lorsqu'on y fait $x_2 = -x_3 = 3$, $\varepsilon_2 = -\varepsilon_3 = 1$, $\sqrt{\varphi(\pm 3)} = 52$, donnent $f = -9h$, $g = \frac{52}{3}$. Les autres équations deviennent:

$$(8) \quad \left| \begin{array}{l} h(x_1^2 - 9) + \frac{52}{3}x_1 = \varepsilon_1 \sqrt{\varphi(x_1)}, \\ x + x_1 = \frac{104h}{3(35 - h^2)}, \\ h(x^2 - 9) + \frac{52}{3}x = \varepsilon \sqrt{\varphi(x)}. \end{array} \right.$$

Nous pourrions au moyen de ces formules calculer une suite indéfinie de solutions, ainsi que nous l'avons indiqué dans les deux problèmes précédents. Mais nous suivrons une autre marche. Elevant au carré les deux membres de l'équation (8) et divisant le résultat par $x_1^2 - 9$, nous obtenons

$$(9) \quad (x_1^2 - 9)\,h^2 + \frac{104}{3}\,x_1\,h + \frac{13 - 35.9x_1^2}{9} = 0;$$

d'où

$$(10) \quad x_1 = \frac{-52\,(3h) \pm 3\sqrt{(3h)^4 - 16\,(3h)^2 + 35.13}}{(3h)^2 - 35.\,9}$$

Posons $3h = \frac{m}{n}$ et remplaçons x_1 par le rapport $\frac{x}{y}$. les deux nombres x et y qui satisfont à l'équation (1) seront déterminés par les formules

$$(11) \quad \left|\begin{array}{l} m^4 - 16m^2n^2 + 35.13\,n^4 = s^2, \\ \dfrac{x}{y} = \dfrac{-52\,mn \pm 3\,s}{m^2 - 35.9\,n^2}. \end{array}\right.$$

Si donc nous pouvons obtenir toutes les solutions de la première de ces équations, nous déduirons de la deuxième toutes celles de l'équation (1); car à toute solution de l'équation (1) la formule (9) fait correspondre deux valeurs de $3h = \frac{m}{n}$ de chacune desquelles elles peuvent, inversement, se déduire par les formules (11).

On ne peut pas supposer s pair; car alors m et n seraient impairs; le premier membre de la première formule (11) serait de la forme $16e + 8$ qui ne peut convenir à aucun carré. On ne peut pas supposer non plus m pair, n impair, puisqu'on aurait $3 \equiv 1 \pmod 4$. Les deux nombres m et s doivent donc être impairs et n pair $= 2fg$. La décomposition en facteurs se fera par les formules suivantes:

$$s^2 - (m^2 - 8\,n^2)^2 = 17.23\,n^4,\ n = 2\,fg$$

$$s \pm (m^2 - 8\,n^2) = 2\,f^4,\ 34\,f^4,\ 46\,f^4,\ 34.23\,f^4,$$

$$s \mp (m^2 - 8\,n^2) = 8.17.23\,g^4,\ 8.23\,g^4,\ 8.17\,g^4,\ 8\,g^4,$$

$$\pm (m^2 - 8\,n^2) = f^4 - 4.17.23\,g^4,\ 17\,f^4 - 4.23\,g^4,\ 23\,f^4 - 4.17\,g^4,$$

La considération du module 4 exclut le signe inférieur pour les deux premières valeurs de $m^2 - 8n^2$ et le signe supérieur pour les deux autres, on aura donc l'une des équations suivantes:

$$m^2 = f^4 + 32 f^2 g^2 - 4.17.23 g^4,$$

$$m^2 = 4 g^4 + 32 f^2 g^2 - 17.23 g^4,$$

$$m^2 = 17 f^4 + 32 f^2 g^2 - 4.23 g^4,$$

$$m^2 = 4.17 g^4 + 32 f^2 g^2 - 23 f^4.$$

Or en mettant les dernières équations sous la forme suivante:

$$17 m^2 = (17 f^2 + 16 y^2)^2 - 4.455 y^4,$$

$$17 m^2 = (2.17 f^2 + 8 g^2)^2 - 455 g^4,$$

on reconnait qu'elles sont impossibles, parce que 17 est non – résidu quadratique de 5. Le problème se trouve donc ramené à la résolution successive des deux équations

$$(12) \qquad m^2 = f^4 + 32 f^2 g^2 - 4.17.23 g^4,$$

$$(13) \qquad m^2 = 4 g^4 + 32 f^2 g^2 - 17.23 f^4.$$

31. L'équation (12) mise sous la forme

$$(f^2 + 16 g^2)^2 - m^2 = 4.35.23 g^4,$$

se décompose de l'une des manières suivantes:

$$f^2 + 16 g^2 \pm m = 2 \alpha^4,\ 10 \alpha^4,\ 70 \alpha^4,\ g = \alpha\beta$$

$$f^2 + 16 g^2 \mp m = 70.13 \beta^4,\ 14.13 \beta^4,\ 26 \beta^4.$$

On reconnait l'impossibilité des deux dernières par la considération du module 8; de sorte que l'on a

$$(11') \qquad f^2 = \alpha^4 - 16 \alpha^2 \beta^2 + 35.13 \beta^4.$$

Cette équation n'est autre que la première des formules (11) vérifiée par les valeurs $s = f$, $m = \alpha$, $n = \beta$. Ainsi une solution de cette équation en donne immédiatement une autre par les formules

(14) $\quad s = f^4 + 4.17.23\,\alpha^4\beta^4,\ m = \alpha^4 - 35.13\,\beta^4,\ n = 2f\alpha\beta.$

En faisant $x_1 = 3$ dans l'équation (9) on trouve $3h = \frac{1411}{156}$. On a donc une première solution $\alpha = 1411$, $\beta = 156$, $f = 1359575$, qui substituée dans les formules (14) donne une nouvelle solution ; celle-ci en fournirait une autre et ainsi de suite.

Reste à considérer la formule (13) dont la décomposition en facteurs, après l'exclusion des cas impossibles, donne les formules

$$f = \alpha\beta,\ (2g)^2 = 35\,\alpha^4 - 16\,\alpha^2\beta^2 + 13\,\beta^4,$$

dont la dernière n'est que l'équation (1) vérifiée en posant $x = \alpha$, $y = \beta$, $u = 29$. Chaque solution de cette équation détermine pour l'équation (11) une solution que l'on peut prendre comme solution primitive d'où l'on déduira une infinité d'autres solutions par les formules (14). Les formules (12) donneront les solutions correspondantes de l'équation proposée.

32. La méthode que nous venons d'appliquer doit être considérée comme un expédient plutôt que comme une solution ; elle se borne en effet à transformer le problème proposé en un autre dont on n'est pas assuré d'obtenir une solution complète. Les exemples précédents montrent toutefois que cette transformation n'est pas inutile, puisqu'elle sert à mettre en évidence, tantôt des solutions, tantôt des caractères d'impossibilité que l'on pouvait ne pas apercevoir immédiatement.

Quand dans l'équation proposée l'un des coefficients extrêmes est un carré, on peut employer avec avantage la méthode usitée de décomposition en facteurs. On parvient souvent à démontrer qu'une solution quelconque dans laquelle l'une des indéterminées est supérieure a l'unité, peut s'exprimer au moyen d'une autre solution de la même équation, dans laquelle cette indéterminée reçoit une valeur numérique moindre. La question est alors le plus souvent résolue. On voit en effet que cette suite de valeurs numériques décroissantes ne peut pas se prolonger indéfiniment, qu'on arrivera nécessairement à une solution où l'indéterminée en question recevra une valeur égale a l'unité. On pourra donc ramener le problème à celui de résoudre l'équation à deux indéterminées que l'on obtient en égalant à l'unité l'indéterminée considérée. Ce dernier problème est généralement facile à résoudre. Ou bien on reconnaît que l'équation ainsi réduite est impossible ; alors l'é-

quation proposée est elle-même impossible. Ou bien elle admet un nombre fini de solutions; chacune de ces solutions, au moyen des formules qui établissent la réduction d'une solution à une autre solution en nombres moindres, donnera une suite indéfinie de solutions que l'on pourra ranger suivant l'ordre croissant des valeurs de l'indéterminée considérée. On pourra de la sorte calculer toutes les solutions dans lesquelles cette indéterminée reste inférieure à une limite donnée.

Pour éclaircir ce que nous venons de dire, considérons l'équation

$$(1) \qquad a^2 x^4 + 2b\, x^2 y^2 + c y^4 = u^2,$$

et supposons que l'on soit parvenu à démontrer que toute solution où la valeur de y est supérieure à l'unité se ramène à une autre solution où la valeur numérique de y est moindre. Le problème se ramènera à celui de résoudre l'équation

$$a^2 x^4 + 2b\, x^2 + c = u^2,$$

$$(a^2 x^2 + b^2)^2 - (au)^2 = (b^2 - ac) = \mathrm{D}$$

Or on sait trouver toutes les solutions de l'équation

$$(2) \qquad \xi^2 - \zeta^2 = \mathrm{D}$$

en nombres entiers. Il restera donc à choisir parmi ces solutions, dont le nombre est fini, celles qui satisfont à la double condition que les formules

$$(4) \qquad a^2 x^2 + b = \xi,\ \zeta = au$$

donnent des valeurs entières pour x et pour u.

Il sera donc généralement facile de reconnaître si ces conditions peuvent être remplies, et de trouver toutes les solutions. Nous montrerons par quelques exemples la marche à suivre dans les problèmes de ce genre.

33. Problème IV. Résoudre en nombres entiers l'équation

$$(1) \qquad x^4 - 10\, x^2 y^2 + 5 y^4 = u^2.$$

La décomposition en facteurs donne les formules suivantes:

$$(x^2 - 5y^2)^2 - u^2 = 20\, y^4,\ y = \alpha\beta,$$

$$\pm (x^2 - 5y^2) \pm u = 2\, \alpha^4,\ \pm (x^2 - 5y^2) \mp u = 10\, \beta^4,$$

$$\pm(x^2 - 5y^2) = \alpha^4 + 5\beta^4,\ \pm u = \alpha^4 - 5\beta^4.$$

$$\pm x^2 = \alpha^4 \pm 5\alpha^2\beta^2 + 5\beta^4.$$

Comme α et β sont premiers entre eux, ils doivent être l'un pair et l'autre impair; car s'ils étaient tous deux impairs, x et y seraient impairs, $x^2 - 5y^2$ serait divisible par 4, tandis que $\alpha^4 + 5\beta^4$ serait de la forme $8l + 6$; l'équation $\pm(x^2 - 5y^2) = \alpha^4 + 5\beta^4$ serait donc impossible. Le second membre de la dernière équation est donc de la forme $4l + 1$, ce qui exclut les signes inférieurs. Le problème proposé est donc ramené à la résolution de l'équation

$$(2)\qquad x^2 = \alpha^4 + 5\alpha_2^4\beta^2 + 5\beta^4.$$

Soit $\alpha = 2\alpha_1$ et β impair. L'équation devient

$$x^2 = 16\alpha_1^4 + 20\alpha^2\beta^2 + 5\beta^4;$$

$$(2x)^2 = (8\alpha_1^2 + 5\beta^2)^2 - 5\beta^4,\ \beta = mn,$$

$$8\alpha_1^2 + 5\beta^2 \pm 2x = m^4,\ 8\alpha_1^2 + 5\beta^2 \mp 2x = 5n^4,$$

$$16\alpha_1^2 = m^4 - 10m^2n^2 + 5n^4.$$

Les deux nombres m et n étant impairs le second membre de la dernière équation est de la forme $16l - 4$; l'équation est donc impossible. On doit donc supposer β pair dans l'équation (2). Soit $\beta = 2\gamma$. On aura

$$x^2 = (\alpha^2 + 10\gamma^2)^2\ 80 - \gamma^4,\ \gamma = mn,$$

$$(\alpha^2 + 10\gamma^2) \pm x = 2m^4,\ (\alpha^2 + 10\gamma^2) \mp x = 10n^4$$

$$(3)\qquad \alpha^2 = m^4 - 10m^2n^2 + 5n^4.$$

Cette équation n'est autre que l'équation (1) résolue en posant $x = m, y = n$, $u = \alpha$. Si donc nous supposons l'équation (1) vérifiée sans que y se réduise à zéro, on obtient par les décompositions précédentes une autre solution formée de trois nombres dont le produit $mn\,\alpha = \alpha\gamma = \frac{1}{2}y$ est inférieur à y. Or nous pouvons supposer que l'on considère immédiatement une solution où la seconde indéterminée présente la plus petite valeur possible sans se réduire à zéro. Néanmoins nous en déduisons nécessairement une solution où

cette indéterminée reçoit une valeur moindre. Comme cette conclusion est absurde nous devons reconnaître que l'équation (1) ne peut être résolue en nombres entiers qu'en faisant $y = o$.

34. Problème V. Résoudre en nombres entiers et premiers entre eux l'équation

$$(1) \qquad x^4 + 4x^2y^2 - 4y^4 = u^2.$$

On vérifie cette équation en faisant $x = y = u = 1$. D'ailleurs, abstraction faite du signe des indéterminées, c'est la seule solution qui corresponde à la valeur $y = 1$ de la seconde indéterminée. Car l'équation

$$x^4 + 4x^2 - 4 = (x^2 + 2)^2 - 8 = u^2,$$

si l'on pose $x^2 + 2 = t$, devient

$$t^2 - u^2 = 8,$$

et, comme t est positif, elle n'admet que les deux solutions déterminées par les formules

$$t \pm u = 4,\ t \mp u = 2,$$

$$t = 3,\ \pm u = 1,$$

la valeur correspondante de x est ± 1.

La décomposition en facteurs de l'équation (1) s'effectue par les formules suivantes :

$$(x^2 + 2y^2)^2 - u^2 = 8y^4,\ y = pq,$$

$$(x^2 + 2y^2) \pm u = 2p^4,\ (x^2 + 2y^2) \mp u = 4q^4,$$

$$(2) \qquad x^2 = p^4 - 2p^2q^2 + 2q^4 = (p^2 - q^2)^2 + q^4.$$

Nous pourrions appliquer à cette équation la décomposition en facteurs ; mais il faudrait distinguer deux cas, suivant que le nombre q serait pair ou impair. L'emploi des facteurs complexes nous donnera les mêmes formules avec moins de calculs. L'équation (2) est résolue par les formules

$$x = m^2 + 4n^2,\ (p^2 - q^2) \pm q^2\sqrt{-1} = (\sqrt{-1})^\alpha (m + 2n\sqrt{-1})^2,$$

où l'exposant α est égal à o ou à 1, suivant que q est pair ou impair. Si q est pair, $\alpha = o$; en déterminant les signes par la considération du module 4 on trouve

$$(3)\quad \left| \begin{array}{l} p^2 - q^2 = m^2 - 4n^2,\ q^2 = 4mn,\ m = f^2,\ n = g^2, \\ x = f^4 + 4\,4 g^4,\ q = 2fg, p^2 = f^4 + 4f^2 g^2 - 4g^4. \end{array} \right.$$

Si q est impair, $\alpha = 1$ et l'on a, en supposant $p^2 > q^2$ et en déterminant les signes par la considération du module 4,

$$(4)\qquad q^2 = m^2 - 4n^2,\ p^2 - q^2 = 4mn.$$

Comme p et q sont premiers entre eux, les deux facteurs $p+q$, $p-q$ ont 2 pour plus grand diviseur commun. La dernière équation sera donc complètement résolue par les formules

$$(5)\qquad m = \lambda\mu,\ n = 2hk,\ p \pm q = 2\lambda h,\ p \mp q = 4\mu k,$$

où λ, μ, h, k désignent quatre nombres entiers et positifs, premiers entre eux deux à deux, dont le dernier seul, k, peut être pair. En substituant ces expressions de m, n, q dans la première des équations (4), on trouve

$$(6)\qquad (\lambda h - 2\mu k)^2 = \lambda^2\mu^2 - 16h^2k^2,$$

et les solutions de l'équation (1) sont exprimées par les formules

$$(7)\quad \left| \begin{array}{l} x = \lambda^2\mu^2 + 16h^2k^2,\ y = pq = \lambda^2h^2 - 4\mu^2k^2, \\ p = \lambda h + 2\mu k,\ \pm q = \lambda h - 2\mu k, \\ u = p^4 - 2q^4. \end{array} \right.$$

Or les deux nombres μ et h forment une solution de l'équation (1). En effet l'équation (6) ordonnée par rapport à k prend la forme

$$(6')\qquad 2(\mu^2 + 4h^2)k^2 - 2\lambda\mu hk + \left(\frac{h^2 - \mu^2}{2}\right)\lambda^2 = o$$

et l'on en déduit

$$(8)\qquad \frac{k}{\lambda} = \frac{\mu h \pm l}{2(\mu^2 + 4h^2)},\ l^2 = \mu^4 + 4\mu^2h^2 - 4h^4.$$

35. Des résultats que nous venons d'obtenir nous devons conclure que toute solution de l'équation (1), dans laquelle la seconde indéterminée y surpasse l'unité, s'exprime au moyen d'une autre solution en nombres moindres que y, savoir par les formules (3), si y est pair, par les formules (7) et (8) si y est impair. Si y est égal à l'unité les formules (7) et (8) sont encore applicables, mais l'on doit faire $k = o$, $\mu = h = l = 1$, ce qui donne $x = 1$, $u = 1$. Si donc on considère une solution quelconque de l'équation (1), on pourra l'exprimer par les formules précédentes au moyen d'une autre solution formée de nombres moindres. Si dans cette nouvelle solution la seconde indéterminée, y, présente une valeur supérieure à l'unité, on la ramènera de même à une autre solution formée de nombres moindres, et ainsi de suite jusqu'à ce que l'on arrive à la solution primitive $x = y = u = 1$. Si donc partant de cette solution (1,1) on calcule an moyen des formules (8) et (7) les deux solutions qui s'en déduisent immédiatement, puis, au moyen de celle des deux solutions obtenues qui est formée de nombres moindres, les deux solutions qui s'eu déduisent par les mêmes formules; et que l'on continue ce calcul en employant chaque fois pour μ, h et l, celle des solutious obtenues qui est formée de nombres moindres, on obtiendra successivement toutes les solutions de l'équation (1) en nombres impairs, rangées suivant l'ordre croissant de grandeur. Chacune de ces solutions fournit ensuite par l'emploi répété des formules (3) une suite indéfinie de solutions où la seconde indéterminée présente des valeurs paires et rapidement croissantes.

Calculons, par exemple, quelques-unes des solutions en nombres impairs. Pour cela faisons $\mu = h = l = 1$ dans les formules (8); nous en déduisons

$$\frac{k}{\lambda} = \frac{o}{1}, \quad \frac{k}{\lambda} = \frac{1}{5}.$$

La première valeur ramènerait la solution qui a servi de point de départ; la seconde $k = 1$, $\lambda = 5$, combinée avec les valeurs $\mu = h = 1$, donne la solution

$$(9) \qquad x = 41, y = 21, u = 2239.$$

Posons $\mu = 41$, $h = 21$, $l = 2239$ dans la formule (8); nous obtenons pour le rapport $\frac{k}{\lambda}$ les deux valeurs $\frac{-1}{5}$, $\frac{310}{686}$. En combinant la première, $k = -1$, $\lambda = 5$ avec les valeurs correspondantes de μ et de h, $\mu = 41$, $h = 21$, on déduit des formules (7)

(10) $x = 49081,\ y = 4301,\ u - 24453\ 82081.$

Si, avec les mêmes valeurs de μ et de h, on combine les valeurs $k = 310$, $\lambda = 689$, on obtient une autre solution en nombres beaucoup plus grands, mais toujours impairs. Au moyen de la solution (10) on obtiendra de même deux autres solutions en nombres impairs et beaucoup plus grands; et ainsi de suite.

Chaque solution en nombres impairs, prise comme solution primitive (f, g, p) dans les formules (3) fournit par l'emploi répété de ces formules une suite indéfinie de solutions en nombres croissants, où la seconde indéterminée, y, reste constamment paire. Mais pour les obtenir, il n'est pas nécessaire de recourir aux formules (3); on les trouve dans le calcul des solutions en nombres impairs; les valeurs de x et de y dans ces solutions sont égales à celles de λ et de $2k$.

En effet, si nous ordonnons l'équation (6) par rapport à h et que nous la résolvions par rapport au quotient $\frac{h}{\mu}$, nous trouvons

$$(11)\qquad \frac{h}{\mu} = \frac{2\lambda k \pm \sqrt{\lambda^4 + 4\lambda^2 (2k)^2 - 4(2k)^4}}{\lambda^2 + 4(2k)^2}.$$

Cette formule montre que les nombres λ et $2k$ satisfont à l'équation proposée. Ainsi dans le calcul précédent nous avons obtenu les deux solutions

$$x = 5,\ y = 2;$$

$$x = 689,\ y = 620.$$

36. On peut aussi faire le calcul d'une autre manière qui revient à la méthode exposée dans le Mémoire posthume d'Euler. Désignons par ξ le rapport $\frac{2k}{\lambda}$, par η le rapport $\frac{h}{\mu}$; nous déduisons des formules (8) et (11)

$$(12)\qquad \left|\begin{aligned} \xi &= \frac{\mu \pm \sqrt{1 + 4\eta^2 - 4\eta^4}}{1 + 4\eta^2}, \\ \eta &= \frac{\xi \pm \sqrt{1 + 4\xi^2 - 4\xi^4}}{1 + 4\xi^2}. \end{aligned}\right.$$

soient ξ et ξ' les deux valeurs de ξ qui correspondent à une même valeur de η, η et η' les deux valeurs de η qui correspondent à une même valeur de ξ; nous déduisons des équations (12), par addition, les formules

$$(a) \qquad \xi + \xi' = \frac{2\eta}{1 + 4\eta^2},$$

$$(b) \qquad \eta + \eta' = \frac{2\xi}{1 + 4\xi^2}.$$

Les formules (12) sont vérifiées par les valeurs $\eta = 1$, $\xi = 0$. En substituant ces valeurs dans la formule (a) on trouve $\xi' = \frac{2}{5}$. Faisant $\xi = \frac{2}{5}$, $\eta = 1$, dans la formule (b), on en déduit $\eta' = \frac{-21}{41}$. Au moyen de ces dernières valeurs $\xi = \frac{2}{5}$, $\eta = \frac{-21}{41}$, on déduit de la formule (a) $\xi' = -\frac{620}{689}$; puis, portant dans la formule (b) cette valeur de ξ avec la valeur $\eta = -\frac{21}{41}$, on obtient $\eta' = \frac{4301}{49091}$; et ainsi de suite en employant alternativement la formule (a) et la formule (b).

La suite ainsi formée renfermera toutes les solutions du problème, pourvu seulement qu'elle renferme toutes les solutions en nombres impairs. Car de toute solution $x = \lambda$, $y = 2k$, où la seconde indéterminée est un nombre pair, on déduit par la formule (11) deux solutions en nombres impairs, h, μ, et chacune de ces deux solutions peut être associée à la solution considérée de manière à vérifier l'équation (6). Si donc la suite formée au moyen des formules (a) et (b), à partir de la solution primitive $\xi = 0$, $\eta = 1$, renferme toutes solutions en nombres impairs, elle renferme nécessairement les deux solutions déduites des valeurs considérées λ, $2k$ à l'aide de la formule (11). Or cette suite donne chaque solution $\eta = \frac{h}{\mu}$ comprise entre deux solutions $\xi = \frac{2k}{\lambda}$, les seules qu'on puisse lui associer de manière à vérifier l'équation (6); elle renferme donc nécessairement la solu- $\xi = \frac{2k}{\lambda}$ entre les deux solutions en nombres impairs $\eta = \frac{h}{\mu}$ que l'on peut

en déduire par la formule (11) ou par la deuxième des formules (13).

Si l'on effectue le calcul des solutions en nombres impairs μ, h, par les formules (8) et (7) on trouve toutes les solutions en nombres impairs, et chacune d'elles est accompagnée des deux valeurs du rapport $\frac{2k}{\lambda}$, les seules qu'on puisse lui associer de manière à vérifier l'équation (6). On obtient donc aussi toutes les solutions de la forme $x = \lambda$, $y = 2k$. Mais dans la suite formée par le moyen des formules (a) et (b) on n'est pas assuré d'obtenir toutes ces solutions; car rien ne démontre qu'il n'existe pas quelque solution primitive, différente de la solution employée $\xi = 0$, $\eta = 1$, et avec laquelle on puisse former une autre suite, totalement distincte de la suite considérée.

27. Il n'est pas sans intérêt de remarquer que la dernière méthode de calcul est précisément celle à laquelle on est amené par l'emploi des formules I (n° 25), en y faisant $\varphi(z) = 1 + 4z^2 - 4z^4$, $x_2 = -x_3 = 1$, $\varepsilon_2 = -\varepsilon^3 = 1$, ce qui donne $g = 1$, $h = -f$, de sorte que les autres équations deviennent

$$\text{I}\ \left|\ \begin{array}{ll} 1) & f(1 - x_1^2) + x_1 = \varepsilon_1 \sqrt{\varphi(x_1)}, \\[2ex] 2) & x + x_1 = \dfrac{2f}{f^2 + 4}, \\[2ex] 3) & f(1 - x^2) + x = \varepsilon \sqrt{\varphi(x)}. \end{array}\right.$$

Si x_1 est une valeur rationnelle de z à laquelle corresponde une valeur rationnelle de $\sqrt{\varphi(z)}$, le nombre x calculé au moyen des deux premières formules jouit de la même propriété, et la valeur rationnelle de $\sqrt{\varphi(x)}$ est déterminée par la troisième équation, ainsi que le signe de $\varepsilon = \pm 1$. On pourra au moyen de cette solution x en trouver une autre x', en remplaçant x_1 par x et x par x' dans les formules 1) et 2); mais pour ne pas retrouver $x' = x_1$, il faut prendre $\varepsilon_1 = -\varepsilon$. On a ainsi, en désignant par f' la nouvelle valeur de f,

$$1')\quad f'(1 - x^2) + x = -\varepsilon \sqrt{\varphi(x)},$$

$$2')\quad x + x' = \frac{2f'}{f'^2 + 4},$$

On voit par ces formules, que la même valeur de x est associée à deux valeurs différentes f et f' de f. En combinant les deux équations I, 3) et 1') par addition, puis par multiplication, on en déduit

$$f + f' = -\frac{2x}{1-x^2}, \quad ff' = \frac{1+4x^2}{x^2-1}.$$

Les deux nombres f et f' sont donc les racines de l'équation

$$(x^2-1)f^2 - 2xf + (1+4x^2) = 0.$$

Si l'on remplace f par $\frac{1}{\eta}$ et x par ξ, cette équation devient

$$(13) \qquad (1+4\xi^2)\eta^2 - 2\xi\eta + (\xi^2-1) = 0.$$

C'est précisément l'équation qu'on obtient en divisant l'équation (6) par $\lambda^2\mu^2$ et en faisant $\frac{2k}{\lambda} = \xi$, $\frac{h}{\mu} = \eta$. L'équation I, 2), par le même changement de f en $\frac{1}{\eta}$ et de x en ξ devient

$$(a) \qquad \xi + \xi' = \frac{2\eta}{1+4\eta^2},$$

et l'on déduit de l'équation (13)

$$(b) \qquad \eta + \eta' = \frac{2\xi}{1+4\xi^2}.$$

Ce sont précisément les équations (a) et (b) qui nous ont servi dans le calcul précédent. La solution primitive $\xi = 0$, $\eta = 1$ s'aperçoit immédiatement dans l'équation (13); on pourrait aussi partier de la solution $\xi = 1$, $\eta = 0$; mais cela ne ferait qu'échanger entre elles les valeurs de η et de ξ; on aurait $\eta = \frac{2k}{\lambda}$, et $\xi = \frac{h}{\mu}$; cela ne donnerait aucune solution nouvelle.

Faisant donc $\eta = 1$, $\xi' = 0$ dans la formule (a), on trouve $\xi = \frac{2}{5}$ et l'on continue le calcul de la manière indiquée dans le numéro précédent.

38. Nous terminerons cette étude par une observation sur les théorèmes négatifs auxquels on parvient souvent dans la question qui nous occupe.

Quelques uns conviennent à tous les systèmes de valeurs des coefficients a, b, c qui correspondent à des formes qnadratiques (a, b, c) comprises dans une même classe. D'autres, au contraire, ne conviennent qu'à certaines formes quadratiques, sans s'étendre aux formes équivalentes. Ainsi le théorème auquel nous sommes parvenu au n° 20 s'applique à toutes les formes équivalentes à la forme considérée; tandis que le théorème obtenu au n° 22 ne concerne que la forme $(15, 22, 21)$. Nous justifierons notre assertion par le théorème suivant:

Théorème. *Dans toute classe de formes quadratiques du genre principal pour un déterminant quelconque, il existe une infinité de formes dont on réduit les valeurs numériques à des carrés en égalant les indéterminées à des carrés.*

Soit en effet (a, b, c) une forme du genre principal pour le déterminant $b^2 - ac$. De plus, si le déterminant est négatif, supposons a et c positifs. Cette forme représentera des nombres positifs, premiers avec le déterminant. Or ce qui caractérise le genre principal, auquel appartient la forme (a, b, c), c'est que tous ces nombres sont résidus quadratiques du déterminant. Les conditions du théorème IV (n.° 5) sont donc remplies, la forme (a, b, c) peut représenter des carrés. Soit donc A^2 un carré représenté par (a, b, c) lorsqu'on y fait $x = m, y = n$, m et n désignant deux nombres entiers et premiers entre eux. On peut trouver deux autres nombres m_0, n_0 satisfaisant à l'équation

$$mn_0 - m_0 n = 1.$$

La substitution $x = m x' + m_0 y', y = nx' + n_0 y'$ transforme (a,b,c) en une forme équivalente (A^2, B, C), qni se réduit à A^2 quand on y fait $x' = 1, y' = 0$.

Désignons par α^2 et γ^2 deux carrés quelconques, mais premiers entre eux, par β, δ une solution de l'équation

$$\alpha^2 \delta - \beta \gamma^2 = 1.$$

La substitution $x' = \delta x'' - \beta y'', y' = - \gamma^2 x'' + \alpha^2 y''$, transforme (A^2, B, C) en une forme équivalente (a', b', c') qui se reduit à A^2 quand on donne à x'' et à y'' les valeurs α^2, β^2, qui correspondent aux valeurs 1 et 0 de x' et de y'. Il résulte de là que l'équation

$$a' x^4 + 2b' x^2 + c' y^4 = u^2$$

est vérifiée par des valeurs entières et différentes de zéro $x = \alpha, y = \gamma, u = A$. Cette équation admet une infinité de solutions en nombres entiers.

Comme les deux nombres α et γ ne sont assujétis qu'à la condition d'être premiers entre eux, on peut obtenir une infinité de formes équivalentes à la forme (a, b, c) et auxquelles correspondent des équations biquadratiques, semblables à la précédente et résolubles comme elle en nombres entiers.

39. Prenons par exemple la forme (21, 22, 15) qui représente le carré 169 par les valeurs $x = 1, y = 2$. La substitution $\left(\begin{smallmatrix}1, & 0\\ 2, & 1\end{smallmatrix}\right)$ transforme (21, 22, 15) en une forme équivalente (169, B, C), que nous n'avons pas besoin de calculer. Celle-ci, par la substitution $\left(\begin{smallmatrix}1, & -2\\ -4, & 9\end{smallmatrix}\right)$ se change en une forme équivalente $(a'b'c')$, qui devient égale à 169 lorsqu'on y fait $x = 9, y = 4$. On obtient $(a'b'c')$ en faisant directement sur la forme proposée la substitution composée des deux précédentes, c'est-à- dire la substitution

$$x = x' - 2y',\ y = -2x' + 5y'.$$

On obtient ainsi la forme $(-7, 6, 19)$, laquelle devient égale à 169 pour les valeurs $x = 9, y = 4$. Ainsi l'équation biquadratique correspondante

$$-7x^4 + 12x^2y^2 + 19y^4 = u^2,$$

admet une infinité de solutions en nombres entiers que l'on déduira successivement de la solution $x = 3, y = 2, u = 13$ au moyen des formules employées dans les problèmes précédents et en suivant la même marche.

Cet exemple suffit pour montrer combien il est facile d'obtenir, dans chaque classe de formes quadratiques du genre principal, des formes telles que les équations biquadratiques correspondantes soient résolubles en nombres entiers.

DETERMINAZIONE
DEI VALORI MAGNETICI ASSOLUTI
FATTA ALL'OSSERVATORIO DEL COLLEGIO ROMANO

DAL P. G. STANISLAO FERRARI

E RELAZIONE INTORNO ALL'ECCLISSI TOTALE DEL SOLE DEL 29 LUGLIO 1878.

Fino dall'anno 1859 s'incominciò la serie regolare delle osservazioni magnegnetiche nell'Osservatorio dopo che nel 1858 fu dal compianto P. Secchi mercè i sussidi del S. Padre Pio IX, fondato l'Osservatorio Magnetico e fornito di tutti gli strumenti necessari tanto pe'valori differenziali d'ogni dì, quanto per le misure assolute di quando in quando, la descrizione de'quali leggesi in un'estesa Memoria che in quell'epoca pubblicò il ch. Autore (1).

In varie epoche furono determinati i valori magnetici assoluti tanto dal ch. P. Secchi, quanto dal P. Braun il quale in modo speciale vi si applicò per tutto l'intero anno 1871 e pubblicò il risultato de' suoi studi in una pregevolissima memoria che venne inserita nel nostro Bullettino di quel medesimo anno ed ha per titolo: *Studi sopra gli strumenti magnetici.*

Questa determinazione è necessaria affine di conoscere il valore delle costanti per poter ridurre le indicazioni delle scale in valori assoluti. Nel 1875 il compianto ch. P. Secchi istituiva una nuova serie di misure assolute e ne espose i risultati nell'Introduzione da esso premessa alla pubblicazione *in extenso* di tutte le osservazioni diurne magnetiche per cura del Ministero d'Agricoltura e Commercio.

Queste misure furono ripetute nel 1876, e recentemente alla fine dell'aprile del corrente anno le abbiamo nuovamente eseguite per meglio vederne l'annuale andamento.

Declinazione. – Determinato il suo valore nel Maggio e nel Giugno del 1875 e 1876, e dopo fatti nuovi studi in ordine alla diminuzione della torsione del filo, che, come è noto è la sorgente principale delle incertezze di questa quantità si ottenne per valore medio definitivo pel principio dell'anno 1876.

$$\Delta = 12.\ 25'\ \text{Ovest.}$$

con variazione annua di 4',9 confrontandolo con la declinazione del 1860.

Questo valore della declinazione è concluso da 8 serie di osservazioni

(1) V. Memorie dell'Osservatorio del Collegio Romano. Nuova Serie 1859. Osservazioni magnetiche, n.° XXIV, e segg.

fatte in vari giorni indipendenti e col declinometro portatile sulla loggia del tempio di S. Ignazio, mutando sovente il filo di sospensione e riducendo il filo alla maggiore tenuità possibile senza pericolo di rottura ed usando anche per determinarla l'*inclinometro* col metodo indicato dal P. Braun.

In questo mese di Aprile abbiamo istituito nuove serie di determinazioni scevre quasi compiutamente dall' influsso della torsione e si ottennero da me e dal P. Federico Faura Direttore dell'Osservatoriod i Manila nelle Filippine i seguenti valori:

25	Aprile	1878	Δ =	12° 14', 6
	»	»		12 9, 2
28	»	»		12 7, 2
	»	»		12 12, 1
	»	»		12 13, 9
			Medio Δ =	12° 11', 4

Colla variazione annua di – 4', 9 confrontandola colla declinazione del 1860; o, meglio, di – 6', 3 confrontandola con quella del 1871 del P. Braun.

Un simile valore (detratta la variazione annua suddetta) ottennero coi loro strumenti tanto il ch. P. Francesco Denza quanto il rev. P. Perry che osservarono sul medesimo luogo, epperò sosteniamo l' esattezza di questa determinazione.

Se il prof. Keller trovò recentemente un valore alquanto minore per la località di S. Pietro in Vincoli, ciò non dee recar meraviglia a chi conosce un tal genere di lavori.

Come osservava fin dal 1871 il ch. P. Braun, gli Annali di Vienna (Jahrbücher) del 1868 danno per declinazione *ridotta* al 100 della scala i valori distribniti fra 11° 12' ad 11° 32', non ostante la grande abilità e diligenza colla quale colà si fanno le misure. Le « Osservazioni di Praga » pel 1869 danno valori distribuiti fra 12° 44', 5 e 12° 55'. A Monaco pure nelle misure del sig. Lamont, celebratissimo scienziato in fatto di osservazioni magnetiche, le declinazioni ridotte nello spazio di un anno, oscillano dentro un intervallo di 6 minuti (Magnetische Ortsbestimmunger, 1854, I, pag. 29).

Che uno strumento così sensibile quanto il declinometro si mostri tanto mal sicuro quanto al risultato assoluto sembra derivare dalla torsione del filo di sospensione. Essa a dir vero è una sorgente di errori difficilissimi ad evitare. Infatti si è osservato che non solo la posizione della sbarra corrispondente alla torsione zero è variabile da un giorno all' altro, ed

anche da un'ora all'altra di angoli notabilissimi, ma che anche il coefficiente di essa torsione soffre delle variazioni notevoli. Vi può influire la temperatura, l'umidità ecc.

Un'altra sorgente di errore potrebb'essere la più o meno perfetta determinazione del meridiano astronomico, ma ciò non può essere soggetto di discussione fra persone pratiche del mestiere. Solo facciamo osservare che per noi la determinazione dall'angolo azimutale è superiore ad ogni eccezione, essendosi da accurata triangolazione geodetica determinato l'azimut della mira rispetto al Meridiano Astronomico. Essa mira è stabilissima, essendo lo spigolo del palazzo Municipale del Campidoglio che forma col Meridiano Astronomico dell'Osservatorio l'angolo costante di 21° 26′ 54″.

Inclinazione. Questa fu determinata coll'Inclinometro di Barrow con due aghi di 4 pollici fornito di microscopii e da più serie di osservazioni si è ottenuto pel 1° Maggio 1876:

$$I = 58^{\circ}\ 45'$$

Altre due serie di osservazioni hanno dato invece in quest'anno 1878:

$$I = 58_0\ 35'$$

Questo valore ci è sembrato più conforme all'andamento annuale, quale risulterebbe dal confronto colle osservazioni del P. Braun pel 1871 e di queste con quelle del 1859 del P. Secchi le quali darebbero una diminuzione annua di 1′,30.

Intensità. Coi prefati valori e col metodo di Gauss delle oscillazioni orizzontali e delle deviazioni, si è trovato pel Giugno del 1875 dal ch. P. Secchi il valore della

Componente orizz.	X = 4,9718	(in unità inglesi)
Intensità totale	R = 9,6393	
Ossia in unità di Gauss	X = 2,2918	
	R = 4,4434	

Non si è determinata di nuovo l'intensità poichè essa si mantiene assai più costante degli altri elementi, ed il valore sovraesposto è quasi identico a quello trovato dal P. Braun nel 1871 ai 22 di Gennaio cioè:

Intensità orizz. = 4,96028 (in un. ingl.)
ovvero = 2, 2665 (in un. di Gauss)

Per altre particolarità e per la descrizione degli strumenti rimettiamo il lettore alla sopraccitata descrizione dell'Osservatorio magnetico del ch. P. Secchi. Finalmente, come già facemmo nell'Aprile del 1878, così nell'Ottobre, fu nuovamente determinato il valore assoluto della declinazione magnetica, tanto da noi, quanto dal Ch. P. Denza che trovavasi fra noi di passaggio. E si ot-

Il 18 Ottobre 1878: $\Delta = 12^\circ\ 4'$ Ovest

tenne per del medio di tre determinazioni

Le osservazioni fatte tanto sulla Chiesa di S. Ignazio qnanto a S. Sabina in aperta campagna hanno dato un identico risultato, il perchè su questo elemento per nulla influisce il fabbricato come già avea notato il compianto P. Secchi fino dal 1860. Avendo il Ch. Prof. Karlinski Direttore dell'Osservatorio di Cracovia, posto a riscontro di altri paesi d'Europa questa nostra determinazione della Declinazione assoluta in Roma, notò essere mirabile la concordia che passa fra le varie stazioni europee da Pietroburgo a Lisbona; dalle quali, compresa quella di Roma, si ottiene la diminuzione annuale di $-7'$ per tutta l'Europa e si ottiene la formola empirica per altre epoche:

$$\Delta = 12^\circ\ 4' - 7',148\ (t - 1878,797)$$

Veniamo ora a dare alcune notizie intorno all'ecclissi totale del sole del 29 Luglio 1878 osservato da alcuni nostri astronomi negli Stati Uniti a Denver quali ci vennero comunicate in una lettera del P. Degni.

L'Eclissi del 29 Luglio passato ha avuto luogo in circostanze favorevolissime per l'osservazioni. Come quello del 1869 l'ombra totale ha percorso varii territorii e stati dell'America del Nord, parecchi dei quali erano accessibili con mezzi di trasporto facili e richiedenti spese comparativamente piccole. Così speriamo che le osservazioni fatte, osservazioni favorite in tutti i punti importanti da un tempo molto buono, siano per riuscire di maggior utilità per la scienza, che quelle fatte all'occasione dell'altro ecclissi. Il breve cenno che ne diamo potrà farne vedere l'importanza.

L'eclissi del 29 Luglio può essere riguardato come una ripetizione di quello del 18 Luglio 1860, quando l'ombra della luna passò sopra il territorio di Hudson-Bay, l'Oceano Atlantico, la Spagna e l'Africa. Nel suo progresso questa volta l'eclissi centrale cominciò nella provincia di Irkoutsk nella Siberia a 117° 32′ di longitudine all'est di Greenwich ed a 54° 14′ di latitudine Nord. Il suo corso fu prima dall'Est al Nord Est, attraversò lo stretto di Bering alla latitudine 66° 40′ dirigendosi all'Est, passò un poco al Nord Est di Sitka, attraversò le possessioni Britanniche verso il Sud-Est ed entrò negli Stati Uniti a 105° di longitudine all'Ovest di Greenwich. Negli Stati Uniti percorse l'estremità occidentale del territorio di Montana, il « Jellowstone National Park » il territorio di Wyoming, il Colorado, la parte Nord-Ovest del Texas, entrando nel golfo del Messico tra la Nuova

Orleans e Galveston. Passò sopra la maggior parte dell'isola di Cuba e la parte meridionale dell'isola di San Domingo e lasciò la terra un poco al Sud-Est di quest' ultima isola. Negli Stati Uniti la larghezza dell' ombra secondo i calcoli dell'almanacco americano fu di 116 miglia. Secondo l'almanacco inglese l'ombra toccò la terra a 7^{ore} 18^{m}, 2 tempo medio di Greenwich e la lasciò a 11^{ore} 15^{m}, 8 durando così in tutto 4^{ore}, 57^{m}, 6.

(Gli altri dati si trovano nell' almanacco Nautico Inglese).

Molti osservatori hanno profittato dell'occasione favorevole di quest' ecclissi per far ricerche delicate specialmente collo Spettroscopio e Polariscopio. È impossibile nominarli tutti. Tra i forestieri a mia conoscenza non vi furono che inglesi e tra essi il più notevole fu Mr. I. Normann Lockyer. Gli Americani furono numerosissimi. L' osservatorio di Washington avendo ricevuto 8000 scudi dal Governo mandò 15 membri, se non erro, divisi in varii gruppi; 4 dei quali erano sotto la direzione dei Professori Hall, Newcomb, Harkness, ed Halden. Quasi ogni collegio importante ed Università ebbe i suoi rappresentanti; alcuni tra essi fecero il viaggio a spese del Governo. Vi furono pure molti volontari e dilettanti. I PP. della Compagnia di Gesù, seguendo le orme dei loro predecessori, mandarono pure un gruppo preso tra i professori dei Collegi di Georgetown D. C. e Woodstock Md. sotto la direzione del R. P. Sestini S. J. È inutile dare qui la lista completa degli osservatori, alcuni tra i principali d'essi saranno nominati qui appresso.

I luoghi dell'osservazioni erano specialmente nel territorio di Wyoming lungo la linea della ferrovia che mena in California, ed in Colorado. I PP. della C. D. G. erano ad una stazione ad un miglio circa all'est di Denver, la cui lat. è 39° 45′ e la long. Ovest di Greenwich 105°, 4′. sopra un altura di circa 5500 piedi sopra il livello del mare, mentre la città di Denver l'è di 5196 piedi. Denver non era lungo la linea centrale, che passava da Central City a West las Animas Colo, ma vicino ad essa alquanto verso l'Est. Secondo i calcoli pubblicati prima, l'altezza del Sole era di 41° circa. L' Ecclissi cominciò un poco prima di quello che si era calcolato da varii astronomi. L'ora dei contatti fu come segue:

1°	2^{h},	19^{m},	30^{s},
2°	3,	29,	03
3°	3,	31,	43
4°	4,	34,	55

Il tempo sfavorevole i giorni precedenti fu bellissimo il 29. I cronometri furono regolati sul tempo mandato pel telegrafo elettrico da Washington varie volte prima del 29 e due volte quel giorno stesso.

Precedevano l'ombra della luna le linee di diffrazione, di cui parla il P. Secchi. Alla nostra stazione furono notevolissime al principio della to-

talità, non così notevoli alla fine. Altri le hanno viste anche alla fine.

Il fenomeno dei « Baily's beads » (vedi Secchi) o punti luminosi sull'orlo della luna al momento della totalità fu pure molto bene osservato al principio specialmente di essa.

Durante la totalità furono visti ad occhio nudo 3 pianeti Mercurio Venere e Marte e 4 stelle. Col telescopio parecchi hanno visto la stella ϑ del Cancro a traverso la corona.

Durante la totalità i cambiamenti del barometro furono quasi insensibili. Vi fu un piccolo abbassamento della colonna vereo le $2^h, 45^m$, la quale riprese prima della totalità il primitivo livello e rimase in esso sino alla fine senza sensibile cambiamento.

Il Termometro ed il Psicrometro cambiarono come si vede nella seguente tavola, nella quale anche l'umidità relativa è segnata.

Prima di descrivere il disegno della corona fatto dal P. Sestini, disegno che è fedelissimo secondo noi ed altri osservatori, anche di quei che avevano preso fotografie, bisogna notare che le dimensioni apparenti della corona possono sembrare differenti a osservatori situati in diversi luoghi, sia per ragione delle circostanze atmosferiche, sia pel differente potere d'ingrandimento del Telescopio, sia anche per la differente vista degli osservatori.

La corona sembrò essere molto luminosa secondo alcuni più di quella del 1869, secondo altri meno. Quelli che hanno visto altri ecclissi non si accordano. Essa aveva una parte molto luminosa, che si trova vicino al disco lunare, ma poi si estendeva dileguandosi gradatamente in due direzioni opposte situate presso a poco nella linea dell'Eclittica. V'erano pure raggi, che erano diretti in due direzioni intermedie, quasi ad angolo retto coll' eclittica. I raggi nella direzione dell'ecclittica furono da parecchi assimilati alla luce Zodiacale, o piuttosto sembravano, che appartenessero a quell' atmosfera, che causa questa luce. Il Prof. Newcomb gli da 6°. altri molto meno. A noi sembrò, che si estendessero nella direzione dell'ecclittica da ogni lato quasi un diametro e mezzo della *luna*. I raggi intermedii si estendevano circa un mezzo diametro. Non v' erano limiti determinati, ma la luce si dileguava a poco a poco. Questa volta non v'erano che due piccole protuberanze verso il Sud-Est del Sole viste al principio della totalità. Quest'assenza di protuberanze sembra confermare l'opinione ammessa da alcuni, secondo la quale esse sono connesse colle macchie solari. Ora ci troviamo ad un' epoca di minimum per queste, e non ne furono viste nè il 28 nè il 29 Luglio. Questa connessione però pare debba prendersi in questo senso, che quando vi sono mecchie vi sono molte protuberanze, perchè ambedue i fenomeni vengono dall'attività solare; e non nel senso datovi da alcuni che dove vi sono macchie là vi sono protuberanze, perchè queste sono state viste alcuna volta vicino ai poli del Sole. Pochi secondi prima della fine della totalità la cromosfera fu vista sotto la forma di belle

masse rosse circondare la circonferenza della luna su circa 90 e 100 gradi verso il Sud-Est del disco solare. Bellissime fotografie della Corona furono

VARIAZIONI DEL BAROMETRO E PSICROMETRO
DURANTE L'ECCLISSE TOTALE DEL 29 LUGLIO

	Ore	Termometro esposto al Sole	Termometro secco (all'ombra)	Termometro umido (all'ombra)	Umidità Relativa
	2.10	45.0	31.1	16.1	13.3
Principio della totalità	2.20	44.7	31.1	16.1	13.3
	2.30	42.2	31.7	16.1	11.9
	2.40	38.1	31.7	16.1	11.9
	2.50	37.5	31.4	16.4	13.4
	3.00	35.3	31.1	16.6	15.7
	3.10	32.8	30.8	16.6	17.2
	3.20	31.1	30.0	16.6	18.9
	3.30	29.2	29.5	16.6	20.6
Ecclissi totale	3.31	28.3	29.2	16.4	19.7
	3.32	27.7	29.2	16.4	19.7
	3.40	28.6	28.6	16.4	21.5
	3.50	29.4	28.3	16.1	21.5
	4.00	31.1	28.9	16.6	22.4
	4.10	33.3	29.7	17.0	20.6
	4.20	35.8	30.3	17.2	20.7
Fine della totalità	4.30	37.2	31.1	17.7	20.7
	4.50	35.8	32.2	17.7	17.5

prese da varii osservatori. Anzi alcuni, tra i quali Lockyer e Draper riuscirono a prendere la fotografia dello spettro della Corona.

Questa volta gli astronomi nell'osservare con grande cura l'ecclissi si proposero tre cose:

1°. Correggere le tavole lunari. Anche nel fare i calcoli per l'ecclissi si vide la necessità di questa correzione, perchè per piccola differenza gli inglesi mettevano il limite dell'ombra 4 miglia più all'ovest degli Americani.

2°. Trovare Vulcano. Due soli asserirono d'averlo visto, tra essi il Prof. J. Watson di « Ann Arbor Mich ». Secondo un articoletto pubblicato nel giornale scientifico inglese: « Nature » del 22 Agosto 78 pare che i calcoli che il Sig. Gaillot, già aiutante di Leverrier nella formazione delle sue ta-

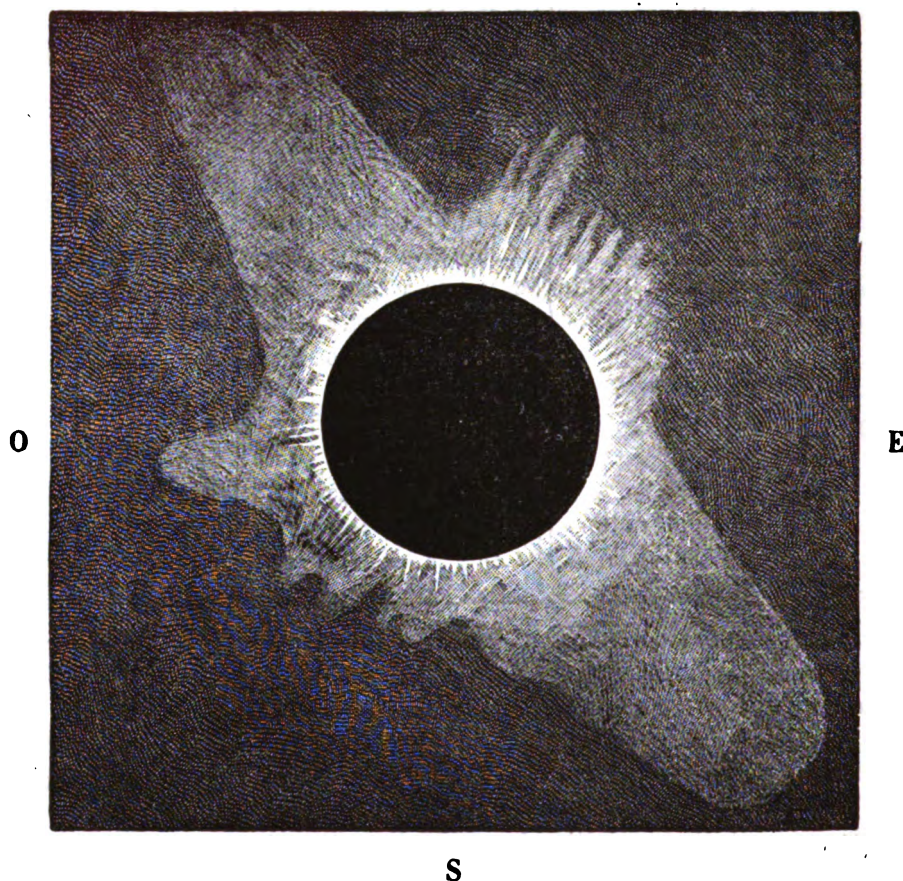
vole, ha fatto dietro l'invito del Sig. Mouchez direttore dell'Osservatorio di Parigi, provino che è probabilissimo che il Watson abbia realmente trovato Vulcano.

3° Conoscere meglio la natura del Sole, cioè la sua costituzione fisica. A quest'oggetto s'era diretta principalmente l'attenzione degli astronomi. Dall'osservazioni prese a Denver sembra confirmata la teoria di Kirchhoff circa la natura del Sole, perchè furono viste le linee di Fraunhöfer rivoltate, cioè rese luminose vicino al disco solare come già le videro il P. Secchi ed il Prof. Joung nel 1870 (Vedi « Le Soleil »). Fu notato pure che prima della totalità e dopo di essa le linee di Fraunhofer erano di molto più intense specialmente verso i punti estremi del crescente solare. Le linee

N

O

E

S

Corona osservata a Denver nell'ecclissi totale del 29 luglio 1878 dal P. Benedetto Sestini S. J.
(*immagine diretta*)

rese così più intense erano quelle comprese tra la linea D e G e specialmente la linea F come pure la linea 1474 (scala di Kirchhoff).

È stato osservato, che mentre la corona si estendeva inegualmente in differenti parti, lo spettroscopio mostrava che la linea 1474 si stendeva ugualmente intorno al sole. Secondo uno dei migliori osservatori mentre il Telescopio mostrava nel Sud del Colorado la Corona estendersi alla distanza di tre diametri lunari, lo spettroscopio ne mostrava il limite a 0, 45 dello stesso diametro.

Secondo varii osservatori tra i quali il Draper e Lockyer lo spettro della corona era continuo almeno alla distanza di alcuni secondi dal Sole, perchè vicino al sole le linee di Fraunhöfer furono rivoltate come già dissi. Altri dicono che le linee di Fraunhöfer a qualche distanza dal Sole erano oscure.

Il Polariscopio sembra aver mostrato che la luce della Corona era molto più polarizzata che altre volte. Dall'insieme dell'osservazioni dei membri della sua spedizione Dr. Draper deduce la seguente conchiusione. (Sono sue parole): « In quest'occasione abbiamo costatato la vera natura della Corona, » la quale risplende per luce solare riflessa, da una nube di meteore che » circondano il sole stesso, e che in precedenti occasioni questa nube era » infiltrata di materie scagliate dalla Cromosfera, specialmente della materia » che dà la linea 1474 e d'Idrogeno ». Da quest'osservazioni il Draper e dall'insieme il Lockyer deducono che il sole è in uno stato di poca attività.

Ecco la traduzione dei dispacci ufficiali mandati all'Osservatorio di Washington dai professori astronomi che erano alla testa della spedizione.

La Junta, Colorado 29 Luglio.

« Buone osservazioni dell'ecclissi a la Junta. completa collezione di » fotografie ».

Asaph-Hall.

Creston, Wyoming Territory 29 Luglio.

« Cielo senza nubi ed osservazioni perfettamente favorevoli. Sei fotografie » della Corona. Quattro fotografie polariscopiche ed un bel disegno della » stessa. Nessuno spettro al di là del violetto visibile durante la totalità ».

W. Harkness.

Central City, Colorado 29 Luglio.

« L'Ecclissi intera fu osservata perfettamente. Non ho visto Vulcano » almeno fino alla sesta grandezza. Mr. Hastings trova consistente polari-

» zazione tangenziale. Disegni e fotografie della corona. Bande di diffra-
» zione osservate. ». E. J. Holden.

Separation, Wyoming Territory 29 Luglio.

« Osservazioni qui interamente favorevoli. Ho visto ali di luce, forse di
» luce zodiacale, estendersi fino a 6.° in ciascun lato della luna nella di-
» rezione dell'ecclittica. Il Comandante Sampson U. S. N. non ha trovato
» linee oscure nello spettro continuo della Corona. La linea 1474 vista vicino
» all'orlo del Sole. Niuna linea luminosa visibile pochi secondi dopo la
» totalità ». I. Newcomb.

Pike's Peak. Colorado 29 Luglio

« Buon tempo dopo una settimana di pioggie. Osservazioni favorevoli in
» un cielo chiarissimo. La corona simile alla luce Zodiacale seguiva il Sole
» ad una distanza di dodici diametri ». S. P. Langley

» Ecclissi osservato con successo a Dallas, Texas. Tutti i quattro con-
» tatti osservati bene. Nessun pianeta intra-Mercuriale veduto. Leggiere nubi.
» Nessuna stella vista vicino al Sole. Corona molto luminosa. »
« Vari disegni e fotografie ottenute. » D. P. Todd.

COMUNICAZIONI

Cialdi, Commend. Alessanero – Presentazione e riassnnto di una nuova Memoria del chiarissimo Signor Ingegnere E. Bertin intitolata: *Osservazioni sul barcollamento e sul beccheggio fatte coll'oscillografo doppio a bordo di diversi bastimenti.*

Il valentissimo ingegnere E. Bertin, nostro benemerito corrispondente, i lavori del quale io più volte ebbi l'onore di presentare alla nostra Accademia, facendo seguito agli importanti suoi studi sperimentali intorno al barcollamento delle navi, eseguite a bordo del *Coccodrillo*, studi già esibiti all'Istituto di Francia, ha ora compilato una nuova Memoria sull'istesso argomento corredandola di più estese osservazioni fatte sul bastimento militare di trasporto l'*Annamite*, e completate con altre esperienze eseguite sul piccolo *Navette*. Questo lavoro contiene inoltre uno studio sul beccheggio, del tutto nuovo e pel quale, come per quello sul barcollamento, egli ha fatto uso dell'oscillografo doppio.

L'illustre architetto navale Dupuy de Lôme, Membro dell'Istituto, nel presentare con meritata lode questo ulteriore lavoro del Bertin a quello insigne Consesso, lo accompagnava con una erudita ed acconcia Relazione. Ed io nell'aver l'onore di rimettere alla nostra Accademia, a nome dell'egregio Autore, una copia litografata di tale memoria, mi procuro il piacere di darne in questa tornata un breve sunto ai rispettabili miei Colleghi; avendo sempre sott'occhio anche l'accennata Relazione.

Il Bertin nel primo capitolo di questa seconda Memoria dà ragguagli più precisi dell'Oscillografo, esponendo una particolareggiata analisi delle influenze alle quali è esposto il piccolo pendolo, e delle inclinazioni che possono essergli impresse dal barcollamento, e si fa ad indicare i mezzi per distinguere ed anche per misurare queste inclinazioni su gli appositi tracciati, affine di correggerne il *barcollamento relativo*, cioè a dire le inclinazioni del bastimento rispetto alla normale alla superficie dell'onda.

Lo studio del barcollamento è stato fatto sull'*Annamite* nell'intiera traversata da Cherbourg a Tolone, ed in specie durante un fortunale nel golfo di Guascogna. Le esperienze hanno confermato la legge generale dell'isocronismo del barcollamento in mare per uno stesso bastimento ed in uno stesso stato d'immersione, cioè a dire, che la durata del barcollamento è costante, qualunque siano in generale l'intensità e la durata di successione delle onde.

Contuttociò mostrano tali sperienze, che la legge così formulata ha bisogno di essere compiuta e modificata sotto alcuni rispetti. Così la durata

del barcollare non è costante per il movimento di un'amplitudine totale, che misuri almeno dieci gradi da un bordo all'altro. Nel tempo stesso anche per le oscillazioni maggiori di dieci gradi la loro durata varia di poco con la forza del vento. Essa può divenire minore di un sesto di quella osservata nei barcollamenti artificiali prodotti in acqua tranquilla, ma non sorpassa mai quest'ultimo limite.

Tali variazioni di durata di barcollamento sono cagionate dall'effetto del vento sulle parti superiori del bastimento, e dalle resistenze passive che il vento stesso fa variare, ma non mai dal periodo dell'onda.

I barcollamenti semplici o mezzi barcollamenti nel verso opposto al vento, hanno sempre una durata notevole più breve che quelli in senso inverso, ossia nel verso stesso del vento. *A priori* si sarebbe potuto credere il contrario, non riflettendo abbastanza alle varie cause produttrici di questo fenomeno. La differenza di durata di queste due oscillazioni di una stessa amplitudine, sempre più rapida contro vento che col suo ajuto, aumenta coll'intensità di esso.

La vivacità del barcollamento contro vento è tale da modificare notevolmente l'idea che potrebbe farsene, stando all'esperienza dei barcollamenti artificiali, che vengono prodotti in acqua tranquilla, per determinare la importanza delle forze d'inerzia sviluppate nel barcollamento, e da dimostrare che occorrono ritegni più solidi di quello che si supporrebbe secondo il calcolo fatto sui barcollamenti artificiali, per mantenere al loro posto gli oggetti mobili.

Stabilita così la durata del barcollamento, il Signor Bertin ha potuto misurarne l'amplitudine con grande esattezza.

Quest'amplitudine varia essenzialmente col periodo di successione delle onde; essa aumenta notevolmente quando questo si avvicina ad essere sincrono con le oscillazioni del pendolo proprie del bastimento. Così sulla *Navette* in caso di sincronismo, per alcune onde successive, si sono osservati fino a quarantaquattro gradi di barcollamento.

Le regole giusta le quali l'amplitudine del barcollare aumenta o diminuisce in ragione del senso della rotazione della nave e di quello del movimento della normale alla superficie dell'acqua emergono con precisione, e si può stabilire secondo queste osservazioni: 1° che i barcollamenti sono crescenti quando il bastimento e la normale alle onde girano nel medesimo senso durante i ritorni, ed in senso inverso durante gli sbandamenti; 2° che i barcollamenti sono decrescenti quando i moti del bastimento e della nor-

male alle onde sono in senso inverso durante i ritorni e nel medesimo senso durante gli sbandamenti. Le osservazioni sul beccheggio fatte sull' *Annamite* hanno dato risultati molto chiari.

Il gran pendolo ha segnato una curva ondulata che rappresentava il beccheggio assoluto, la quale ha dato nel tempo istesso la durata di successione delle diverse posizioni d'equilibrio, almeno fra gli angoli massimi d'inclinazione in un senso e nell'altro.

Il Signor Dupuy de Lôme ha proposto all'Accademia delle Scienze di sostituire questa seconda memoria del Signor Bertin alla prima per la stampa già decretata nella raccolta dei *Savants étrangers*, essendo più importante e più completa.

Questa Memoria, insieme alla Nota sulla resistenza delle carene nei barcollamenti, che è già pubblicata, formerà un lavoro d'insieme che interesserà in alto grado la scienza dell'architettura navale.

Le esperienze sulla decrescenza del barcollamento artificiale in acqua tranquilla immaginate dal Signor Bertin nel 1867, sono state rese regolamentarie nella marina francese dello Stato. È probabile che l'uso d'osservazioni precise sui movimenti del barcollamento e del beccheggio fatte in navigazione sarà egualmente generalizzato.

A questo voto, con il quale si chiude la Relazione dell'illustre Membro dell'Istituto di Francia, io mi unisco di gran cuore, convinto come sono della grande utilità che risulterà dalla effettuazione di esso.

Boncompagni Principe D. B. – *Presentazione del Bullettino di Bibliografia, ecc. Ottobre* 1878:

Il Principe D. Baldassarre Boncompagni comunicò verbalmente quanto segue:

» Ho l'onore di presentare all'Accademia un esemplare del fascicolo intitolato *Bullettino di bibliografia, ecc. ottobre* 1878. Questo fascitolo contiene, oltre i soliti *Annunzi di recenti pubblicazioni*, due lettere del P. Abate D. Benedetto Castelli a Monsig. D. Ferdinando Cesarini, precedute da alcune notizie da me raccolte intorno alle lettere medesime. La prima di queste lettere, che ha la data del 20 settembre 1638, non era stata pubblicata interamente finora. Un passo di questa lettera, dato in luce per la prima volta da Giovanni Battista Nelli nel 1793, e relativo all'istromento chiamato « *Termometro di Galileo* », essendo stato citato dal signor ab. Caverni in un articolo pubblicato nel fascicolo di *Settembre* 1878 del detto *Bullettino*, mi è sembrato opportuno di riportare interamente la

lettera medesima nel presente fascicolo di *Ottobre*. Nello scritto relativo a questa lettera stampato nel fascicolo stesso fo' avvertire che il detto *termometro di Galileo* trovasi descritto dal P. Giuseppe Biancani d. C. d. G. nella edizione fatta nel 1620 in Bologna della sua Opera intitolata *Cphaera mundi seu Cosmographia demonstrativa*. La seconda delle dette due lettere in data dei 12 agosto 1639, relativa alla misura delle fontane, pubblicata nel 1660, e quindi ristampata nel 1723, nel 1765, nel 1768, e nel 1822 è riportata nel detto fascicolo di *Ottobre*, come trovasi nell'autografo di questa lettera posseduto dalla Biblioteca Reale di Parma, più corretto e più completo delle precitate impressioni fattene, contenendo due passi che non si trovano in alcuna di tali impressioni ».

Lanzi Dott. M. – *Partecipazione di due notizie risguardanti due soci Accademici.*

Il Dottor Matteo Lanzi partecipa all'Accademia due notizie, dicendo che sebbene riflettano a due soli soci, crede tuttavia che possano tornare gradite all'intero sodalizio.

La prima è che la signora Contessa Fiorini Mazzanti, come versatissima in Briologìa, ebbe un Musco spedito dallo Scioa, affinchè ne facesse oggetto dei suoi studi. Riconosciutolo appartenere al genere *Phylotrichella*, i caratteri che presentava e le forme, destarono in lei la dubbiezza che fosse di specie finora ignota. Cosicchè abborrendo da quella corrente manifestatasi ultimamente nelle scienze naturali di fabbricare cioè, ed inventare ad ogni futile variazione morfologica, nuove specie, e volendo procedere con quella cautela, che accompagna sempre il sepere profondo, credè opportuno inviarne un esemplare al signor Geheb distinto briologo della Germania, perchè esaminatolo attentamente, o gli assegnasse un posto fra le specie già conosciute, ovvero ne stabilisse la novità. Ne ebbe in risposta la conferma delle sue prime previsioni, e che datolo a studiare eziandio al signor Dottor Carlo Müller di Kalle, uno fra i più abili scienziati e conoscitore di muschi esotici, aveva verificato essere tal musco africano del tutto nuovo, ed averlo intitolato *Phylotrichella Fiorini-Mazzantiae Ch. Mülleri species nova*, onde eternare nella scienza il nome di colei che ne fece scoperta, ed attribuirle la dovuta priorità. Aggiunse il Dottor Lanzi essere dolente che la signora Fiorini-Mazzanti impedita da infermità non potesse in persona mostrare la pianta nelle sue forme caratteristiche, ed intrattenere i soci con discorso più accurato sopra di essa, la quale cosa bramava che avvenisse quanto prima.

L'altra notizia riguarda il còmpito testè affidato al socio conte Castracane da parte della Commissione Britannica di naturalisti preposta alla spedizione della nave Challenger. Questo consiste nello esame e nello studio pei materiali diatomiferi raccolti negli scandagli, che per lo spazio di tre anni e mezzo eseguì la suddetta nave inglese nel suo giro di circumnavigazione. È lavoro scientifico abbastanza prolisso; poichè abbraccia la determinazione. la enumerazione e la illustrazione, se vi esistano, di nuove specie di Diatomee e di quelle già conosciute, comprese in più che 140 raccolte fatte nei mari più lontani, i meno esplorati ed a profondità diverse.

Il dott. Lanzi chiuse dicendo di non volere aggiunger altre parole di schiarimento e di encomio essendo presente il socio cui appartiene tal fatto. Soltanto volle segnalare le cose fin qui narrate, perchè valgano a dimostrare una volta ancora, quanto venga apprezzato all'estero il merito personale ed il sapere di alcuni membri della nostra associazione, e come maggior lustro ne acquisti l'intero corpo accademico.

Castracane Conte Ab. F. – *Presentazione degli Atti della Società crittogamologica italiana:*

Il Conte Abb. Francesco Castracane presentò a nome della Società Crittogamologica italiana il primo volume dei suoi atti, domandando il cambio degli atti accademici che venne volentieri accordato.

Boncompagni, Principe D. B. – *Presentazione di una memoria del ch. P. Th. Pepin.*

Il Sig. Principe D. B. Boncompagni presentò a nome del ch. P. Th. Pepin una memoria intitolata – *Sur quelques équations indeterminées du second degré et du quatrième* – che viene inserita nel presente fascicolo.

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

1. Presentazione del programma di concorso del R. Istituto d'incoraggiamento di Napoli.

2. Presentazione di una domanda di cambio dei nostri atti accademici con l'Annuario archeologico e filologico di Monaco di Baviera; il cambio non venne accettato.

3. Annunzio della morte del socio corrispondente italiano Prof. Angelo Sismonda di Torino.

4. Il segretario annunziò essere stata nel palazzo Altemps assegnata una sala all'Accademia nostra dall'Eminentissimo Cardinale Prefetto della Sacra Congregazione degli studii. Cotesto annunzio fu gradito unanimemente: nacque però una discussione, promossa dal socio onorario Sig. Can. D. Enrico Fabiani, sulla opportunità che vi sarebbe, di ottenere all'Accademia dei Nuovi Lincei la cura della Biblioteca Diorio, atteso che questa biblioteca ricchissima viene rimanendo mancante delle nuove pubblicazioni e della continuazione dei periodici; e resta così ogni dì depreziata. In questa occasione il Segretario dovè riferire i passi da esso già fatti unitamente al-

l'Emo Card. Protettore su questa vertenza e la discussione sostenuta su ciò in un congresso innanzi all'Emo. Card. Prefetto della sacra Congregazione degli studii. In tal congresso dietro osservazioni del sig. prof. Natalucci, non fu potuta ottenere la suddetta consegna, ma soltanto per uso della sola biblioteca nostra la destinazione di una sala del Palazzo Altemps, come aveva riferito da principio. In seguito a questa relazione l'Accademia deliberò d'inviare a Sua Eminenza il Card. Prefetto della Sacra Congregazione degli studii una Commissione accademica, allo scopo di ringraziare l'E. S. per la sala accordata all'Accademia: ed in questa occasione tornare sul discorso della biblioteca Diorio, dimostrando l'opportunità di affidarla alle cure della nostra Accademia. La Commissione fu nominata dal Presidente; e oltre il Presidente stesso ed il Segretario vennero scelti i soci Conte Castracane, Canonico Fabiani e Monsignore Vannutelli.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Ordinari. — Comm. A. Cialdi, *Presidente*. – Dott. M. Lanzi. – Conte Ab. Fr. Castracane. – Prof. M. Azzarelli. – Monsignore F. Regnani. – Prof. A. Statuti. – Comm. C. Descemet. – Dott. D. Colapietro. – P. G. S. Ferrari. – Principe D. B. Boncompagni. – P. G. Lais. – Prof. M. S. de Rossi, *Segretario*.

Onorari. — Monsignore Vannutelli. – Canonico D. E. Fabiani – Cav. Palomba.

Aggiunti. — D. F. dei principi del Drago. – Prof. V. Paloni.

La sessione aperta legalmente alle ore 3 pom., fu chiusa alle 5 pom.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Abhandlungen der königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin — Aus dem Jahre* 1877 — Berlin, ecc., 1878. In 4°.
2. *Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti dal novembre* 1877 *all'ottobre* 1878 *Tomo IV, Serie V. — Dispensa decima.* — Venezia, ecc., Tip. di G. Antonelli. In 8.°
3. *Atti della Società Crittogamologica Italiana — Volume primo.* — Milano, Tipografia Editrice Lombarda, ecc., 1878. In 4°.
4. BERTIN (M). — *Observations de roulis et de tangage faites avec l'oscillographe double à bord de divers batiments, ecc.* In 4°.
5. *Bullettino Meteorologico dell'Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri, ecc.*, Vol. XIII — 31 Marzo 30 Aprile 1878, Num. 3—4.
6. *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche pubblicato da B. Boncompagni* — Tomo XI. — Ottobre 1878. — Tomo X — Indice degli articoli e dei Nomi, Roma, ecc., 1878.
7. *La Natura — Direttore Lamberto Cappanera* — Tomo III. — Num. 1 — 4 Gennaio 1879. In Firenze, ecc., 1879. In 8°.
8. *L'elettricista, rivista di scienze fisiche e loro applicazioni, ecc.*, — Vol. II. — Num. 17 — 15 Dicembre 1878, — Firenze, ecc. 1878, In 8°.
9. *Osservatorio di Moncalieri. — Osservazioni Meteorologiche fatte nelle Stazioni italiane, ecc.* — Sede Centrale Torino — Anno VII. - Num XII. — Novembre 1878. In 8°
10. *Polybiblion. — Revue Bibliographique Universelle — Partie Littéraire, ecc.* Paris ecc., — Rue de Grenelle, 35, 1878, In 8°.
11. WEIHRAUCH (Dr. Karl). — *Meteorologische Beobachtungen angestellt in Dorpat, ecc.* Dorpat, 1878, ecc., In 8°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE IIIª DEL 16 FEBBRAIO 1879

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. ALESSANDRO CIALDI

MEMORIE E NOTE
DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

SULLA CAPACITA DI SATURAZIONE DE'CORPI SEMPLICI
NOTA

DEL P. F. S. PROVENZALI D. C. D. G.

Nella teoria meccanica dell'azione chimica si ammette che gli atomi eterogonei sieno determinati ad unirsi e rimanere uniti dalla pressione dell'etere circostante maggiore della pressione dell'ctere interposto, e che questo squilibrio di pressione sia cagionato dal moto rotatorio di cui gli atomi si suppongono originalmente dotati. Ciò importa che le masse relative degli atomi debbano avere un grande influsso nelle combinazioni chimiche; sì perchè dalle masse in gran parte dipendono i volumi e le densità delle atmosfere eteree generate dalle rotazioni e che nell'atto della combinazione hanno da penetrarsi reciprocamente, si perchè colle masse degli atomi che si urtano stanno in relazione le velocità che questi conservano dopo l'urto, velocità che debbono risultare eguali ogniqualvolta due o più atomi rimangono avviluppati in una atmosfera comune in maniera da formare una molecola avente la sua massa e velocità, epperò il suo modo di agire, diverso da quello degli atomi che la compongono. Ma questo influsso delle masse atomiche nelle combinazioni chimiche non è stato finora confermato dai fatti;

anzi dal confronto dei pesi atomici sembra piuttosto doversi concludere che l'attitudine di due corpi a combinarsi assieme sia affatto indipendente dalle masse degli atomi che si combinano. Ciononostante se ci facciamo a considerare i rapporti che passano fra i pesi atomici dei corpi monovalenti, per lo più troviamo che i medesimi rapporti molto prossimamente si conservano anche nelle combinazioni dei corpi polivalenti, purchè i pesi atomici di questi vengano duplicati, triplicati o quadruplicati, secondo la diversa valenza dell'elemento con cui si combinano. La tavola seguente mostra la verità di questa asserzione.

ELEMENTI DIVALENTI

$\frac{S}{Cl^2}$	$= 0,449$	corrispondente a	$\frac{Cl^2}{Br}$	$= 0,444$
$\frac{Se}{Cl^2}$	$= 1,107$	. . . .	$\frac{K}{Cl}$	$= 1,102$
$\frac{Ca}{F^2}$	$= 1,050$	. . . .	$\frac{Cs}{J}$	$= 1,048$
$\frac{Ba}{Br^2}$	$= 0,856$	. . . .	$\frac{Ag}{J}$	$= 0,851$
$\frac{Sr}{Cl^2}$	$= 1,220$	. . . .	$\frac{Na}{F}$	$= 1,211$
$\frac{Mg}{Cl^2}$	$= 0,338$	. . . .	$\frac{Cl}{Ag}$	$= 0,329$
$\frac{Zn}{Br^2}$	$= 0,410$	. . . .	$\frac{Cl}{Rb}$	$= 0,416$
$\frac{Zn}{Cl^2}$	$= 0,920$	. . . .	$\frac{Cl}{K}$	$= 0,912$
$\frac{Zn}{J^2}$	$= 0,259$	. . . .	$\frac{Cl}{Cs}$	$= 0,267$
$\frac{Cd}{Cl^2}$	$= 1,579$	. . . .	$\frac{J}{Br}$	$= 1,587$
$\frac{Cd}{J^2}$	$= 0,441$	. . . .	$\frac{Cl}{Br}$	$= 0,444$
$\frac{Ni}{Cl^2}$	$- 0,831$	. . . .	$\frac{F}{Na}$	$= 0,826$
$\frac{Co}{Cl^2}$	$= 0,831$	. . , .	$\frac{F}{Na}$	$= 0,826$

$\frac{Ni}{Br^2} = 0,368$ . . . . . $\frac{Li}{F} = 0,368$

$\frac{Co}{Br^2} = 0,368$ . . . . . $\frac{Li}{F} = 0,368$

$\frac{Co}{Br^2} = 0,368$ . . . . . $\frac{Li}{F} = 0,368$

$\frac{Ni}{J^2} = 0,232$ . . . . . $\frac{F}{Ob} = 0,223$

$\frac{Co}{J^2} = 0,232$ . . . . . $\frac{F}{Rb} = 0,223$

$\frac{Pb}{J^2} = 0,815$ . . . . . $\frac{F}{Na} = 0,826$

$\frac{Fe}{J^2} = 0,220$ . . . . . $\frac{F}{Rb} = 0,223$

$\frac{Mn}{Br^2} = 0,343$ . . . . . $\frac{Cl}{Ag} = 0,328$

$\frac{Cr}{Cl^2} = 0,753$ . . . . . $\frac{Br}{Ag} = 0,741$

Elementi trivalenti

$\frac{Az}{Cl^3} = 0,133$ corrispondente a $\frac{F}{Cs} = 0,143$

$\frac{Az}{Br^3} = 0,058$ . . . . . $\frac{Li}{J} = 0,056$

$\frac{Ph}{Cl^3} = 0,291$ . . . . . $\frac{Na}{Br} = 0,288$

$\frac{Ph}{J^3} = 0,082$ . . . . . $\frac{Li}{Br} = 0,088$

$\frac{As}{Br^3} = 0,312$ . . . . . $\frac{K}{J} = 0,307$

$\frac{As}{J^3} = 0,197$ . . . . . $\frac{Li}{Cl} = 0,197$

$\frac{Bo}{F^3} = 0,193$ . . . . . $\frac{Li}{Cl} = 0,197$

$\frac{Au}{Br^3} = 0,817$ . . . . . $\frac{F}{Na} = 0,826$

$\frac{Tl}{Br^3} = 0,846$ . . . . . $\frac{Ag}{J} = 0,850$

$\frac{Sb}{J^3} = 0,320$ . . . . $\frac{Cl}{Ag} = 0,328$

$\frac{Jn}{Cl^3} = 1,065$ . . . . $\frac{Rb}{Br} = 1,067$

$\frac{Jn}{Br^3} = 0,473$ . . . . $\frac{F}{K} = 0,487$

$\frac{Jn}{J^3} = 0,298$ . . . . $\frac{Na}{Br} = 0,288$

$\frac{F^3}{Bi} = 0,271$ . . . . $\frac{Cl}{J} = 0,279$

Elementi tetravalenti

$\frac{C}{Cl^4} = 0,085$ corrispondente a $\frac{Li}{Br} = 0,088$

$\frac{S}{Cl^4} = 0,222$ . . . . $\frac{F}{Rb} = 0,223$

$\frac{Si}{Cl^4} = 0,197$ . . . . $\frac{Li}{Cl} = 0,197$

$\frac{Si}{Br^4} = 0,088$ . . . . $\frac{Li}{Br} = 0,088$

$\frac{Si}{J^4} = 0,055$ . . . . $\frac{Li}{J} = 0,055$

$\frac{Pb}{J^4} = 0,408$ . . . . $\frac{Cl}{Rb} = 0,416$

$\frac{Pb}{Br^4} = 0,647$ . . . . $\frac{Na}{Cl} = 0,647$

$\frac{Sn}{Cl^4} = 0,831$ . . . . $\frac{F}{Na} = 0,826$

$\frac{Al^2}{Cl^6} = 0,258$ . . . . $\frac{Cl}{Cs} = 0,267$

$\frac{Mn}{Cl^4} = 0,387$ . . . . $\frac{Li}{F} = 0,368$

$\frac{Mn}{F^4} = 0,724$ . . . . $\frac{Br}{Ag} = 0,741$

$\frac{Fe^2}{Br^6}$	$= 0{,}233$	. . . . .	$\frac{F}{Rb}$	$= 9{,}223$
$\frac{Cr^2}{Cl^6}$	$= 0{,}493$	. . . . .	$\frac{K}{Br}$	$= 0{,}488$
$\frac{Pt}{Br^4}$	$= 0{,}616$	. . . . .	$\frac{Br}{Cs}$	$= 0{,}601$
$\frac{Pd}{Cl^4}$	$= 0{,}750$	. . . . .	$\frac{Br}{Ag}$	$= 0{,}741$

Elementi pentavalenti

$\frac{Az}{Cl^5}$	$= 0{,}079$	corrispóndente a	$\frac{Li}{Br}$	$= 0{,}088$
$\frac{Ph}{Cl^5}$	$= 0{,}175$	, . . .	$\frac{F}{Ag}$	$= 0{,}176$
$\frac{Ph}{Br^5}$	$= 0{,}078$	. . . .	$\frac{Li}{Br}$	$= 0{,}088$
$\frac{As}{Cl^5}$	$= 0{,}422$	. . . .	$\frac{Cl}{Rb}$	$= 0{,}416$
$\frac{As}{Br^5}$	$= 0{,}187$	. . . .	$\frac{Na}{J}$	$= 0{,}181$
$\frac{Nb}{J^5}$	$= 0{,}148$	. . . .	$\frac{F}{Cs}$	$= 0{,}143$
$\frac{Ta}{Br^5}$	$= 0{,}455$	. . . .	$\frac{Cl}{Br}$	$= 0{,}444$
$\frac{Ta}{J^5}$	$= 0{,}287$	. . . .	$\frac{Na}{Br}$	$= 0{,}288$
$\frac{Vd}{Cl^5}$	$= 0{,}289$	. . . .	$\frac{Na}{Br}$	$= 0{,}288$
$\frac{Vd}{J^5}$	$= 0{,}081$	. . . .	$\frac{Li}{Br}$	$= 0{,}088$
$\frac{Sb}{Br^5}$	$= 0{,}305$	. . . .	$\frac{K}{J}$	$= 0{,}307$
$\frac{Sb}{J^5}$	$= 0{,}192$	. . . .	$\frac{Li}{Cl}$	$= 0{,}197$

Elementi esavalenti

$\frac{Mo}{Cl^6}$	$= 0{,}451$	corrispondente a	$\frac{Cl}{Br}$	$= 0{,}444$

$\frac{Mo}{Br^6}$	= 0.200	. . . . .	$\frac{Li}{Cl}$	= 0,197
$\frac{Tg}{Cl^6}$	= 0,854	. . . . .	$\frac{Ag}{J}$	= 0,850
$\frac{Tg}{Br^6}$	= 0,373	. . . . .	$\frac{Li}{F}$	= 0,368

Da questa tavola sembra risultare che vi sono alcuni rapporti fra le masse atomiche nei quali di preferenza si effettuano le combinazioni, o in altri termini che la valenza di un corpo è funzione del suo peso atomico. Vi hanno è vero non poche combinazioni, come p. e. quelle del rame col cloro, del mercurio col bromo e collo iodio e molte altre nelle quali tale coincidenza di rapporto non si verifica neppure approssimativamente; ma bisogna osservare non esservi alcuna ragione per credere che i rapporti favorevoli all'unione permanente delle masse atomiche sieno solo quelli che ci offrono i corpi monovalenti. Di più bisogna osservare che oltre alle masse si vuole anche tener conto del moto di cui gli atomi sono dotati, essendo cosa manifesta che la diversa velocità degli atomi non altrimenti che la diversa massa deve produrre delle variazioni nel volume e nella densità delle atmosfere atomiche non che nel moto degli atomi dopo l' urto scambievole. Quando dunqne dicemmo che la valenza di un corpo è funzione del suo peso atomico non intendevamo di dire che sia funzione delle sole masse, ma delle masse insieme e delle velocità da cui le masse medesime sono animate. Così possiamo intendere anche l'anomalia che ci presentano quegli elementi polivalenti nei quali la coincidenza dei rapporti coi corpi monovalenti si verifica eziandio per delle valenze superiori o inferiori a qnelle che realmente posseggono. Tali sono a cagione di esempio il silicio, il piombo, il manganese, il platino i quali sebbene non mostrino una valenza superiore a quattro, pure ci danno l'uguaglianze

$$\frac{Si}{F^5} = \frac{Na}{Br} \qquad \frac{Pb}{J^5} = \frac{Cl}{Ag}$$

$$\frac{Mn}{Cl^5} = \frac{K}{J} \qquad \frac{Pt}{Br^5} = \frac{K}{Br}$$

Tali parimenti sono fra i corpi divalenti il solfo, il bario, il magnesio, il zinco pei quali si verificano l'equazioni

$$\frac{S}{Cl} = \frac{Li}{F} \qquad \frac{Ba}{J} = \frac{Br}{Rb}$$

$$\frac{Mg}{Cl} = \frac{Rb}{J}, \frac{Zn}{Br} = \frac{F}{Na}$$

non ostante che questi elementi non si uniscano mai ad un solo atomo dei corpi monovalenti. A misura cioè che va crescendo il numero degli atomi che prendono parte alla formazione di una molecola, deve di pari passo diminuire la velocità di rotazione del sistema e con essa lo squilibrio dell'etere circostante. Potrà dunque accadere che un corpo il quale avuto riguardo al suo peso atomico potrebbe uirsi a un gran numero di atomi di altro corpo, in realtà si unisca solo ad alcuni pochi per la troppo grande diminuzione di velocità che importerebbe l'unirsi a tutti.

Al contrario quanto è minore il numero degli atomi che concorrono a formare una molecola tanto sarà maggiore la velocità di rotazione del sistema e lo squilibrio di pressione dell'etere circostante; onde altri atomi saranno facilmente spinti a far parte della molecola che si va formando. Il difetto di un numero sufficiente di tali atomi sarebbe il caso della generazione di un composto incompleto, come p. e. dell'ossido di carbonio, il quale appunto si genera sempre che il carbonio brucia in una quantità insufficiente di ossigeno. Se non che il caso più comune del formarsi un composto incompleto deve essere la troppo grande diminuzione del moto atomico in uno almeno dei componenti, diminuzione che può aver luogo anche pel solo fatto della presenza di un terzo corpo.

Il detto fin quì basta per fare intendare che la dottrina delle valenze è in pieno accordo colla teoria meccanica dell'azione chimica, anzi che questa teoria è l'unica che finora abbia dato una plausibile spiegazione al fatto della diversa capacità di saturazione dei corpi semplici.

INTORNO ALLA VÌTA
DEL P. DOMENICO CHELINI D. S. P.
NOTE
DEL P. GIACOMO FOGLINI

Ben grave è la perdita che come l'inclito Ordine del Calasanzio, così la nostra Accademia, o chiarissimi Colleghi, ha fatto testè per la morte del P. Domenico Chelini delle Scuole Pie. E a noi anche più sensibile deve essere il dolore di questa perdita, in quanto si aggiunge alle ferite non ben rimarginate che in poco più di un anno ci aveva aperto in seno la mancanza di altri socii insigni e venerati: dei quali si richiamano ancora con onorata memoria e acerbo lutto i due più celebri, voglio dire M.r Francesco Nardi, istancabile pubblicista in difesa della Santa Sede e nobilissimo cultore delle scienze giuridiche e geografiche, e quel luminare della universa Fisica celeste e terrestre che fu il rinomato nostro Presidente, P. Angelo Secchi della Compagnia di Gesù, rapito a noi e al mondo scientifico con morte ahi! troppo immatura. Ma all'uomo che si governa coi principii della fede e della verace sapienza, conviene inchinare il capo e adorare gl'imperscrutabili giudizi di Dio; il quale mentre ha tolto a sè dalla tristizia tempestosa del nostro secolo i sullodati colleghi per premiarli del ben operato nella tranquilla e serena eternità, ha nel tempo stesso ordinato questa che a noi sembra sciagura al nostro bene verace: attesochè per essa ci dispone e corrobora all'esercizio di quella umile soggezione di mente e paziente rassegnazione di volontà, la quale vale assai meglio che non qualunque accortezza o forza adoperata nella espugnazione di ben munita città o nello sperperamento di formidabile oste nemica. Dopo un compianto rassegnato e cristiano, non ci rimane che la cosa più onorifica e di maggiore gradimento ai cari nostri trapassati: ciò è ricordare le eminenti virtù e le opere ond'essi e furono di ammirazione ai conoscenti ed amici, e innalzandosi al di sopra di molti altri, più o meno illustrarono ed estesero alcuno degli infiniti e svariati rami che sorgono e si allargano nel campo dell'umano sapere.

Il P. Domenico Chelini, al pari di que'personaggi illustri che ho nominato poc'anzi, mostrò anche esso colle azioni nobilissime della sua vita quanto sia falso e calunnioso l'antagonismo fra la religione e la scienza, che per odio solo della Chiesa e de'suoi ministri si va ricantando impudentemente

più che mai a'nostri giorni, e si vuole persuadere con arte sopraffina alle menti ignare od inferme. Un medesimo è il principio della ragione e della fede: l'una e l'altra sono come due ruscelli e come due raggi, che derivano da quel mare immenso e da quel sole infinito che è la bontà divina; perchè quel Dio che *ha segnato sopra di noi il lume del suo volto* e ci ha costituito nell'ordine di esseri ragionevoli, ci ha pure sublimato a un altro ordine sovrannaturale di fede e di grazia, mediante il suo Verbo che è *luce vera, la quale illumina ogni uomo che viene nel mondo*. Ciò ammesso, e si deve ammettere come indubitato da chi non sia libero pensatore e affatto incredulo, è immediata ed apertissima la conseguenza, che dunque la ragione e la fede, la scienza e la religione, non solo non possono mai per sè stesse opporsi e cozzare tra loro, ma sono anzi nate fatte per vivere insieme in istretto connubio e procedere di conserva con perfetta armonia nella via della verità e della giustizia. In cotesto cammino la ragione e la scienza servono quasi ancelle alla fede e alla religione, che Iddio per effusione di sua carità e per nostra indicibile ventura ci ha rivelato ed imposto; la rivelazione e la fede, alla loro volta, irraggiando del proprio splendore la ragione, l'aiutano mirabilmente nella investigazione delle verità più astruse, e le sono di sicuro rattento perchè non isdruccioli nell'errore e vada smarrita. Chi ripudia e rispigne da sè il lume della divina rivelazione, appoggiato soltanto alla sua fiacca ragione, forza è che cada turpemente in vergognosi assurdi, fino a disconoscere come si fa oggidì la propria origine da Dio e a credersi discendente da una sozza scimmia o da altro bruto più insensato: chi per contrario accoglie nel suo intelletto e custodisce con ossequiosa sollecitudine la luce della cattolica fede, sgombro per lei dalle native tenebre che offuscano la ragione e trasportato come in una nuova sfera radiante, diventa più idoneo non pure ad affisarsi con sicuro sguardo nelle verità sopraccelesti ed eterne, ma a scrutare eziandio i misteri della natura e a sciogliere accertatamente i problemi e le questioni più intricate che ci si presentano nelle scienze naturali. Sentenziava già il Sig. Ampère, giudice ben competente in questa materia: « La scienza della natura che si manifesta nelle divine Scritture, suppone spesso o una rivelazione diretta venuta dall'alto, o almeno uno sguardo d'aquila che indovina i misteri della natura, penetra attraverso le tenebre da cui sono circondati, e appalesa una vera ispirazione che reca agli uomini un raggio dell'eterna verità ». Tanto è lungi che la Religione rivelata contraddica e non promuova la cognizione di quelle verità che sono circoscritte nella cerchia della natura!

A norma di queste massime che si era impresse altamente nell'animo, il P. Chelini ebbe sempre regolata l'onestissima sua vita, cui passò tutta quanta tra la preghiera e lo studio, tra le profonde speculazioni della sacra teologia e l'applicazione indefessa della mente alla filosofia razionale, alla fisica e alla matematica, tra l'adempimento esatto de'suoi doveri religiosi e l'insegnamento quasi mai non interrotto delle belle lettere e soprattutto delle filosofiche discipline. Nato egli in Gragnano nel Lucchese ai 18 Ottobre 1802 da genitori pii e piuttosto agiati ma campagnuoli di condizione, fu mandato dalla prima nella stessa città di Lucca ad esservi istruito per tempo e sodamente come nelle cose di religione e di pietà, così nei principii della lingua latina e della buona letteratura. In quelle e in questi sortì a maestro un eccellente Religioso, il P. Puccinelli dei Canonici Lateranensi, il quale con ogni premura e con tutta affabilità si adoperò nell'educare la mente e il cuore del giovanetto all'amore del vero e del giusto; e così bene rispose il giovane alle amorose cure del suo maestro che fin dai primi anni della sua educazione e fece non piccoli progressi negli studi letterarii e concepì nell'animo quell'amore e quella stima della onestà e della religione che lo condusse dipoi ad abbracciare l'Istituto di una delle diverse forme di Società religiose, onde si abbella la Chiesa di Gesù Cristo. L'occasione di cotesta sua determinazione pare che il Chelini la dovesse ripetere dall'avere conosciuto in Lucca ed ammirato la dottrina e le virtù del P. Pietrini, celebre Fisico, professore nella Università romana, e riordinatore del Museo mineralogico del nobile Collegio Nazareno: perchè dopo le conferenze avute col suddetto Padre, superate le difficoltà che gli si movevano contro da'suoi congiunti, con ardente desiderio della sua perfezione e trascorso di poco il terzo lustro di età, si recò qui in Roma dove chiese ed ottenne di essere ascritto all'Ordine delle Scuole Pie, e ne vestì l'abito il dì 18 Novembre dell'anno 1818.

Non è poi da maravigliare che il nostro giovine, timorato come era stato di Dio e fedele osservatore di ogni buona legge in mezzo al campo aperto delle mondane seduzioni, molto più si mostrasse e fosse tale in realtà nel giardino ben custodito della Religione. Una pietà sincera e fervente verso il Creatore negli esercizii di spirito, una pronta ubbidienza ai cenni dei Reggitori e un'intera osservanza di tutto ciò che era prescritto dalla Regola, una carità paziente e benigna a risguardo degli eguali od inferiori, un distacco totale del cuore dagli onori, dai beni e piaceri fallaci del mondo, una mortificazione laboriosa dei sentimenti e una costante annegazione dei proprii

voleri e passioni, in fine un'accurata diligenza e industria nel praticare quanto si attiene alla perfezione dell'animo; queste sono le precipue virtù che al giovine Chelini procacciarono nei primordii della sua vita religiosa la stima dei Superiori, la benevolenza dei Confratelli, e l'ammirazione di tutti coloro che in quel tempo lo conobbero e trattarono familiarmente con lui. Con pari zelo ed alacrità, mentre proseguiva nell' arringo della cristiana perfezione, compiè anche gli studi letterarii e percorse sicuro la difficile carriera degli studi filosofici e teologici, quando chiamato l' anno appresso (1819) al Collegio Nazareno, vi dimorò per lungo tratto di tempo, cioè fino a quasi tutto l'anno 1826. Splendido fu il successo di questa sua profonda e continuata applicazione agli studi, e lo attestarono con parole di molta lode il P. Bianchi, pregiatissimo latinista e poeta, che gli fu maestro in eloquenza, e i reverendi PP. Baretti e Gandolfi che gl'insegnarono, l'uno la Filosofia razionale, l'altro le Matematiche, ed appartenevano ambidue come membri al chiarissimo corpo dell'Archiginnasio romano, o in qualità di socii del Collegio filosofico, ovvero in qualità di Professori titolari.

Fu poco innanzi a questa ultima epoca che, atteso il felice risultato degli studi e la comune soddisfazione, i Moderatori dell'Ordine giudicarono di promuovere il Chelini all'onore delle cattedre, e gli affidarono prima l'insegnamento della Umanità in quello stesso Collegio dove fino allora era stato scolare, quindi il magistero della Rettorica nell' Istituto di Narni, e finalmente la cattedra di Matematica e Filosofia per un anno a Città della Pieve e per un altro anno in Alatri. Se non che della persona e dell' opera del P. Chelini non dovea rimanere più a lungo privo il Collegio Nazareno di Roma, il precipuo tra que' molti che l'insigne Sodalizio degli Scolopi tiene aperti in diversi luoghi alla studiosa gioventù, e così chiaro tanto per gli eminenti professori che vi hanno dettato successivamente in ogni tempo le loro lezioni, quanto per le doti singolari di que' numerosi alunni che fattovi il corso degli studi letterarii e scientifici e uscitine con bella fama di giovani dotti e ben costumati, sono stati di poi sublimati a gradi anche altissimi così negli ordini civili come nella gerarchia ecclesiastica. Laonde a questo nobile Collegio fu richiamato il P. Chelini nel Novembre del 1831, dopo di essersi riavuto da una grave malattia che lo avea travagliato in quel medesimo anno: quivi per una serie di venti anni o in quel torno, con gran lode di speciale abilità e con profitto non ordinario dei suoi giovani allievi, professò le Matematiche in più rami di questa scienza; al quale ufficio dovè aggiugnere dal 1836 in poi per parecchi anni anche l'altro d'in-

segnare la Filosofia, alloraquando il celebre Giacoletti, Professore di cotesta facoltà, venne trasferito alla cattedra di Eloquenza, vacata per la elezione e consacrazione del P. Rosani a Vescovo di Eritrea nelle parti degli infedeli.

Nella prima stanza che ebbe il P. Chelini come è detto fuori di Roma, cioè in Narni, due cose sono degne di osservazione intorno alla vita religiosa e scientifica di lui. L'una è che in quel luogo di ritiro si apparecchiò con tutto il fervore dell'animo, mediante gli spirituali esercizii, al sacro ministero, e con ineffabile consolazione del suo cuore fu ordinato Sacerdote nell'aprile del 1827. Da quel giorno in poi non è agevole ad esprimere quanto nel novello Levita e si accrescesse la divozione dello spirito e si corroborasse il proposito e la cura della propria santificazione, giovandosi egli del divino sacrificio a cui operava quotidianamente per unirsi di un modo strettissimo a Dio e accendersi all'acquisto delle più eminenti virtù, e procurando viceversa in ciascun giorno un'intima unione con Dio nella pratica di ogni virtù per disporsi a celebrare l'indomani con più di purezza e frutto l'incruento sacrificio dell'altare. L'altra cosa da osservare si è che nella casa di Narni, poichè tranne le occupazioni della scuola si trovava libero da ogni altra cura e sollecitudine, tranquillamente potè il Chelini abbandonarsi di pieno slancio a quegli studi ai quali lo portava l'inclinazione e la forza del suo ingegno, e che doveano in un prossimo avvenire farlo ascendere a un posto sì elevato tra i cultori delle scienze esatte. Pertanto tutto da sè e col solo aiuto dei pochi libri di cui avea potuto provvedersi, si diè prima a gittare più profonde le radici del suo sapere nel campo delle Matematiche così pure come applicate, e ad estendere quindi sopra queste scienze le sue cognizioni ampiamente in ogni ramo, a scoprire e contemplare i più riposti significati delle loro forme, a dedurne le conseguenze più rimote, e con cupido sguardo a indagare attentamente tutt'intorno in cerca di alcuna nuova verità o di qualche nuova relazione tra le verità già note. Sono questi gli studi che ripresi a tutta lena dal Chelini nell'Istituto di Narni, formarono quinci innanzi l'obbietto principale e più continuo delle sue speculazioni; e sono questi gli studi dai quali, come fiori e frutta da ben coltivato giardino, germogliarono quelle tante e così elette pubblicazioni che gli ebbero acquistata bella rinomanza fra gli scienziati in Italia e fuori, e tramanderanno ai posteri onorata la memoria di lui. Per cosiffatta sua perizia e lustro nelle Matematiche meritò il Chelini di essere ascritto a non poche Accademie scientifiche, e di essere prescelto dal Governo pontificio ad incarichi onorifici ed importanti, a quella guisa che per la sua

religiosità e prudenza di consiglio e soavità di tratto gli erano state già conferite dignità e preminenze nell'Ordine Scolopio.

Era stato infatti costituito Consultore provinciale fin dall'anno 1833, e Vice-Rettore del Collegio Nazareno nel 1845: in questo stesso anno fu nominato Assistente generale dal P. Inghirami, e confermato dopo un triennio in tale ufficio primario dal nuovo Generale P. Gennaro Fucile. Il Governo pontificio poi si volle servire di lui, come di uomo pratico e probo, in diversi gelosi incarichi; e fattolo Esaminatore per gli aspiranti di marina nel 1846, lo annoverò nel 1848 tra i membri della Commissione per la riforma monetaria, e nel medesimo tempo il Ministero delle armi insieme ad altri affidò anche a lui la direzione degli studi e degli esami della militare istruzione. Sul finire del 1851 fu tolto il P. Chelini alla Capitale dello Stato e dell'orbe cattolico, con rammarico non lieve de'suoi colleghi ed amici; perchè con decreto del 25 Ottobre venne promosso e dato professore di Meccanica e d'Idraulica alla Università di Bologna, dove appena recatosi si fece da tutti amare per la sua bontà e ammirare per la sua sapienza. Vero è che nel 1860 invasa la città e occupata dal governo subalpino, ben presto fu da questo il Chelini casso d'ufficio, e solo fu tollerato in condizione di professore straordinario, stante la stima e l'amore che gli avevano i colleghi e gli studenti della Università: ma ciò non che disgrazia, deve anzi riputarsi una gloriosa avventura di lui, il quale sostenne il colpo perchè non seppe e non volle nè allora nè poi acconciarsi mai alle idee dei nuovi pretesi padroni; sicchè destituito finalmente d'ogni carica e diritto, nel 1865 fece ritorno qui in Roma per invito del grande Pontefice Pio IX che il nominò alla cattedra di Meccanica razionale nell'Archiginnasio romano. Quanto ai corpi scientifici che ambirono di associare a sè la persona del Chelini e tennero ad onore di scriverne il nome nei proprii albi, lasciando gli altri di minor conto, basterà che io nomini il Collegio filosofico della Sapienza di Roma dove egli succedè al Prof. Venturoli nel 1846, l'Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna alla quale appartenne fin dal 1854, e la Società italiana dei Quaranta la quale lo scelse a suo membro nell'anno 1863. Negli atti della nostra Accademia pontificia de'nuovi Lincei si legge il nome del P. Chelini fra i trenta socii ordinarii, designati da Sua Santità Papa Pio IX, quando la medesima Accademia fu ristabilita ed ebbe la istituzione governativa ed ufficiale ai 3 Luglio 1847, e tenne solennemente la sua 1ª. sessione ai 31 del seguente Ottobre sotto la presidenza del suo Protettore l'E.mo e R.mo Principe Riario Sforza, Cardinale di S. Chiesa. Veramente per quel lungo tratto di

tempo che fu assente da Roma e inteso al magistero nella Università di Bologna, non potè prendere parte il Chelini ai lavori della nostra Accademia; ma negli anni che gli fu concesso d'intervenirvi prima e dopo quel tempo, non mancò dal canto suo di raggiungere lo scopo della medesima Accademia e di procurarne efficacemente il decoro coll'opera e col consiglio. In essa più volte fu membro del Comitato, e più volte Commissario per proporre i temi e per esaminare gli scritti relativi al premio Carpi: fu anche eletto Relatore di quella Commissione, formata tutta nel seno della nostra Accademia, la quale ho accennato di sopra essere stata istituita dal Governo pontificio nel 1848 per la riduzione di tutte le diverse misure dello Stato nell'unico sistema metrico.

Scorse così le principali epoche e detto in generale della vita religiosa e scientifica del P. Chelini, dovrei ora discendere agli atti e alle virtù di lui in particolare: ma per non allungarmi di soverchio contro l'uso che suole in questo luogo serbarsi, toccherò solo due o tre punti che meglio ci rivelino il carattere del compianto nostro collega. Sia il primo la rara modestia ed umiltà che gli fu indivisa compagna in tutta quanta la vita. *È certamente somma e singolare virtù che tu non ti riconosca grande mentre operi grandi cose; e che manifesta a tutti gli altri, a te solo resti occulta la tua santità*: sono queste parole verissime di un gran Dottore della Chiesa (S. Bernardo); e appunto il P. Chelini, mentre per l'egregie doti di mente e di cuore, per la dolcezza e la integrità de' suoi costumi, pei lavori pregevolissimi del suo ingegno, era assai stimato e avuto in rispetto dai vicini e dai lontani, pareva che solo non conoscesse egli i proprii meriti e pregi, tenendosi da meno degli altri e significando anche all'uopo colla voce e coi fatti questo intimo sentimento del suo animo. Di ciò sono testimoni coloro che lo conobbero o conversarono con lui: valga per tutti la pubblica testimonianza che ne diede il regnante Sommo Pontefice Leone XIII, allorchè ai 17 Novembre del p. p. anno rispondendo a una deputazione di giovani alunni del Collegio Nazareno, che in occasione di un decreto nella causa di Beatificazione del Ven. Servo di Dio Pompilio Maria Pirotti erano stati presentati a Sua Santità dal R.mo P. Andrea Leonetti a fine di ringraziarla in nome di tutti gli allievi delle scuole Pie, espresse loro (siccome riferisce l'*Osservatore Romano* nel suo num. dei 19 Novembre 1878) « il suo vivissimo rammarico per l'improvvisa morte del Prof. Chelini, cui encomiò mirabilmente, chiamandolo gran luminare della scienza e del Clero, e Scolopio quanto dotto e stimato da tutti, altrettanto umile e sconosciuto

a sè medesimo ». A questo senso squisito di modestia ed umiltà si dee recare che nella nostra Accademia il defunto Socio, quanto era da sè, sfuggisse gli onori e le dignità; come quando nelle Commissioni, contento della sua fatica e dei lumi riverberati sopra le menti de'suoi colleghi, cedeva talvolta ad altri l'incarico specioso di Relatore a cui era stato prescelto; ovvero quando con preghiere o anche con parole indicanti il suo fermo proposito otteneva dai socii che si rimanessero dal nominarlo alla presidenza di tutto il corpo accademico. Alla medesima cagione è pure da ascrivere che egli modestamente rifiutasse le offerte di onorevoli incarichi che più volte gli vennero fatte da varie Accademie scientifiche d'Italia e di Europa; e che, secondo viene asserito dall'*Osservatore Romano* (17 Nov. 1878), pochi mesi innanzi alla sua morte declinasse eziandio l'invito venutogli dalla Francia di far parte di un Congresso di scienziati. In fine conseguenza e prova tutt'insieme di umiltà e modestia furono nel P. Chelini e il suo stare quasi continuo nella propria stanza, ritirato con Dio nella orazione o coi dotti tra i loro libri, e lontano sempre dai vanitosi consorzii; e il suo andare tutto solo e raccolto nei brevi passeggi che faceva, per ricrearsi un poco dalle fatiche dei lunghi studi e delle profonde meditazioni; e il guardarsi con tutta attenzione nei suoi discorsi cogli amici da ogni detto che tornasse in biasimo altrui, mostrando anzi stima e rispetto di ognuno. Chi è veramente grande e sapiente, non offende mai nessuno e si umilia in ogni cosa!

Il secondo punto che mi sono proposto, risguarda la fermezza di carattere e di principii, la quale fu ammirabile nell'illustre nostro collega. Durante lo sconvolgimento di ogni cosa umana e divina, pubblica e privata, a cui per comune disgrazia è andata soggetta la nostra Italia già da quattro lustri, pur troppo abbiamo dovuto vedere e deplorare la defezione di non pochi che sembravano baluardi incrollabili e intrepidi soldati nel campo del diritto e della giustizia, i quali per meschini interessi non si peritarono di disertare l'onorato vessillo sotto cui avevano fino allora combattuto. Ma fra tanta vergogna neppure ci sono mancati in contrario per nostra gloria e conforto di molti esempii in quegli uomini generosi che tentati di rivolgere la faccia all'astro che nasceva, hanno giudicato gran viltà e delitto il discostarsi per poco da quel Sole che pareva tramontare; e saldi a ogni promessa di beni o minaccia di mali, hanno proseguito da forti nel glorioso combattimento, senza punto curare le ferite nè i danni che avrebbero perciò patito in sè stessi o nelle proprie famiglie. Del novero di questi ultimi fu certamente

il nostro P. Domenico; il quale come per educazione e professione di vita, per convincimento d'intelletto e per affetto di grato animo, era fermamente devoto al Papa e ai sacrosanti diritti della Chiesa, così non accadde mai che per nessuna ragione di umano riguardo o interesse si rimovesse o non operasse conformemente a cotesta sua persuasione ed amore. Ho già ricordato com'egli nella Università di Bologna, privato prima dell'ufficio ordinario nel 1860, fosse poi tollerato qual Professore straordinario per istanza dei suoi colleghi e scolari, e come fosse poi del tutto dimesso verso la fine del 1864 con perdita totale di stipendio o di pensione: ora quella prima pena, se pure vuol così nominarsi, gli fu inflitta perchè ricusò di assistere al canto di uno di que' *Tedeum*, ai quali era disdetto intervenire a un uomo di coscienza; e la totale dimissione che poi seguì, fu contra lui decretata perchè non volle prestare un giuramento cui non poteva emettere assolutamente un suddito fedele della Chiesa e del Papa. Ancora nell'Archiginnasio romano, dopo la breccia di Porta Pia e la usurpazione della cosa pubblica, per isbarazzarsi dai Professori cattolici, la rivoluzione volle imporre alla scienza il giuramento politico; e il Chelini che era entrato in quell'Archiginnasio, per insegnarvi, quattro o cinque anni innanzi, ne uscì subito e non volle punto restarvi, benchè in appresso fosse dispensato dal giurare; ma si ridusse a dare le sue lezioni nella Università cattolica, e soppressa questa dalla forza, privatamente nella propria cella. Un esempio consimile di costanza nei suoi retti principii ci porse il Chelini, alloraquando la nostra Accademia, per cagione delle medesime politiche vicende e all'in-l'insaputa della sua maggioranza, disgraziatamente si trovò divisa in due: egli in quella critica circostanza non ebbe a deliberare punto nè poco; perchè fermo nelle sue massime, non ebbe il minimo dubbio di comparire tra i primi nella vostra sessione del 5 Marzo 1871, e di seguitare voi, o chiarissimi colleghi, i quali per giusta riconoscenza al novello Fondatore Pio IX e per altre nobili ragioni, voleste conservato all'Accademia il nome di *Pontificia* e intatte quelle istituzioni ond'ella si regge secondo lo spirito del Fondatore antico. E nella presente materia una prova più generale l'abbiamo dalla costanza, colla quale il nostro eroe si mantenne fedele sino alla morte, all'Istituto abbracciato da giovane e alla Regola da sè professata, non ostante lo sperpero e la violenta soppressione degli Ordini religiosi, dalla quale certuni presero occasione o pretesto di apostasia, ritornando a respirare l'aria di libertà o meglio di licenza sfrenata che circonda ed ammorba le nostre regioni: egli, non che separarsi un momento dai suoi

confratelli, ne seguì in tutto l'avversa sorte; e purchè gli fosse concesso un piccolo posto per vivere in comunità e morirvi, non badò a incomodi e volonteroso si sottomise alle comuni privazioni e ristrettezze.

Mi restano per terzo punto alcune parole a dire intorno ai lavori scientifici del P. Domenico Chelini. Forse non si tarderà molto a fare delle opere di lui un accurato riepilogo ed un' ampia rivista illustrativa: ma intanto è bene si sappia che istancabile fu l'operositá del nostro Collega nella ricerca ed esposizione delle veritá matematiche, e numerose sono le produzioni del suo ingegno divulgate colle stampe, come può scorgersi dal catalogo che farà seguito a queste note biografiche. E per veritá in tutta sua vita non si risparmiò mai incomodo o fatica in pro della scienza, e quanto era da sè, si adoperò sempre a trasfondere nei suoi allievi colle lezioni nella scuola l'amore del vero, e a farne gustare le bellezze a tutti colle sue pubblicazioni a parte o nei periodici scientifici. Assai pregiati dai dotti sono i lavori del Chelini, perchè frutti di una mente perspicace insieme e lucidissima; furono riprodotti o almeno riassunti con encomio in articoli bibliografici dai più accreditati Giornali di scienza, nostrali ed esteri: furono anche e sono risguardati con diletto, essendo que'lavori condotti con maestria e perfezione, e rivestiti di una certa speciosità che era tutta propria del loro Autore; il quale di più amava generalmente di presentare le verità che esponeva sotto forme semplici e nuove, e di dimostrarle con nuovi modi da sè escogitati o da altri. Di tal fatta sono tra le altre pubblicazioni la sua *Nuova Dimostrazione geometrica del principio dinamico de'moti relativi* — la *Dimostrazione nuova del parallelogrammo de'moti rotatorii* -- la *Nuova dimostrazione elementare delle proprietà fondamentali degli assi permanenti* — la *Determinazione analitica della rotazione de'corpi liberi secondo i concetti del Sig. Poisont*, etc. — e quella che fu una delle sue prime produzioni, cioè il *Saggio di geometria analitica trattata con nuovo metodo*. Questo *Saggio* in particolare è basato interamente sui principii delle proiezioni, e della composizione delle rette e delle aree; ed è mirabile con quanta agevolezza e generalità, come in altri scritti ad altre parti della Matematica, così in cotesto lavoro alle linee e alle superficie di primo e di secondo ordine sieno applicati dall'Autore i suddetti principii, *i quali*, secondo che dice egli stesso, *stanno a quelli di cui si fa uso comunemente, come il genere alla specie*. Naturalmente sopra i medesimi principii è fondata l'opera più celebrata e più estesa del P. Chelini, voglio dire gli *Elementi di Meccanica razionale*, pubblicati in Bologna nel 1860 e dedicati alla memoria

del Sig. Luigi Poinsot: egli fa poi questa dedica per tributo di ossequiosa riconoscenza; perchè i suoi *Elementi* li dice inspirati da tanto Maestro, il quale *Colle teoriche intuitive – Delle coppie e della rotazione de'corpi – Aprì nella scienza dell'equilibrio e del moto – Quasi un gran centro – Di nuova luce di armonia e di bellezza.* E una bella testimonianza di essere chiaro nella forma e preciso nella sostanza, avea il Poinsont dato al Chelini fin dal 1839, quando ricevuto il summentovato *Saggio di geometria analitica*, gli scrisse una lettera che cominciava nel seguente modo: » Je viens de parcourir votre ouvrage, et je puis vous dire avec satisfaction que je n'y ai rien trouvé qui ne m'ait paru clair, exact, et fait dans un trés bon esprit. Cette méthode des projections est en effet une des meilleures pour démontrer et découvrir etc. ». Ciò che qui è detto rispetto a un lavoro particolare, lo ha confermato con ben ponderate parole in ordine a tutti gli scritti un dotto amico del Chelini, il Prof. Beltrami, il quale annunciandone la morte all' Accademia di Bologna, tra le altre cose disse pure di lui: « Quelli che lo hanno conosciuto lo hanno amato. I Matematici che hanno studiato i suoi lavori lo hanno ammirato ed amato ad un tempo. Giacchè il suo pensiero scientifico era limpido e sereno come il suo cuore, e la cura costante di rendere intuitive le verità più riposte era in lui il riflesso d'una splendida intelligenza, non meno che d' un sentimento squisitissimo di universale benevolenza. L' impresa di riassumere e di illustrare la numerosa serie dei suoi lavori sarà facile e gradita a chi dovrà compierla: sarà una storia di idee belle, buone e vere, rivestite di forme semplici e gentili: sarà una nuova prova della celebre sentenza che lo stile è l' uomo etc. ». E concorde a questo è il giudizio di tutti gli scienziati dell'età nostra.

Dai brevi cenni che abbiamo fin qui delineato apparisce manifestissimo che e la Religione e la Scienza hanno fatto una gravissima perdita per la morte del R.mo P. Domenico Chelini. Qnesti, confortato di tutte le consolazioni della nostra santa Chiesa, spirava l'anima sua benedetta nelle mani del Signore il dì 16 Novembre 1878 alle ore 6 del mattino, nel Collegio Nazareno, dopo quattro giorni di polmonite, malattia che sopportò con inalterabile pazienza e con perfetta sommissione ai decreti di Dio. Preghiamo pace all'anima di lui, e cerchiamo di imitare come meglio ci è dato le opere della sua vita religiosa e scientifica.

N. B. Ho composto le precedenti note biografiche, in gran parte, sopra le memorie che mi furono comunicate gentilmente dal R.mo P. Andrea Leonetti, Rettore del Collegio Nazareno: aggiungo ora il seguente catalogo di lavori scientifici che ho avuto posteriormente dalla cortesia del Principe D. Baldassarre Boncompagni, ed è stato compilato e fatto di pubblica ragione con un cenno necrologico da un chiarissimo e intimo amico del Chelini, Prof. Luigi Cremona.

PUBBLICAZIONI SCIENTIFICHE

DEL P. DOMENICO CHELINI

I.

GIORNALE ARCADICO.

1. Teoria delle quantità proporzionali (Memoria letta nell'Accademia de' Lincei il dì 28 luglio 1834), t. LXXIII, an. 1837, pp. 166—190.
2. Teorica de'valori delle proiezioni, t. LXXIV, an. 1838, pp. 47—73.
3. Saggio di geometria analitica trattata con nuovo metodo, t. LXXV, an. 1838, pp. 80—130, 279—308, t. LXXVI, an. 1839, pp. 3—65, 257—286. (1)
4. Formazione e dimostrazione della formola che dà i valori delle incognite nelle equazioni di 1° grado, t. LXXXV, an. 1840, pp. 3—12.
5. Nota sulle proprietà di alcune espressioni algebriche relative alle superficie di second'ordine e sulla riduzione di alcuni integrali multipli, t. XCIV, an. 1843, pp. 49—57.
6. Teorema di Steiner sul volume di un corpo terminato da basi parallele e circoscritto lateralmente da una superficie rigata, t. XCVI, an 1843, pp. 3—16.
7. Sull'equazione cubica per la quale si determinano gli assi principali delle superficie di second'ordine: Nota del sig. dott. E. E. Kummer prof. in Breslavia, tradotta dal sig. C. G. J. Jacobi ed annotata dal prof. Domenico Chelini. t. XCVIII, an. 1844, pp. 71—82.
8. Equazioni differenziali del moto di un sistema di punti materiali, t. C. an. 1844, pp. 129—136.
9. Equazioni differenziali del moto di un pianeta intorno al sole, integrate con nuovo metodo dal sig. C. G. J. Jacobi (estratto di una memoria di Jacobi con note del prof. dott. Chelini) id. id. pp. 136—140.
10. Dimostrazioni geometriche delle trasformazioni degli integrali multipli relativi alle superficie ed ai volumi. t. CVI, an. 1846, pp. 127—161.
11. Teoremi relativi alle linee di curvatura e geodetiche sopra i paraboloidi, id. id. pp. 161—164.
12. Di alcuni teoremi di F. Gauss relativi alle superficie curve, t. CXV, an. 1848, pp. 257—284, t. CXVI, id. pp. 3—20.

II.

RACCOLTA SCIENTIFICA DI PALOMBA

(Roma 1845—49)

13. Sulla curvatura delle linee e delle superficie, vol. I, an. 1845, pp. 105—109, 129—136, 140—148, 156—160.
14. Sopra uno de' tre principii che formano l'anello di unione tra l'algebra e le diverse parti delle matematiche, vol. II, an. 1846, pp. 57—61, 73—77.
15. Teoremi relativi alle linee di curvatura e geodetiche sopra i paraboloidi (2) id. id. pp. 95—97.
16. Determinazione geometrica in coordinate ellittiche degli elementi ds_1, ds_2, ds_3 delle tre linee d'intersezione s_1, s_2, s_3 secondo cui si segano in un punto tre superficie ortogonali di secondo grado (λ), (μ), (ν), id. id. pp. 109—113, 126—131.
17. Principio delle velocità virtuali, vol. III, an. 1847, pp. 145—152.
18. Sui centri dei sistemi geometrici, vol. V, an. 1849, pp. 39—73.
19. Sull'uso sistematico de' principii relativi al metodo delle coordinate rettilinee, id. id. pp. 227—263, 333—374.

(1) Pubblicata anche in un volume separato. Roma, tip. delle Belle Arti, 1838.

(2) Riproduzione, salvo leggiere varianti, del lavoro del medesimo titolo già pubblicato nel giornale arcadico, v. n. 11.

III.

Annali di scienze fisiche e matematiche compilati da B. Tortolini

20. Jacobi in Roma, t. II, an. 1851, pp. 142—143. (1)
21. Nota sulla spiegazione dell'esperienza del sig. Foucault intorno al pendolo, id. id. pp. 243—246.
22. Osservazioni sopra una Memoria del Sig. Liouville intorno alla teoria generale delle superficie, id. id, pp. 291—300.
23. Addizione alla Nota sulle oscillazioni del pendolo: nuova dimostrazione geometrica del principio dinamico de'moti relativi, id. id. pp. 311—316.
24. Nota sulla risoluzione in numeri interi dell'equazione $x^2 + y^2 = N$, t. III, an. 1852, pp. 126—129.
25. Memoria sulle formule fondamentali riguardanti la curvatura delle superficie e delle linee, t. IV, an. 1853, pp. 337—394.

IV.

Annali di Matematica pura ed applicata pubblicati da B. Tortolini

(Roma 1858—66)

26. Sulle proprietà geometriche e dinamiche de'centri di percossa ne'moti di rotazione, t. VII, an. 1866, pp. 217—256.

V.

Giornale di Matematiche ad uso degli studenti delle Università italiane

(Napoli 1863....)

27. Sul teorema del prof. Beltrami esposto a pag. 21 del vol. V, an. 1867, pp. 190—191.
28. Nota sopra i sistemi materiali di egual momento d'inerzia, vol. XII, an.1874, pp. 201—204. (2)

VI.

Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze fisiche e matematiche

(pubblicato in Roma da S. E. il principe B. Boncompagni)

29. Articolo bibliografico sugli « *Elements de géométrie* » di E. Catalan, t. I, an. 1868, pp. 54—56.
30. Rendiconto della sua Memoria « *Sulla composizione geometrica de' sistemi di rette, di aree e di punti* » t. IV, an. 1871, pp. 135—136.
31. Rendiconto della sua Memoria « *Interpretazione geometrica di formole essenziali alle scienze dell'estensione, del moto e delle forze* » t. VI, an. 1873, pp. 533—535, (3)

VII.

Atti dell' Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei

32. Comunicazione intorno alla teoria delle superficie, t. III, an. 1850, pp. 45—46.
33. Dimostrazione nuova del parallelogrammo de'moti rotatorii, t. IV,an 1851, pp. 377—380.
34. Rapporto sul premio Carpi (letto nella sessione dell' 11 giugno 1865), t. XX, an. 1867, pp. 84—88 . (4)
35. Nuova dimostrazione elementare delle proprietà fondamentali degli assi permanenti, t. XXII an. 1869, pp. 147—155. (5)

---

(1) Questo cenno necrologico fu riprodotto dal giornale di Crelle, t. XLII, p. 93 e nella Beilage al n. 768 delle *Astronomische Nachrichten*, an. 1851, col. 397—398 ultime del volume.

(2) Articolo bibliografico nel Bulletin di Darboux, t. VIII (1875), p. 35.

(3) Nel medesimo volume pp. 536—538 è riprodotta una lettera scritta nel 1839 da Luigi Poinsot al prof. Chelini. — Art. bibl. nel Bulletin di Darboux, t. VII (1874), p. 125, e nel Jahrbuch di Ohrtmann, t. V, (1873), p. 47.

(4) Art. bibl. nel Bulletin di Darboux, t. II. (1871), p. 19.

(5) Art. bibl. nel Bulletin di Darboux, t. II. (1871), p. 148 e nel Jahrbuch di Ohrtmann, t. II. (1869—70), p. 726.

VIII.

Memorie dell'Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna.

36. Determinazione analitica della rotazione de'corpi liberi secondo i concetti del sig. Poinsot, t. X, an. 1859, pp. 583—620.
37. Della legge onde un ellisoide eterogeneo propaga la sua attrazione da punto a punto, serie II, t. I, an. 1861, pp. 3—52. (1)
38. Dei moti geometrici e loro leggi nello spostamento di una figura di forma invariabile, id. id. an. 1862, pp. 361—428. (2)
39. Sulla teoria de'sistemi semplici di coordinate e sulla discussione dell'equazione generale di secondo grado in coordinate triangolari e tetraedriche, id. t. III, an. 1863, pp. 3—81. (3)
40. Delle sezioni del cono e della prospettiva nell'insegnamento della geometria analitica, id. id. an. 1864, pp. 441—464.
41. Dell'uso delle coordinate obliquangole nella determinazione de'momenti d'inerzia, id. t. V, an. 1865, pp. 143—175.
42. Sugli assi centrali delle forze e delle rotazioni nell'equilibrio e nel moto de'corpi, id. t. VI, an. 1866, 3—55.
43. Dell'uso del principio geometrico della risultante nella teoria dei tetraedri, id. t. VII, an. 1867, pp. 79—99.
44. Della curvatura delle superficie con metodo diretto ed intuitivo, id. t. VIII, an. 1868, pp. 27—76. (4)
45. Teoria delle coordinate curvilinee nello spazio e nelle superficie, id. id. an. 1869, pp. 483—533. (5)
46. Sulla composizione geometrica de' sistemi di rette, di aree e di punti, id. t. X, an. 1870, pp. 343—391. (6)
47. Sulla nuova geometria de' complessi, serie III, t. I, an. 1871, pp. 125—153 (con estratto nel Rendiconto delle sessioni della stessa accademia per l' anno 1870—71, pp. 74—75). (7)
48. Interpretazione geometrica di formule essenziali alle scienze dell'estensione, del moto e delle forze, id. t. III, an. 1873. pp. 205—246 (con estratto nel Rendiconto etc. per l'anno 1872—73, pp. 70—72).
49. Sopra alcuni punti notabili nella teoria elementare dei tetraedri e delle coniche, id. t. IV, an. 1874, pp. 223—253 (con estratto nel Rendiconto etc. per l'anno 1873—74, pp. 77—78). (8)
50. Intorno ai poligoni inscritti e circoscritti alle coniche, id. id. an. 1874, pp. 353—357.
51. Intorno ai principii fondamentali della Dinamica con applicazioni al pendolo ed alla percussione de'corpi secondo Poinsot, id. t. VI, an. 1876, pp. 409—459 (con estratto nel Rendiconto etc. per l'anno 1875—76, pp. 54—63). (9)
52. Sopra alcune questioni dinamiche. Memoria che fa seguito a quella intorno ai principii fondamentali della Dinamica, id. t. VIII, an. 1877—78, pp. 273—306.

IX.

Opere pubblicate separatamente.

53. Elementi di Meccanica razionale con appendice sui principii fondamentali delle matematiche. Bologna, Giuseppe Legnani editore, 1860. 8.° pp. 456, app. pp. 90. (10)

---

(1) Art. bibl. nell'Archivio di Grunert, t. XXXVIII (1862), p. 7 del Bericht.
(2) Art. bibl. nell'Archivio di Grunert, t. XXXIX (1863), p. 8 del Bericht.
(3) Art. bibl. nell'Archivio di Grunert, t. XLI (1864), p. 6 del Bericht.
(4) Art. bibl. nel Jahrbuch di Ohrtmann, t. I (1868), p. 220.
(5) Art. bibl. nel Jahrbuch di Ohrtmann, t. I (1869), p. 151.
(6) Art. bibl. nel Bullettin di Darboux, t. IV (1873), p. 248, t. VII (1874), p. 241; nel Jahrbuch di Ohrtmann, t. II. (1869—70), p. 599; e nel Giornale di Matematiche di Napoli, t. XII (1874), p. 22.
(7) Art. bibl. nel Bullettin di Darboux, t. IV (1873), p. 250, t. VII (1874), p. 241; nel Jahrbuch di Ohrtmann, t. III. (1871), p. 412; e nel Giornale di Matematiche di Napoli, t. XII (1874), p. 24.
(8) Art. bibl. nel Bulletin di Darboux, serie II, t. I (1877), p. 81 della parte 2.ª
(9) Art. bibl. nel Bulletin di Darboux, serie II, t. I (1877), p. 82 della parte 2.ª
(10) Art. bibl. negli Annali di Matematica, serie I, t. III (Roma 1860), p. 245; e nell'Archivio di Grunert, t. XXXVII (1861), p. 4 del Bericht.

SUR LA REDUCTION D'UNE FORMULE BIQUADRATIQUE A UN CARRÉ

PAR LE P. TH.^LE PEPIN, S. J.

1. Parmi les nombreuses questions que présente le problème de réduire à un carré la valeur numérique d'un polynôme rationnel du quatrième degré, il en est une que l'on peut résoudre complètement, savoir: reconnaître si un polynôme du quatrième degré peut se réduire à un carré, au moyen d'une substitution rationnelle, et trouver cette substitution quand elle est possible. Il ne faut pas confondre ce problème particulier avec le problème général de trouver les valeurs rationnelles de la variable, qui donnent au polynôme proposé une valeur égale à un carré; car ces valeurs peuvent exister en nombre infini, sans pouvoir être exprimées d'une manière générale par une fonction rationnelle d'un nombre arbitraire. C'est à ce dernier cas que se rapportent les équations biquadratiques dont j'ai donné la solution dans les Mémoires présentés sur ce sujet à l'Académie Pontificale *dei Nuovi Lincei*. J'en donnerai de nouveaux exemples après avoir résolu le problème ci-dessus énoncé

I.

2. Problème. *Trouver une substitution rationnelle*

$$x = \frac{\alpha\,\theta^n + \alpha_1\,\theta^{n-1} + \ldots + \alpha_n}{\gamma\,\theta^n + \gamma_1\,\theta^{n-1} + \ldots + \gamma_n},$$

qui transforme en un carré un polynôme de quatrième degré $\varphi(x)$, *ou démontrer qu'il n'en existe pas*.

Considérons la courbe représentée par l'équation

$$(1)\qquad y^2 - \varphi(x) = F(x, y) = 0.$$

S'il existe une substitution satisfaisant aux conditions énoncées, la courbe représentée par l'équation (1) est *unicursale*, c. à. d. les coordonnées de l'un quelconque de ses points peuvent s'exprimer rationnellement en fonction d'une variable auxiliaire θ. Or d'après un théorème de Clebsch, dont on trouve une démonstration aussi simple qu'élégante dans le *Cours d'Analyse* de M. Hermite (t. I, p. 245 et s.), ce qui caractérise une courbe unicursale

d'ordre n, c'est qu'elle présente un nombre de points doubles égal à $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$. Comme la courbe considérée est du quatrième ordre, elle doit, pour être unicursale, offrir trois points doubles. Elle en a déjà deux à l'infini, indépendamment des coeffic ients de $\varphi(x)$; c'est-à-dire que si l'on transformait par la méthode perspective la courbe représentée par l'équation (1), la courbe transformée aurait deux points doubles. Pour la rendre unicursale il faut disposer des coefficients de $\varphi(x)$ de manière à lui donner un point double, dont les coordonnées soient finies.

On sait que les coordonnées d'un point double doivent vérifier l'équation de la courbe et ses dérivées partielles du premier ordre

$$\frac{dF}{dx} = 0, \quad \frac{dF}{dy} = 0.$$

La solution de notre problème se trouve donc ramenée à celle de trouver une solution commune aux trois équation

$$y^2 - \varphi(x) = 0, \qquad \varphi'(x) = 0, \ 2y = 0;$$

Il faut, pour que cela soit possible, que les deux équations

$$\varphi(x) = 0, \ \varphi'(x) = 0,$$

aient une solution commune. Donc *un polinôme* φ (x) *du quatrième degré ne peut être transformé en un carré par une substitution rationelle, à moins qu'il n'ait une racine double.*

3. Si nous écrivons le polynôme $\varphi(x)$ sous la forme

$$\varphi(x) = A\,x^4 + 4\,B\,x^3 + 6\,C\,x^2 + 4\,D\,x + E,$$

la condition pour qu'il ait une racine double est exprimée par la formule

$$(2) \qquad (AE - 4\,BD + 3\,C^2)^3 = 27\,(ACE + 2BCD - AD^2 - EB^2 - C^3)^2.$$

Si cette condition est remplie on peut mettre $\varphi(x)$ sous la forme

$$(3) \qquad \varphi(x) = (x-a)^2\,(A\,x^2 + 2\,B_1\,x + C_1),$$

a, B_1, C_1 désignant trois nombres rationnels.

Le problème de trouver les valeurs rationnelles de x qui donnent au polinôme $\varphi(x)$ des valeurs égales à des carrés, se trouve ramené à celui

de rendre rationnelle l'expression $\sqrt{A x^2 + 2 B_1 x + C_1}$. Au point de vue analytique le problème admet toujours une solution; on peut toujours substituer à x une fraction rationnelle du second degré qui réduise le radical précédent à une fraction rationnelle. Mais les coefficients de la substitution ne sont pas toujours rationnels, de sorte que la valeur numérique de x peut n'être pas rationnelle. Si donc il est nécessaire pour notre problème arithmétique que la courbe représentée par l'équation (1) soit unicursale, cette condition n'est pas suffisante, il faut encore que les coefficients de la substitution soient des nombres rationnels. Mais il est toujours facile de décider si le radical $\sqrt{A x^2 + 2 B_1 x + C_1}$ peut être rendu rationnel par des valeurs rationnelles de x. On peut mettre les coefficients A_1, B_1, C_1 sous la forme

$$A = \frac{p}{m^2}, \quad B_1 = \frac{q}{m^2}, \quad C_1 = \frac{r}{m^2},$$

m, p, q, r désignant des nombres entiers. Le problème se trouve ramené à résoudre l'equation

$$p x^2 + 2q\, xy + r y^2 = u^2.$$

On connait les conditions que doivent remplir les coefficients p, q, r pour que cette équation soit possible; et l'on sait, quand ces conditions sont remplies, exprimer toutes les solutions par des formules générales, en fonction de deux nombres entiers, soumis à la seule condition d'être premiers entre eux.

Ainsi pour qu'un polynôme du quatrième degré puisse être transformé en un carré par une substitution rationnelle, il faut qu'il admette une racine double. Si cette condition est remplie le polynôme est transformable en un carré par une substitution rationnelle du second degré, mais les coefficients de la substitution ne sont pas toujours rationnels; ils ne le sont qu'autant qu'une forme quadratique (p, q, r), facile à former, peut représenter des carrés.

4. Nous éclaircirons ce qui précède par un exemple. Soit

$$\varphi(z) = 1 + z + z^3 + z^4 = (1 + z)^2 (1 - z + z^2).$$

Comme $\varphi(z)$ a une racine double, on peut le transformer en un carré par

une substitution rationnelle; il suffit pour cela de rendre rationnel le radical $\sqrt{1-z+z^2}$; or l'on voit immédiatement que l'on peut y parvenir à l'aide d'une substitution à coefficients rationnels, puisque la valeur $z=0$ donne au radical une valeur rationnelle. Nous pourrions résoudre le problème en calculant l'expression générale des solutions de l'équation

$$4x^2 - 4xy + 4y^2 = (2x-y)^2 + 3y^2 = 4u^2;$$

mais nous présenterons notre solution sous une forme géométrique. Considérons la courbe

$$(1) \qquad y^2 = x^2 - x + 1 = (x - \tfrac{1}{2})^2 + \tfrac{3}{4}.$$

C'est une hyperbole dont les asymptotes sont parallèles aux bissectrices des angles formés par les axes. Si l'on fait passer un faisceau de droites par un point de la courbe, $x=1$, $y=1$, l'une des droites du faisceau

$$(2) \qquad y = 1 + \theta(x-1)$$

rencontrera la courbe en un seul point variable, dont les coordonnées x, y s'exprimeront rationnellement en fonction de θ. En effet la substitution (2) transforme l'équation (1) en la suivant:

$$\theta^2(x-1)^2 + 2\theta(x-1) = x^2 - x,$$

$$(3) \qquad \theta^2(x-1) + 2\theta = x, \quad x = \frac{2\theta - \theta^2}{1-\theta^2}.$$

Les deux coordonnées x, y d'un point quelconque de la courbe sont donc exprimées par les formules

$$x = \frac{2\theta-\theta^2}{1-\theta^2}, \quad y = \frac{\theta^2-\theta+1}{1-\theta^2}.$$

On aura

$$\varphi(x) = \left(\frac{(2\theta - 2\theta^2 + 1)\,(\theta^2-\theta+1)}{(1-\theta^2)^2}\right)^2$$

Ainsi toutes les valeurs de x déduites de la formule (3) donnent à la racine carrée du polynôme $\varphi(x)$ une valeur rationnelle exprimée par la formule

$$\sqrt{\varphi(x)} = \frac{(2\theta - 2\theta^2 + 1)(\theta^2 - \theta + 1)}{(1 - \theta^2)^2}$$

II.

5. On peut encore ramener à la discussion d'une forme quadratique le cas où le polynôme proposé $\varphi(x)$, au lieu d'avoir deux racines égales, a ses racines réciproques; toutefois on n'est pas assuré de parvenir à une solution complète. Proposons-nous de trouver les valeurs rationnelles de z, qui donnent une valeur rationnelle à l'expression

$$A = \sqrt{a + bz + cz^2 + bz^3 + az^4}.$$

Pour cela posons $z + \frac{1}{z} = \xi$, $4(c - 2a) = p$, $2b = q$, $4a = r$. L'expression proposée devient

$$A = \frac{z}{2}\sqrt{p + 2q\,\xi + r\,\xi^2}.$$

Il est évident qu'à toute valeur rationnelle de z correspond une valeur rationnelle de ξ; mais la réciproque n'est pas exacte. Pour rendre rationnelle l'expression A il faut remplir deux conditions :

1° Il faut qu'il y ait des valeurs rationnelles de ξ donnant au radical $\sqrt{p + 2q\xi + r\xi^2}$ des valeurs rationnelles; ce qui exige que la forme (p, q, r) appartienne au genre principal, ou du moins qu'elle soit comprise dans une forme de déterminant moindre, appartenant au genre principal pour ce déterminant.

2° Il est de plus nécessaire que, parmi les valeurs de ξ qui vérifient la première condition, il y en ait auxquelles correspondent des valeurs rationnelles de $z = \frac{1}{2}(\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 4})$.

La première condition suffit pour donner un très grand nombre de théorèmes négatifs; car parmi les formes (p, q, r) dont les éléments ne surpassent pas une limite donnée, un peu grande, la plupart sont incapables d'être réduites à des carrés. Qu'on prenne l'une de ces formes; on en déduira des valeurs des nombres a, b, c, pour lesquelles l'expression A ne se laissera réduire à un carré par aucune valeur rationnelle de z.

6. Si le nombre a était un carré, le problème proposé serait résolu en prenant $z = 0$, et de cette solution on déduirait une suite indéfinie de solutions au moyen des formules données dans notre premier Mémoire (*Atti dell'Acc. P. de'Nuovi Lincei*, anno XXIX, p. 211). Il en est de même si l'un des deux nombres $2a + c \pm 2b$ est un carré, puisque l'on a dans ce cas l'une des deux solutions $z = \pm 1$. En substituant d'autres valeurs simples de z, ± 2, ± 3. $\pm \frac{2}{3}$,... on obtendra entre les coefficients a, b, c d'autres relations linéaires, dont la vérification sera suffisante pour que le radical A puisse être rendu rationnel par des valeurs rationnelles de z. On peut obtenir de cette manière un grand nombre de théorèmes affirmatifs. Mais lorsqu'il s'agit de reconnaître si une expression donnée, de la forme indiquée, peut être rendue rationnelle et que l'essai de quelques valeurs simples de z ne donne aucune solution, il faut effectuer la transformation $z + \frac{1}{z} = \xi$ et recourir aux propriétés des formes quadratiques.

Proposons-nous par exemple de rendre rationnelle l'expression

$$(1) \qquad A = \sqrt{3 + 7z + 49z^2 + 7z^3 + 3z^4},$$

que l'on peut écrire

$$A = z\sqrt{3\left(z^2 + \frac{1}{z^2}\right) + 7\left(z + \frac{1}{z}\right) + 49}.$$

En faisant $z + \frac{1}{z} = \xi$ on obtient

$$A = \frac{z}{2}\sqrt{4.43 + 28\xi + 12\xi^2},$$

$$z = \tfrac{1}{2}\left[\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 4}\right].$$

Nous avons d'abord à résoudre en nombres rationnels l'équation

$$12\xi^2 + 28\xi + 4\ 43 = u^2,$$

$$(2) \qquad (6\xi + 7)^2 + 467 = 3u^2,$$

Cherchons pour cela une solution de la congruence

$$\lambda^2 - 3 \equiv 0 \pmod{467}.$$

A l'aide des Tables de Jacobi nous trouvons $\lambda = 166$. Posant donc

$$6\xi + 7 = 166\,u + 467\,v$$

et réduisant, nous obtenons

$$467\,v^2 + 2.\ 166\,vu + 59\,u^2 + 1 = 0.$$

Les formes contiguës équivalentes à la forme (467, 166, 59) sont (59, − 11, 2), (2, 1, − 1,) dont la dernière est une forme réduite. Les substitutions correspondantes sont $v = y$, $u = x - 3y$; $x = y'$, $y = x' + 5y'$.

La dernière forme se réduit à − 1 pour les valeurs $x' = 0$, $y' = 1$; on a donc $v = 5$, $u = -14$ comme solution de la dernière équation.

En combinant l'équation (2) avec l'identité

$$(11)^2 + 467 = 3.\,(14)^2,$$

on obtient l'équation

$$(3) \qquad (6\xi + 18)\,(6\xi - 4) = 3\,(u + 14)\,(u - 14)$$

équivalente à l'équation (2). Or les solutions de cette équation s'expriment rationnellement en fonction d'un nombre rationnel indéterminé, θ; il suffit de poser

$$2\xi + 6 = \theta\,(u + 14),$$

$$(6\xi - 4)\,\theta = u - 14;$$

on obtient

$$(4) \qquad \xi = \frac{2\theta^2 - 14\theta + 3}{3\theta^2 - 1}$$

7. Toutes les valeurs de ξ données par cette formule quand on y substitue à θ des nombres rationnels quelconques satisfont à l'équation (2); mais il reste encore à choisir parmi ces valeurs celles auxquelles correspondent des valeurs rationnelles de z, ou bien à démontrer qu'il n'y en a pas. Or on a

$$\xi^2 - 4 = \frac{(8\theta^2 - 14\theta + 1)\,(-4\theta^2 - 14\theta + 5)}{(3\theta^2 - 1)^2};$$

cette fraction devient égale à un carré en même temps que le rapport des

deux facteurs qui composent le numérateur, de sorte que l'on est conduit à poser

$$8\theta^2 - 14\theta + 1 = \alpha^2 (-4\theta^2 - 14\theta + 5),$$

$$(5) \qquad (8 + 4\alpha^2)\theta^2 - 14(1 - \alpha^2)\theta = +1 - 5\alpha^2$$

On obtiendra toutes les solutions du problème proposé, si l'on parvient à déterminer toutes les valeurs rationnelles de α pour lesquelles l'équation (5) admet des racines rationnelles.

Il faut pour cela que le radical

$$\sqrt{49(1-\alpha^2)^2 - (8 + 4\alpha^2)(1 - 5\alpha^2)} = \sqrt{69\alpha^4 - 62\alpha^2 + 41}$$

ait une valeur rationnelle, ou encore, si l'on pose $\alpha = \frac{p}{q}$, il faut que l'on puisse résoudre en nombres entiers et premiers entre eux l'équation

$$(6) \qquad 69p^4 - 62p^2q^2 + 41q^4 = r^2$$

En appliquant la méthode précédente à un polynôme quelconque à racines réciproques, on ramènera le problème de rendre rationnelle l'expression $\sqrt{\varphi(x)}$ à celui de résoudre en nombres entiers une équation biquadratique semblable à l'équation (6). Or en s'aidant des propriétés des formes quadratiques on parvient souvent, soit à résoudre ces équations, soit à démontrer qu'elles sont impossibles. Comme il n'existe aucune méthode certaine pour résoudre les problèmes de ce genre, la marche que nous proposons est d'une utilité évidente, malgré son imperfection.

Quant à l'équation (6), on voit immédiatement que le nombre q doit être impair et que p et q sont premiers avec 3. En faisant, $p = 1$ et en essayant les valeurs 1, 5, de p, on trouv que l'équation (6) est vérifiée par les valeurs $p = 5$, $q = 1$, $r = 4.51$. Faisant donc $\alpha = 5$ dans l'équation (5) on trouve deux valeurs rationnelles de θ, $\frac{1}{3}$ et $-\frac{31}{9}$, auxquelles correspondent $\xi = \frac{13}{6}$, $\xi = -\frac{1741}{2802}$. La première de ces valeurs donne pour z les deux valeurs réciproques $z = \frac{3}{2}$ et $z = \frac{2}{3}$. La seconde valeur en donne deux autres; de sorte que connaissant quatre solutions de notre problème

nous en déduirions aisément une infinité d'autres à l'aide des formules que nous avons données dans notre premier Mémoire.

8. Pour résoudre l'équation (6) sans tâtonnement, il faut la mettre sous la forme

$$(69\,p^2 - 31\,q^2)^2 + 4.\,467\,q^4 = 69\,r^2;$$

résoudre l'équation quadratique auxiliaire

$$t^2 + 4.\,467\,u^2 = 69\,r^2$$

dont on trouve aisément la solution $t = 1694$, $u = 1, v = 204$; puis retrancher de l'équation précédente l'identité

$$(1694)^2\,q^4 + 4.\,467\,q^4 = 69.\,(204)^2\,q^4;$$

on trouve ainsi l'équation

$$(p^2 - 25\,q^2)\,(69\,p^2 + 1663\,q^2) = r^2 - (204)^2\,q^4$$

que l'on résout en posant

$$\frac{p^2 - 25\,q^2}{r - 204\,q^2} = \frac{m}{n} = \frac{r + 204\,q^2}{69\,p^2 + 1663\,q^2},$$

puis éliminant r, ce qui donne

$$(n^2 - 69\,m^2)\,p^2 = (25\,n^2 - 408\,mn + 1663\,m^2)\,q^2.$$

Comme p et q sont premiers entre eux ainsi que les deux nombres m et n on déduit de cette formule

$$(7)\quad \left|\begin{array}{l} \mu\,p^2 = 25\,n^2 - 408\,mn + 1663\,m^2, \\ \mu\,q^2 = n^2 - 69\,m^2, \end{array}\right.$$

μ désignant un nombre entier, diviseur commun des seconds membres.

On voit immédiatement la solution $m = 0$, $n = 1$, $\mu = 1$, $q = 1$, $p = 5$. C'est la solution que nous avons employée ci-dessus.

9. Il resterait à rechercher si l'équation (6) est susceptible d'une solution complète; mais nous laisserons de côté cette question qui nous entraînerait trop loin, pour établir quelques théorèmes généraux concernant l'impossibilité de réduire à des carrés certains polynômes du quatrième degré à racines réciproques.

Désignons par n un nombre premier dont les deux nombres a et $c-2a$ soient non-résidus quadratiques. Il existe toujours une infinité de nombres premiers satisfaisant à cette condition, pourvu qu'aucun des nombres a et $c-2a$ ne soit égal à un carré; tous ces nombres sont compris dans des formes linéaires faciles à déterminer pour chaque système de valeurs de a et de c. Le produit $4a\ (c-2a)$ sera résidu quadratique de n et, conséquemment, la congruence

$$B^2 - 4a\ (c-2a) \equiv o \pmod{n}$$

sera résoluble. Désignant par B l'une de ses racines, prenons $b = gn \pm B$; le nombre g sera soumis à l'unique condition que le facteur n soit renfermé dans $(b^2 - 4ac + 8a)$ à une puissance impaire. La forme $px^2 + 2qyx + ry^2$ dont les éléments sont déterminés par les formules

$$(8) \qquad p = 4(c-2a),\ q = 2b,\ r = 4a,$$

ne peut représenter aucun carré. En effet, si l'on avait

$$px^2 + 2q\ xy + ry^2 = u^2,$$

$$(px + qy)^2 + (pr - q^2)\ y^2 = pu^2,$$

comme $q^2 - pr = 4(b^2 - 4a\ (c-2a))$ renferme le facteur n à une puissance impaire, on conclurait de la dernière formule que p ou $4(c-2a)$ est résidu quadratique de n, contrairement à l'hypothèse. Il est donc également impossible de rendre rationnelle l'expression A correspondante; ce qui nous conduit au théorème suivant:

Théorème I. *Désignons par* n *un nombre premier dont* a *et* c − 2a *soient non-résidus quadratiques, par* B *une racine de la congruence*

$$B^2 - 4a\ (c-2a) \equiv o \pmod{n},$$

et prenons $b = gn \pm B$ *en soumettant le nombre* g *à la condition que la puissance de* n *dans* $b^2 - 4a\ (c-2a)$ *soit impaire. Aucune valeur rationnelle de* z *ne peut rendre rationnelle l'expression*

$$A = \sqrt{a + bz + cz^2 + bz^3 + az^4}.$$

10. Il n'est pas nécessaire de déterminer le nombre n, ni de résoudre la congruence indiquée; car si pour une valeur donnée de a nous égalons

$b^2 - 4a(c - 2a)$ à l'une des formules linéaires qui conviennent aux nombres premiers dont a est non-résidu, nous sommes assurés que le nombre exprimé par cette formule renferme, et à une puissance impaire, quelque facteur premier dont a est non-résidu. Nous indiquerons par quelques exemples la manière d'obtenir ces divers théorèmes.

Soit $a = 2$. Comme 2 est non-résidu de tous les nombres premiers de l'une des deux formes $8l \pm 3$, nous poserons

$$(9) \qquad b^2 - 8(c - 4) = \alpha(8l \pm 3)$$

en désignant par l un nombre entier arbitraire et par α un nombre non compris dans l'une des deux formules $8l + 3$, $8l - 3$, ou encore par α un nombre déterminé, compris dans l'une de ces formules, mais en soumettant alors le nombre l à la condition que $8l \pm 3$ soit premier avec α. Nous serons assurés que le nombre $b^2 - 8(c - 4)$ renferme nécessairement avec un exposant impair quelque facteur premier dont 2 est non-résidu, car tout nombre de l'une des deux formes $8l \pm 3$ renferme nécessairement un nombre impair de facteurs premiers, égaux ou inégaux, compris dans ces deux formes. Nous pourrons disposer du nombre α de manière que c soit un nombre entier.

Si $b = 4h$, nous prendrons $\alpha = 8$, $c = 4 + 2h^2 - (8l \pm 3)$;

si $b = 4h + 2$, nous prendrons $\alpha = 4$, $c = 4 + 2h^2 + 2h - 4l + \frac{1 \pm 3}{2}$;

si $b = 4h \pm 1$, on ne peut donner à c une valeur entière qu'en satisfaisant à la congruence $\pm 3\alpha \equiv 1 \pmod 8$ ce qui exige que α soit de la forme $8x \pm 3$. Prenons $\alpha = \pm 3$ et, afin que $8l \pm 3$ soit premier avec 3, faisons $l = 3k \pm 1$; nous obtenons $c = 4 + 2h^2 \pm h \pm 3(3k \pm 1) - 1$. En réunissant ces résultats, nous avons ce théorème :

Théorème II. *Désignons par* h *et par* l *deux nombres entiers quelconques, positifs ou négatifs; si l'on a*

$$b = 4h,\ c = 2h^2 + 4 - (8l \pm 3),$$

ou bien $$b = 4h + 2,\ c = 4 + 2(h^2 + h) - 4l + \frac{1 \pm 3}{2},$$

ou encore $$b = 4h \pm 1,\ c = 3 + 2h^2 \pm h + 9l \pm 3,$$

aucune valeur rationnelle de z *ne peut réduire à un carré la valeur numérique du polynôme* $2 + bz + cz^2 + bz^3 + 2z^4$.

11. Soit $a = 3$. En employant le symbole de Legendre, généralisé par Jacobi, on a

$$\left(\frac{3}{12\,l+5}\right) = \left(\frac{12\,l+5}{3}\right) = -1$$

$$\left(\frac{3}{12\,l+7}\right) = -\left(\frac{12\,l+7}{3}\right) = -1\,;$$

et l'on conclut de ces formules que les nombres $12l+5$, $12l+7$ renferment toujours, quel que soit le nombre entier désigné par l, un nombre impair de facteurs premiers, égaux ou inégaux, dont 3 est non-résidu quadratique; l'un de ces facteurs premiers s'y trouvera donc à une puissance impaire. Si donc nous posons

$$(10) \qquad b^2 - 12\,(c-6) = \alpha\,(12\,l \pm 5),$$

en désignant par α un nombre qui ne soit pas compris dans la formule $12\,x \pm 5$, ou bien un nombre de cette forme, mais qui soit premier avec $12\,l \pm 5$, nous serons assurés que le déterminant $qr - p^2$ de la forme (p, q, r), dont les éléments sont déterminés par les formules (8), renferme avec un exposant impair quelque facteur, dont 3 est non-résidu et que par conséquent cette forme ne peut représenter aucun carré.

On obtient pour c une valeur entière en déterminant le nombre α par la congruence

$$b^2 \equiv \pm 5\,\alpha \pmod{12}$$

où le signe est le même que dans la formule $12\,l \pm 5$. Il faut pour cela distinguer les diverses formes de b suivant le module 6.

Si $b = 6h$, on prend $\alpha = 12$, $c = 6 + 3h^2 - (12\,l \pm 5)$,

$b = 6h + 3$, $\alpha = \mp 3$, $c = 8 + 3\,(h^2 + h) \pm 3l$,

$b = 6h \pm 2$, $\alpha = \mp 4$, $c = 8 + 3h^2 \pm 2h \pm 4l$,

$b = 6h \pm 1$, $\alpha = \pm 5$; mais dans ce dernier cas il faut,

pour obtenir une conclusion certaine, que le nombre l soit premier avec 5; sous cette condition $c = 4 + 3h^2 \pm h \mp 5\,l$. En réunissant ces résultats nous avons le théorème suivant:

Théorème III. *Soient* h *et* l *deux nombres entiers quelconques, positifs ou négatifs; si les deux nombres* b *et* c *satisfont à l'une des conditions suivantes :*

$$b = 6h, \qquad c = 6 + 3h^2 + (12l \pm 5),$$

$$b = 6h + 3, \; c = 8 + 3(h^2 + h) + 3l,$$

$$b = 6h \pm 2, \; c = 8 + 3h^2 \pm 2h + 4l,$$

$$b = 6h \pm 1, \; c = 4 + 3h^2 \pm h + 5(5l \pm 1),$$

$$\text{ou } c = 4 + 3h^2 \pm h + 5(5l \pm 2),$$

le polynôme $3 + bz + cz^2 + bz^3 + 3z^4$ *n'est réductible à un carré par aucune valeur rationnelle de z.*

Dans ces formules le signe de h doit être le même que celui qui figure dans l'expression de b; les autres signes sont indépendants; de plus nous avons choisi arbitrairement le signe devant l par ce que ce nombre peut être positif ou négatif.

12. Soit encore $a = 5$. Le nombre 5 est non – résidu quadratique de tous les nombres premiers de l'une des deux formes $10x \pm 3$: en outre la loi de réciprocité de Legendre généralisée par Jacobi donne, pour une valeur quelconque de l, la formule

$$\left(\frac{5}{10\,l \pm 3}\right) = -1,$$

d'où l'on conclut que le nombre $10l \pm 3$ renferme un nombre impair de facteurs premiers, égaux ou inégaux, dont 5 est non–résidu quadratique. Si donc nous posons

$$(11) \qquad b^2 - 20\,(c - 10) = \alpha\,(10\,l \pm 3),$$

en désignant par α un nombre qui ne soit par de l'une des deux formes $10x \pm 3$, ou bien un nombre de l'une de ces deux formes, mais premier avec $10l \pm 3$, le nombre $b^2 - 20\,(c - 10)$ renferme nécessairement à une puissance impaire quelque facteur premier dont 5 est non – résidu. Les conditions du théorème I sont alors vérifiées et nous en concluons l'impossibilité de réduire à un carré le polynôme $5 + bz + cz^2 + bz^3 + 5z^4$ par une valeur rationnelle de z, quand les coefficients b et c satisfont à la formule (11).

On peut disposer du nombre α de manière à rendre entière la valeur de c; il faut, pour cela, résoudre la congruence

$$b^2 = \alpha\,(10\,l \pm 3)\ (\text{mod } 20),$$

en ayant égard aux diverses formes de b suivant le module 10.

Soit $b = 10h$; on prend $\alpha = 20$, $c = 10 + 5h^2 - (10l \pm 3)$.

$$b = 10\,h + 5,\ \alpha = \mp 5,\ l = 2k;\ \alpha = \pm 5,\ l = 2k + 1;$$

le nombre c est déterminé par l'une des deux formules $c = 12 + 5\,(h^2 + h) + 5k$, $c = 10 + 5\,(h^2 + h) + 5k + \dfrac{1 \pm 5}{2}$; nous prenons arbitrairement le signe de k parce que ce nombre peut être positif ou négatif.

$$b = 10h \pm 2,\ \alpha = \pm 8,\ c = 9 + 5h^2 \pm 2h + 4l,$$

$$b = 10h \pm 4,\ \alpha = \mp 8,\ c = 12 + 5h^2 \pm 5h + 4l,$$

$b = 10h \pm 1$, $\alpha = \mp 3$, $l = 6k \pm 1$ ou bien $\alpha = \pm 27$, $l = 6k \pm 2$; le nombre c est exprimé par l'une des deux formules

$$c = 10 + 5h^2 \pm h + 9k + \frac{1 \pm 1}{2},\ c = 6 + 5h^2 \pm h + 27\,(3k \pm 1);$$

$b = 10h \pm 3$; les deux nombres α et l doivent satisfaire à la congruence $9 - \alpha\,(10l \pm 3) \equiv 0$ (mod 20), que l'on résout en prenant ou bien $\alpha = \pm 3$ et $l = 6k \pm 2$, ou bien $\alpha = \mp 27$, $l = 6k \pm 1$; on obtient ainsi

$$c = 10 + 5h^2 \pm 3h + 3\,(3k \pm 1),\ \text{ou bien}\ c = 10 + 5h^2 \pm 3h + 81k + 9.\,\frac{1 \pm 3}{2}.$$

Le double signe dans l'expression de α est conjugué avec celui qui figure dans $10l \pm 3$, de même que celui de h dans l'expression de c doit être le même que celui qu'on choisit dans l'expression de b. En réunissant ces résultats nous obtenons le théorème suivant :

Théorème IV. *Si, désignant par* h *et par* l *deux nombres entiers quelconques, positifs ou négatifs, on détermine les nombres* b *et* c *de l'une des manières suivantes :*

$$b = 10\,h,\ \ c = 10 + 5h^2 + 10l \pm 3;$$

$$b = 10h + 5,\ c = 12 + 5\,(h^2 + h) + 5l,$$

$$\text{ou}\ \ c = 10 + 5\,(h^2 + h) + 5l + \frac{1 \pm 5}{2};$$

$$b = 10h \pm 2,\ c = 9 + 5h^2 \pm 2h + 4l;$$

$$b = 10h \pm 4,\ c = 12 + 5h^2 \pm 4h + 4l;$$

$$b = 10h \pm 1,\ c = 10 + 5h^2 + h + 9l + \frac{1 \pm 1}{2},$$

$$\text{ou } c = 6 + 5h^2 \pm h + 27(3l \pm 1);$$

$$b = 10h \pm 3,\ c = 10 + 5h^2 \pm 3h + 3(3l \pm 1),$$

$$\text{ou } c = 10 + 5h^2 \pm 3h + 81l + 9\,\frac{1 \pm 3}{2},$$

aucune valeur rationnelle de z ne peut rendre rationnelle l'expression

$$\sqrt{5 + bz + cz^2 + bz^3 + 5z^4}.$$

13. On peut aussi obtenir des théorèmes analogues aux précédents, sans déterminer le nombre a, en lui donnant une valeur arbitraire, représentée par l'une des formes linéaires des nombres non-résidus quadratiques d'un nombre premier n. Si l'on détermine les deux nombres b et c de manière à rendre le déterminant $q^2 - pr$ divisible par n, sans qu'il le soit par n^2, la forme (p, q, r) ne pourra représenter aucun carré et par conséquent aucune valeur rationnelle de z ne pourra réduire à un carré le polynôme correspondant $a + bz + cz^2 + bz^3 + az^4$.

Prenons par exemple $a = 3l - 1$, en désignant par l un nombre entier quelconque. Le nombre a est non-résidu quadratique de 3. On a $q^2 - pr = 4(b^2 - 4a(c - 2a))$; pour rendre ce déterminant divisible par 3, il faut déterminer b et c de manière à vérifier la congruence

$$b^2 - 4a(c - 2a) \equiv 3 \text{ ou } 6 \pmod 9.$$

Or suivant le module 9 le nombre a peut avoir l'une des trois formes $9l + 2$, $9l + 5$, $9l + 8$. Si $a = 9l + 2$, la congruence précédente devient

$$b^2 + c - 4 \equiv 3 \text{ ou } 6 \pmod{9};$$

$$\text{on a donc } c = 7 + 9h - b^2, \text{ ou } c = 10 + 9h - b^2;$$

si $a = 9l + 5$, on a $b^2 - (c - 1) \equiv 3$ ou $6 \pmod 9$ et l'on en déduit

$$c = 4 + 9h - 4b^2 \text{ ou } c = 7 + 9h - 4b^2;$$

si $a = 9l + 8$, on a $b^2 - 5(c - 7) \equiv 3$ ou $6 \pmod 9$, ce qui donne

$$c = 1 + 9h + 2b^2,\ c = 4 + 9h + 2b^2;$$

nous obtenons ainsi le théorème suivant:

Théorème V. *Si l'on désigne par* b, h *et* l *trois nombres entiers quelconques, positifs ou négatifs, et si les nombres* a *et* c *sont déterminés de l'une des manières suivantes:*

$$a = 9l + 2,\ c = 7 + 9h - b^2 \text{ ou } c = 10 + 9h - b^2,$$

$$a = 9l + 5,\ c = 4 + 9h - 4b^2 \text{ ou } c = 7 + 9h - 4b^2,$$

$$a = 9l + 8,\ c = 1 + 9h + 2b^2 \text{ ou } c = 4 + 9h + 2b^2,$$

aucune valeur rationnelle de z *ne peut rendre rationnelle l'expression*

$$\sqrt{a + bz + cz^2 + bz^3 + az^4}\,.$$

14. Soit encore $a = 5l \pm 2$. Le nombre a est non-résidu quadratique de 5, de sorte que nous remplissons toutes les conditions du théorème I si nous déterminons b et c de manière à rendre $b^2 - 4a(c - 2a)$ divisible par 5 sans être multiple de 25. Or on satisfait à cette condition en prenant $b = 5h$, $c = 2a + 5\alpha + 25k$, h et k désignant deux nombres entiers quelconques, et α l'un des nombres ± 1 ou ± 2. Ainsi.

Théorème VI. *Si l'on désigne par* h, k, l *trois nombres entiers qnelconques et par* α *l'un des nombres* $\pm 1, \pm 2$; *si de plus on détermine les trois nombres* a, b, c *par les formules*

$$a = 5l \pm 2,\ b = 5h,\ c = 10l \pm 4 + 25k + 5\alpha,$$

le polynôme $a + bz + cz^2 + bz^3 + az^4$ *n'est réductible à un carré par aucune valeur rationnelle de* z.

Ce théorème n'est pas le seul que puisse fournir la considération du module 5; on peut laisser b indéterminé et résoudre par rapport à c la congruence $b^2 - 4a(c - 2a) \equiv 5\alpha \pmod{25}$, en distinguant les diverses formes de a suivant le module 25, savoir $25l \pm 2$, $25l \pm 7$, $25l \pm 12$. La marche à suivre est la même que celle par laquelle nous avons obtenu le théorème V.

La généralisation du théorème VI est facile. Soit n un nombre premier quelconque, autre que 2, et désignons par β un non-résidu quadratique de n, par α un nombre compris entre o et n. Prenons $a = ln + \beta$, $b = hn$, $c = 2a + \alpha n + kn^2$, et supposons les trois éléments de la forme (p, q, r) déterminés par les formules (8). Le déterminant de cette forme est divisible par n sans être multiple de n^2, car en supprimant les multiples de n^2 on a

$$p^2 - qr = 4b^2 - 16a\,(c - 2a) \equiv -16\,a\,\alpha n \pmod{n^2},$$

et les deux nombres a et α sont premiers avec n. D'un autre coté le dernier élément $r = 4a$ est non–résidu quadratique de n. Cette forme (p, q, r) ne peut donc représenter aucun carré. Il en est donc de même de la forme biquadratique à racines réciproques qui lui correspond et dont les coefficients a, b, c sont déterminés par les formules précédentes. Donc

Théorème VII. *Soient* h, k, l *trois nombres entiers qnelconques*, n *un nombre premier impair*, α *un nombre compris entre* o *et* n, β *un non–résidu quadratique de* n; *si l'on prend*

$$a = ln + \beta,\ b = hn,\ c = ra + \alpha n + kn^2,$$

aucune valeur rationnelle de z *ne peut rendre rationnelle l'expression*

$$\sqrt{a + bz + cz^2 + bz^3 + az^4}.$$

15. L'impossibilité énoncée dans ces divers théorèmes provient de ce que la forme (p, q, r) dont les éléments sont déterminés par les formules (8) ne peut représenter aucun carré. On peut obtenir d'autres théorèmes en exprimant que le radical $\sqrt{\xi^2 - 4}$ n'est rendu rationnel par aucune des valeurs de ξ qui réduisent à un carré le trinôme $p + 2q\,\xi + r\xi^2$. Nous nous contenterons d'indiquer la marche à suivre pour cela.

Supposons que l'équation indéterminée

$$px^2 + 2q\,xy + ry^2 = u^2$$

soit vérifiée par les valeurs $x = \alpha$, $y = \beta$, $u = \gamma$. Toutes les valeurs rationnelles de ξ propres à rendre rationnelle l'expression $\sqrt{p + 2q\xi + r\xi^2}$ sont exprimées par la formule

$$\xi = \frac{\beta\,m^2 - 2\,\gamma\,mn + (2\,q\,\alpha + \beta r)\,n^2}{\alpha\,(m^2 - rn^2)},$$

où l'on désigne par m et n deux nombres entiers et premiers entre eux. Posons, pour abréger,

$$2q\alpha + \beta r + 2\alpha r = f,\ 2q\alpha + \beta r - 2\alpha r = g;$$

nous déduisons de la formule précédente

$$\xi - 2 = \frac{(\beta - 2\alpha) m^2 - 2\gamma mn + f n^2}{\alpha (m^2 - rn^2)},$$

$$\xi + 2 = \frac{(\beta + 2\alpha) m^2 - 2\gamma mn + gn^2}{\alpha (m^2 - rn^2)}.$$

Comme le rapport de ces facteurs est un carré en même temps que leur produit, la condition nécessaire pour que $\xi^2 - 4$ soit un carré peut s'exprimer par la formule

$$\frac{(\beta - 2\alpha) \mu^2 - 2\gamma\mu + f}{(\beta + 2\alpha) \mu^2 - 2\gamma\mu + g} = \lambda^2,$$

où μ et λ désignent deux nombres rationnels arbitraires. On en déduit l'équation

$$(12) \qquad (\beta + 2\alpha) \lambda^2 \mu^2 - (\beta - 2\alpha) \mu^2 - 2\gamma (\lambda^2 - 1) \mu + g\lambda^2 - f = 0.$$

Or si l'on résout cette équation par rapport à μ, on trouve que μ est une fonction rationnelle de λ et du radical $\sqrt{A \lambda^4 + B \lambda^2 + C}$, dans lequel on a

$$A = \gamma^2 - g (\beta + 2\alpha), \quad C = \gamma^2 - f (\beta - 2\alpha),$$

$$B = f (\beta + 2\alpha) + g (\beta - 2\alpha) - 2 \gamma^2.$$

Si l'on remplace dans ces formules f et g par leurs valeurs et qu'on réduise au moyen de l'équation $p\alpha^2 + 2q\alpha\beta + r\beta^2 = \gamma^2$, on trouve

$$A = \alpha^2 (p - 4q + 4r), \quad B = - 2\alpha^2 (p - 4r), \quad C = \alpha^2 (p + 4q + 4r),$$

de sorte que le problème proposé se trouve ramené à celui de résoudre en nombres entiers l'équation

$$(13) \qquad (p - 4q + 4r) x^4 - 2 (p - 4r) x^2 y^2 + (p + 4q + 4r) y^4 = u^2,$$

problème que l'on peut résoudre dans un grand nombre de cas.

On peut se donner *à priori* les nombres α, β, γ, x, y et u et déterminer les trois nombres p, q, r de manière à vérifier en même temps l'équation (13) et l'équation

$$(14) \qquad p\alpha^2 + 2q \alpha\beta + r\beta^2 = \gamma^2;$$

ce qui sera généralement possible d'une infinité de manières, puisque les trois nombres p, q, r ne doivent satisfaire qu'à deux équations linéaires. Ces deux équations étant vérifiées, le polynôme biquadratique correspondant est réductible à un carré d'une infinité de manières par des valeurs rationnelles de z.

16. On obtiendra des théorèmes négatifs en exprimant par des formules générales les valeurs de x^2, y^2, u, et en établissant entre p, q et r une relation telle que la fraction rationnelle à laquelle est égal le rapport $\frac{y^2}{x^2}$ ne puisse pas devenir un carré.

Il est facile d'obtenir l'expression du rapport $\frac{y^2}{x^2}$ en fonction rationnelle d'un nombre indéterminé; car la forme quadratique qui correspond au premier membre de l'équation (13) se déduit de la forme (p, q, r) par la substitution $x = -x' + y'$, $y = 2x' + 2y'$, de sorte que si l'on pose $\alpha = -\alpha' + \beta'$, $\beta = 2\alpha' + 2\beta'$, et qu'on prenne $x^2 = \alpha'$, $y^2 = \beta'$, le premier membre de l'équation (13) se réduit au carré γ^2.

Posons pour abréger

$$p' = p - 4q + 4r,\ q' = 4r - p,\ r' = p + 4q + 4r;$$

nous connaissons une solution $\alpha' = \frac{\beta - 2\alpha}{4}$, $\beta' = \frac{\beta + 2\alpha}{4}$ de l'équation

$$p'\alpha'^2 + 2q'\alpha'\beta' + r'\beta'^2 = \gamma^2,$$

de sorte que les valeurs de ξ' qui réduisent à un carré l'expression $p' + 2q'\xi' + r'\xi'^2$ sont représentées par une formule que l'on déduit de celle qui donne les valeurs analogues de ξ (nº 15) en accentuant les lettres qu'elle renferme; on obtient ainsi

$$\xi' = \frac{y^2}{x^2} = \frac{\beta' m^2 - 2\gamma mn + (2q'\alpha' + r'\beta')n^2}{\alpha'(m^2 - r'n^2)}.$$

Le problème proposé se trouve ainsi ramené à celui de rendre rationnelle l'expression $\sqrt{\alpha'(\mu^2 - r')(\beta'\mu^2 - 2\gamma\mu + 2q'\alpha' + r'\beta')}$ par des valeurs rationnelles de μ. Ce n'est là qu'un cas particulier de la question qui va nous occuper dans le paragraphe suivant; nous y verrons comment on peut établir entre les coefficients des relations telles que le problème soit impos-

sible. Nous nous contenterons de remarquer que le problème admet une solution évidente quand le produit $\alpha' \beta' = \frac{\beta^2 - 4\alpha^2}{16}$ est un carré. C'est du reste ce que l'on peut reconnaître au moyen des formules du n° précédent; si l'on fait $m = 1$, $n = 0$, on obtient

$$\xi - 2 = \frac{\beta - 2\alpha}{\alpha}, \quad \xi + 2 = \frac{\beta + 2\alpha}{\alpha}, \quad \xi^2 - 4 = \frac{\beta^2 - 4\alpha^2}{\alpha^2}.$$

Cette valeur de $\xi^2 - 4$ devient un carré en même temps que $\beta^2 - 4\alpha^2$ et la valeur correspondante de z est rationnelle.

III.

Rendre rationnelle l'expression $\sqrt{(a + 2bz + cz^2)(a' + 2b'z + c'z^2)}$.

17. C'est à ce problème que l'on peut toujours ramener celui de rendre rationnelle la racine carrée d'un polynôme du quatrième degré, égal au produit de deux facteurs rationnels du second degré. Il revient lui-même à résoudre en nombres entiers les deux équations simultanées

$$(1) \quad \left| \begin{array}{l} a x^2 + 2b\, xy + cy^2 = m\, s^2, \\ a' x^2 + 2b'\, xy + c'y^2 = m\, t^2, \end{array} \right.$$

où l'on désigne par m un nombre entier sans diviseur carré. Si l'on parvient à résoudre ces équations et qu'on prenne $z = \frac{y}{x}$ dans l'expression proposée, celle-ci devient $\frac{m\, st}{x^2}$. Du reste le nombre m n'admet qu'un nombre limité de valeurs faciles à déterminer. Soit en effet p un facteur premier de m et posons $\frac{y}{x} \equiv z \pmod{p}$; nous aurons les deux congruences

$$a + 2bz + cz^2 \equiv 0, \quad a' + 2b'z + c'z^2 \equiv 0 \pmod{p}.$$

En éliminant z entre ces deux congruences, on trouve

$$D = 4(ab' - ba')(bc' - cb') - (ac' - ca')^2 \equiv 0 \pmod{p}.$$

Ce résultat suppose que z ne soit ni nul ni infini, c'est-à-dire que p

ne soit diviseur commun ni des deux nombres a, a', ni des deux nombres c, c'. Soit donc α le produit des facteurs premiers, impairs et inégaux, communs aux deux nombres a, a'; désignons par γ le produit analogue pour les deux nombres c, c', et par ω le produit des diviseurs premiers et inégaux de D; le nombre m sera l'un des diviseurs positifs ou négatifs du produit $2\alpha\gamma\omega$.

Après avoir fait le tableau de ces diviseurs, on exclura tous ceux qui, étant pris pour valeurs de m, rendent impossible l'une des deux congruences

$$u^2 - am\, s^2 \equiv 0 \;(\text{mod } b^2 - ac), \quad v^2 - a'\, mt^2 \equiv 0 \;(\text{mod } b'^2 - a'\, c').$$

18. Quelques exemples feront mieux comprendre la manière de procéder. Proposons-nous de rendre rationnelle l'expression $\sqrt{(2 + 6\xi + 3\xi^2)\;(1 - 2\xi^2)}$. Les deux équations (1) deviennent dans ce cas

$$(1) \qquad x^2 - 3\,y^2 = ms^2, \quad 2x^2 + 6\,xy + 3\,y^2 = mt^2,$$

et le nombre D = 27. Le nombre m est donc diviseur de 3 et, par conséquent, il est égal à l'un des nombres ± 1, ± 3. Or -1 et $+1$ sont exclus respectivement par les deux congruences

$$x^2 - ms^2 \equiv 0 \;\;(\text{mod } 3), \quad (2x + 3y)^2 \equiv 2mt^2 \;\;(\text{mod } 3).$$

soit donc $m = \pm 3$, et divisons par 3 les équations (1) après avoir posé $x = 3\,u$; ces équations deviennent

$$3\,u^2 - y^2 = \pm\, s^2, \quad 6\,u^2 + 6uy + y^2 = \pm\, t^2.$$

Or la première n'est possible qu'avec le signe inférieur, tandis que la seconde exige le signe supérieur; elles sont donc incompatibles. Donc

Théorème. *Aucune valeur rationnelle de z ne peut rendre rationnelle l'expression* $\sqrt{(2 + 6z + 3z^2)\;(1 - 3z^2)}$.

Proposons-nous en second lieu de rendre rationnelle l'expression $\sqrt{(2 + 6z + 3z^2)\,(1 - 5\,z^2)}$.

La valeur correspondante de D est 11, de sorte que le nombre m ne ne peut avoir que l'une des valeurs ± 1, ± 11. Or les équations (1) peuvent se mettre sous la forme

$$x^2 - 5\,y^2 = ms^2, \quad (2x + 3y)^2 - 3y^2 = 2mt^2,$$

et l'on déduit de la deuxième que m doit être non-résidu quadratique de 3, ce qui exclut les valeurs $m = 1$ et $m = -11$. On doit donc prendre $m = -1$ ou $m = 11$. Toutes les solutions de notre problème se déduisent donc des deux systèmes suivants:

$$x^2 + s^2 = 5y^2, \quad (2x + 3y)^2 + 2t^2 = 3y^2;$$

$$x^2 = 5y^2 + 11s^2, \quad 2x^2 + 6xy + 3y^2 = 11t^2.$$

Le premier est vérifié par les valeurs $x = -y = 1$, $t = 1$, $s = 2$; le second admet la solution $x = 4$, $y = -1$, $s = 1$, $t = 1$. Nous trouvons ainsi deux solutions du problème proposé, savoir $z = -1$ et $z = -\frac{1}{4}$. A l'aide de ces solutions on en trouvera une infinité d'autres par les méthodes exposées dans notre premier Mémoire.

19. Les propriétés des formes quadratiques donnent des indications importantes dans la question qui nous occupe. Supposons les deux formes (a, b, c), (a', b', c') proprement primitives et de même déterminant $b^2 - ac = b'^2 - a'c' = \Delta$. Si ce déterminant n'a pas de diviseur carré, il faut que les deux formes appartiennent au même genre pour que leur produit soit réductible à un carré. En effet, en composant ces deux formes on obtient une forme qui représente proprement tous les produits obtenus en multipliant l'un par l'autre deux nombres représentés proprement l'un par (a, b, c) et l'autre par (a', b', c'). Si donc l'un de ces produits était un carré, la forme composée (A, B, C) devrait représenter des carrés; or cela est impossible si elle n'appartient pas au genre principal, et elle ne peut être du genre principal si les deux formes composantes ne sont pas comprises dans un même genre. Si donc les deux formes (a, b, c), (a', b', c') appartiennent à deux genres différents, leur produit ne peut jamais devenir un carré, et à plus fort raison l'expression $\sqrt{(a + 2bz + cz^2)(a' + 2b'z + c'z^2)}$ ne peut être rendue rationnelle par aucune valeur rationnelle de z.

20. Supposons que les déterminants des deux formes considérées soient entre eux comme des nombres carrés. On aura.

$$b^2 - ac = ds^2, \quad b'^2 - a'c' = ds'^2,$$

s et s' désignant deux nombres entiers égaux ou inégaux, et d un nombre entier sans diviseur carré. Ces deux formes sont renfermées dans deux formes (A, B, C), (A', B', C') de même déterminant d, et leur produit n'est réductible à un carré qu'autant que celui des deux dernières

l'est aussi. Comme celles-ci ont un déterminant commun d, dépourvu de diviseur carré, elles rentrent dans le cas précédent, leur produit n'est réductible à un carré qu'autant qu'elles sont comprises dans un même genre. D'ailleurs les deux formes (a, b, c), (A, B, C), dont la seconde renferme la première, présentent les mêmes caractères génériques par rapport aux diviseurs premiers de d; il en est de même pour les deux formes (a', b', c') et (A', B', C'). Si donc les deux formes (A, B, C), (A', B', C') sont comprises dans un même genre, les deux formes (a, b, c), (a', b', c') présentent les mêmes caractères génériques relativement à tous les facteurs premiers de d. Nous avons donc ce théorème :

Théorème. *Soient* ds^2, ds'^2 *les déterminants des formes* (a, b, c), (a', b', c'), d *étant un nombre entier sans diviseur carré,* s *et* s' *deux nombres entiers quelconques, égaux ou inégaux ; si ces deux formes présentent des caractères génériques différents par rapport à l'un des facteurs premiers de* d, *aucune valeur rationnelle de* z *ne peut rendre rationnelle l'expression* $\sqrt{(a + 2bz + cz^2)(a' + 2b'z + c'z^2)}$.

Ce théorème renferme le résultat du n° précédent. Nous indiquerons par un exemple la manière de l'appliquer. Proposons-nous de réduire à un carré le produit $(2 + 2z + 53z^2)(6 + 6z + 19z^2)$.

Les deux formes (2, 1, 53), (6, 3, 19) ont le même déterminant $-105 = -3.5.7$. Comme les deux nombres 53 et 19 sont premiers avec ce déterminant, ils caractérisent les genres auxquels ces deux formes appartiennent. Or 53 est non-résidu quadratique de 5, tandis que 19 en est résidu. Les deux formes appartiennent donc à deux genres différents et par conséquent le problème proposé est impossible.

21. Si les deux formes (a, b, c), (a', b', c') sont dérivées de deux formes primitives dont les déterminants sont entre eux comme deux carrés, on mettra en facteur le produit du plus grand commun diviseur des coefficients a, b, c multiplié par le plus grand diviseur commun des coefficients a', b', c', en supprimant les facteurs carrés, s'il y a lieu; le problème sera ramené à celui de réduire à un carré un produit de la forme

$$m\,(A\,x^2 + 2\,B\,xy + cy^2)\,(A'\,x^2 + 2\,B'\,xy + c'y^2),$$

où le nombre m est entier et sans diviseur carré et les deux formes (A, B, C), (A', B', C') ont respectivement pour déterminants les nombres ds^2 ds'^2. En composant ces deux formes on obtient une forme (A'', B'', C'') de déterminant ds''^2. Or pour que le problème soit possible il est nécessaire avant

tout que le produit $m(A'' X^2 + 2 B'' XY + C'' Y^2)$ soit réductible à un carré, ce qui exige que la forme (A'', B'', C'') puisse représenter le produit du nombre m multiplié par un carré. Deux conditions sont nécessaires pour cela: il faut d'abord que d soit résidu quadratique de m, sans quoi le nombre m ne serait par diviseur de la forme (A'', B'', C''); il faut en outre que le nombre m présente les mêmes caractères génériques que la forme (A'', B'', C'') par rapport à tous les diviseurs premiers du nombre d.

Pour vérifier si ces conditions sont remplies il n'est pas nécessaire de calculer la forme composée (A'', B'', C''), il suffit de déterminer les caractères génériques des deux formes composantes relativement aux diviseurs de d et de multiplier l'un par l'autre les caractères qui correspondent à un même diviseur. Quand les éléments A, A' sont premiers avec d, chacun d'eux présente relativement aux diviseurs de d les caractères génériques de la forme correspondante; leur produit AA' jouit de la même propriété relativement à la forme composée (A'', B'', C''). Dans ce cas les deux conditions à vérifier s'expriment par les congruences

$$x^2 \equiv d \pmod m \text{ et } AA' \equiv mk^2 \pmod d.$$

Si ces conditions ne sont pas vérifiées en même temps, le problème proposé est impossible; si elles le sont, ont peut conclure que la formule $m(a + 2bz + cz^2)(a' + 2b'z' + c'z'^2)$ est réductible à un carré; mais il reste encore à examiner si cela peut se faire en prenant $z' = z$, comme on le suppose dans le problème proposé.

Appliquons cette méthode à un exemple: Peut-on trouver une valeur rationnelle de z qui rende rationnelle l'expression

$$\sqrt{(91 + 28 z + 91 z^2)(28 + 28 z + 1162 z^2)}\ ?$$

Le plus grand diviseur commun des éléments de la forme $(91, 14, 91)$ est 7; celui des éléments de la forme $(28, 14, 1162)$ est 14. En supprimant dans le produit de ces deux nombres le facteur carré 49, on ramène le problème à celui de résoudre en nombres entiers l'équation

$$2(13 x^2 + 4 xy + 13 y^2)(2 x^2 + 2xy + 83 x^2) = u^2.$$

Les deux formes ont le même déterminant 165; elles ont le même caractère générique relativement à 5, savoir $N5$, c'est-à-dire que les nombres représentés par ces formes sont non-résidus quadratiques de 5, lorsqu'ils sont

premiers avec le déterminant. Le caractère générique de la forme composée, relativement au même diviseur 5, est donc R 5; comme ce caractère est opposé à celui du facteur 2, qui est non-résidu de 5, l'équation précédente est impossible, ainsi que le problème proposé.

22. Nous ajouterons une remarque relativement au cas où l'une des formes (a, b, c), $(a,' b,' c')$ serait improprement primitive ou dérivée d'une forme improprement primitive. Si son déterminant est de la forme $8l + 1$, il n'y a pas lieu de la distinguer relativement au problème qui nous occupe; mais si son déterminant est de la forme $8l + 5$, elle ne peut représenter que des nombres de la forme $4h + 2$; il est nécessaire alors que l'autre forme puisse représenter le produit d'un nombre impair multiplié par une puissance impaire de 2. Si donc les deux formes considérées ont des déterminants égaux ou inégaux, mais compris l'un et l'autre dans la formule $8l + 5$, si l'une des formes est proprement primitive, et que l'autre soit improprement primitive, leur produit n'est pas réductible à un carré; il est toujours égal à un nombre impair multiplié par une puissance impaire de 2. Le produit $(2 + 2z + 2z^2)(1 + 2z^2)$ se trouve dans ce cas. Les deux formes $(2, 1, 2)$, $(1, 0, 3)$ ont le même déterminant $-3 = -8 + 5$. La première est improprement primitive; elle ne peut représenter que des nombres de la forme $4x + 2$. La seconde est proprement primitive; elle ne peut représenter que des nombres impairs ou des nombres pairs de la forme $8x + 4$. Le produit proposé est donc toujours de l'une des deux formes $4x + 2$ ou $16x + 8$; il n'est donc pas réductible à un carré.

23. Il est facile d'obtenir des formes dont le produit ne soit pas réductible à un carré; il suffit d'égaler à un carré le rapport des deux déterminants $b^2 - ac$, $b'^2 - a'c'$; d'exprimer que $b^2 - ac$ renferme à une puissance impaire un facteur premier n dont le produit aa' est non-résidu quadratique. Sans nous étendre davantage sur ce sujet, nous étudierons une question dont la solution nous permettra de compléter ce que nous venons de dire sur les polynômes biquadratiques décomposables en facteurs rationnels.

Proposons-nous de réduire à un carré le polynôme $(1 - z + z^2 - z^4)$. Ce polynôme se décompose en trois facteurs rationnels $(1 - z)(1 + z)(1 - z + z^2)$, de sorte qu'en posant $z = \frac{y}{x}$ on est amené à résoudre en nombres entiers et premiers entre eux deux équations simultanées

$$(1) \qquad x^2 - y^2 = \mu u^2, \quad x^2 - xy + y^2 = \mu v^2,$$

où μ désigne un nombre entier et positif, diviseur commun des deux fonctions x^2-y^2, x^2-xy+y^2. On voit immédiatement que μ doit être diviseur de 3; on a donc $\mu=1$ ou $\mu=3$.

Soit d'abord $\mu=1$. La première équation se résout de l'une des deux manières suivantes :

$$u=\mathrm{AB},\ x=\frac{\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2}{2},\ y=\frac{\mathrm{A}^2-\mathrm{B}^2}{2};$$

on bien

$$u=2\,\mathrm{AB},\ x=\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2,\ y=\mathrm{A}^2-\mathrm{B}^2.$$

En substituant ces valeurs de x et de y dans la deuxième équation (1) on trouve

$$(2)\qquad \mathrm{A}^4+3\,\mathrm{B}^4=4\,v^2,\ \text{ou}\ =v^2.$$

Dans les deux cas la valeur de z est exprimée par la formule

$$(3)\qquad z=\frac{\mathrm{A}^2-\mathrm{B}^2}{\mathrm{A}^2+\mathrm{B}^2}.$$

Soit en second lieu $\mu=3$. Comme x^2-xy+y^2 ne peut être multiple de 3 sans que $x+y$ le soit également, la décomposition de l'équation $x^2-y^2=3\,u^2$ se fera de l'une des deux manières suivantes :

$$u=\mathrm{AB},\ x-y=\mathrm{A}^2,\ x+y=3\,\mathrm{B}^2,$$

$$x=\frac{\mathrm{A}^2+3\,\mathrm{B}^2}{2},\quad y=\frac{3\,\mathrm{B}^2-\mathrm{A}^2}{2};$$

$$u=2\,\mathrm{AB},\ x-y=2\,\mathrm{A}^2,\quad x+y=6\,\mathrm{B}^2,$$

$$x=\mathrm{A}^2+3\,\mathrm{B}^2,\quad y=3\,\mathrm{B}^2-\mathrm{A}^2.$$

En substituant ces expressions de x et de y dans l'équation

$$x^2-xy+y^2=3\,v^2,$$

et en réduisant, on trouve

$$\mathrm{A}^4+3\,\mathrm{B}^4=4\,v^2\ \text{ou}\ v^2,$$

comme dans le cas précédent; mais la valeur correspondante de z est

$$(4) \qquad z = \frac{3\,B^2 - A^2}{3\,B^2 + A^2}.$$

Ainsi le problème proposé est ramené à celui de résoudre en nombres entiers et premiers entre eux l'équation

$$(2) \qquad A^4 + 3\,B^4 = c^2$$

Chaque solution de cette équation donne deux solutions de notre problème, l'une par la formule (3) et l'autre par la formule (4).

24. Pour résoudre l'équation (2) il faut considérer deux cas, suivant que B est pair ou impair. Supposons d'abord $B = 2\,ab$. On déduit de l'équation (2) par la décomposition en facteurs

$$c \mp A^2 = 2\,a^4 \text{ ou } 8\,a^4,$$

$$c \mp A^2 = 24\,b^4 \text{ ou } 6b^4,$$

$$\pm A^2 = a^4 - 12\,b^4 \text{ ou} \pm A^2 = 4\,a^4 - 3\,b^4.$$

La considération du module 3 exige qu'on prenne le signe supérieur dans chacun de ces deux cas. Posons $b = mn$; une nouvelle décomposition donne, pour la première équation,

$$a^2 \pm A = 2m^4, \; a^2 \mp A = 6\,n^4,$$

$$a^2 = m^4 + 3\,n^4, \pm A = m^4 - 3\,n^4,$$

et pour la seconde,

$$2\,a^2 \pm A = m^4, \; 2\,a^2 \mp A = 3\,n^4$$

$$(2a)^2 = m^4 + 3\,n^4, \; \pm A = \frac{m^4 - 3\,n^4}{2};$$

le nombre n est pair dans le premier cas et impair dans le second. Ainsi quand la deuxième indéterminée a une valeur paire, toute solution de l'équation proposée se ramène à une autre solution de la même équation en nombres moindres. Inversement toute solution de cette équation en donne une nouvelle, soit par les formules

$$(5) \qquad A = m^4 - 3\,n^4, \quad B = 2mn\,\sqrt{m^4 + 3\,n^4},$$

si n est pair, soit par les formules

$$(6) \qquad A = \frac{m^4 - 3n^4}{2} \quad B = mn\sqrt{m^4 + 3n^4},$$

si n est impair.

Il résulte aussi de là qu'on pourra déterminer toutes les solutions de l'équation proposée rangées suivant leur ordre croissant de grandeur, si l'on parvient à trouver toutes les solutions où les deux bicarrés sont impairs. Chacune de ces dernières solutions est le premier terme d'une suite indéfinie de solutions que l'on détermine au moyen des formules (5) et (6); on calcule le second terme de cette suite au moyen de la formule (6); puis les autres termes successivement par l'emploi répété des formules (5), en y substituant à m et n les valeurs obtenues pour A et B dans le dernier calcul.

25. Tout notre problème est donc ramené à la résolution de l'équation

$$(7) \qquad m^4 + 3n^4 = 4l^2,$$

en nombres entiers et premiers entre eux. La décomposition en facteurs donne

$$2l \pm m^2 = x^4, \; 2l \mp m^2 = 3y^4,$$
$$n = xy, \quad 3y^4 - x^4 = \pm 2m^2.$$

Pour que la congruence suivant le module 3 soit vérifiée il faut prendre le signe supérieur. Nous avons donc à résoudre l'équation

$$(8) \qquad 3y^4 = x^4 + 2m^2.$$

On voit aisément que les trois nombres x, y, m doivent être impairs; nous pouvons donc appliquer à l'équation

$$(x^2)^2 + 2m^2 = 3y^4$$

le théorème V de notre Mémoire sur les nombres complexes $a + b\sqrt{-c}$ (Journal de M. Resal t. I. p. 330): toutes les solutions de cette équation peuvent se déduire des formules

$$y = f^2 + 2g^2, \; \pm x^2 \pm m\sqrt{-2} = (f + g\sqrt{-2})^4,$$

en donnant aux deux nombres f et g des valeurs entières et premières entre elles. Si nous effectuons les calculs, nous trouvons

$$\pm x^2 = f^4 - 12f^2g^2 + 4g^4 - 8fg(f^2 - 2g^2),$$

$$\pm m = f^4 - 12 f^2 g^2 + 4 g^4 + 4fg\ (f^2 - 2 g^2).$$

La considération du module 4 exclut le signe inférieur dans la première équation ; on a donc

$$(9) \qquad x^2 = (f^2 - 4 fg - 2g^2)^2 - 24 f^2 g^2,$$

$$\pm (f^2 - 4 fg - 2g^2) \pm x = 2 p^2 \text{ ou } 4 p^2,$$

$$\pm (f^2 - 4 fg - 2g^2) \mp x = 12 q^2 \text{ ou } 6 q^2,\ pq = fg.$$

En déterminant le signe par la considération du module 3 on obtient les deux systèmes

$$(10) \qquad f^2 - 4 fg - 2g^2 = (f - 2g)^2 - 6 g^2 = p^2 + 6 q^2, pq = fg,$$

$$(11) \qquad 6 g^2 - (f - 2g)^2 = 2p^2 + 3q^2,\ pq = fg.$$

Nous résoudrons d'abord l'équation $pq = fg$ en prenant

$$(12) \qquad f = \lambda\mu,\ g = hk,\ p = \lambda h,\ q = k\mu.$$

Comme les deux nombres f et g sont premiers entre eux, ainsi que p et q, les quatre nombres λ, μ, h, k sont premiers entre eux, deux à deux. Par la substitution de ces valeurs l'équation (10) devient

$$(h^2 + 3 \mu^2)\ k^2 + 2h\mu.\ k\lambda + (h^2 - \mu^2)\ \lambda^2 = 0,$$

et l'on en déduit

$$\frac{k}{\lambda} = \frac{-h\mu \pm \frac{1}{2}\sqrt{2(3\mu^4 - h^4)}}{h^2 + 3\mu^2}.$$

Ainsi les nombres μ et h forment une solution de l'équation (8). Si l'on pose

$$(13) \qquad 3 \mu^4 - h^4 = 2 s^2,$$

on a

$$\text{I.} \quad \left| \begin{array}{l} \dfrac{k}{\lambda} = \dfrac{-h\mu \pm s}{h^2 + 3\mu^2},\ x = p^2 - 6q^2 = \lambda^2 h^2 - 6 \mu^2 k^2, \\[2ex] y = \lambda^2 \mu^2 + 2 h^2 k^2,\ \pm m = x^2 + 12\ \lambda\mu\ hk\ (\lambda^2 \mu^2 - 2 h^2 k^2). \end{array} \right.$$

De même en faisant dans l'équation (11) les substitutions exprimées par les formules (12) on trouve

$$(\lambda^2 + 3k^2)\mu^2 - 4\mu h.\ \lambda k + 2h^2(\lambda^2 - h^2) = 0.$$

La résolution de cette équation par rapport au quotient $\frac{\mu}{h}$ donne

$$\frac{\mu}{h} = \frac{2\lambda k \pm 2s}{\lambda^2 + 3k^2}, \quad s = \frac{1}{2}\sqrt{2(3k^4 - \lambda^4)}.$$

Les deux nombres k, λ forment donc une solution de l'équation (8); les valeurs correspondantes de x, y et m sont exprimées par les formules

$$\text{II.}\quad \left|\begin{array}{l} \dfrac{\mu}{h} = \dfrac{2\lambda k \pm 2s}{\lambda^2 + 3k^2},\ 3k^4 - \lambda^4 = 2s^2, \\[2ex] x = 2\lambda^2 h^2 - 3\mu^2 k^2,\ y = \lambda^2\mu^2 + 2h^2k^2, \\[2ex] \pm m = x^2 + 12\lambda\mu h k(\lambda^2\mu^2 - 2h^2k^2). \end{array}\right.$$

La décomposition par laquelle nous avons déduit de l'équation (8) les deux systèmes I et II est toujours possible tant que g est différent de zéro, c'est-à-dire tant que les nombres x, y, m ne se réduisent pas à l'unité. Ainsi toute solution en nombres différents de l'unité se ramène à une solution de la même équation en nombres moindres, par l'un des deux systèmes I ou II, suivant la forme du nombre x. Cette nouvelle solution se ramènera de même à une autre solution en nombres moindres, et ainsi de suite, de sorte que l'on parviendra nécessairement à la solution $x = y = m = 1$.

Inversement on retrouvera une solution quelconque de l'équation (8) si, partant de la solution irréductible $x = y = m = 1$, on calcule au moyen des formules I et II les deux solutions qui en dépendent immédiatement; puis à l'aide de ces deux solutions quatre solutions nouvelles, et ainsi de suite. Nous sommes donc assurés de pouvoir obtenir toutes les solutions de l'équation (8) en nombres inférieurs à une limite assignée. On peut les ranger suivant l'ordre croissant des valeurs de y; car dans chaque solution la valeur de y est relativement à la solution d'où elle est déduite, d'un ordre de grandeur compris entre le second et le sixième.

Chacun des groupes de formules I ou II ne donne qu'une seule solution pour une solution donnée, malgré le double signe de s; car les deux nom-

bres λ et μ devant être impairs, on doit choisir pour le groupe I le signe qui rend $-h\mu \pm s$ divisible par 4, et pour le groupe II le signe qui vérifie la congruence $\lambda k \pm s \equiv 2 \pmod{4}$.

Un seul groupe suffit pour donner toutes les solutions, si l'on admet les deux signes; seulement l'un des signes donne pour x et y des valeurs qui ont un diviseur commun 2; mais il suffit de supprimer ce facteur et de diviser par 4 la valeur correspondante de m pour avoir une solution en nombres entiers et premiers entre eux.

Des deux solutions déduites de la solution irréductible $x = y = m = 1$, une seule est nouvelle, $y = 3$, $x = 1$, $m = 11$; l'autre coïncide avec la solution primitive. En prenant $h = 1$, $\mu = 3$, $s = \pm 11$ dans les formules I, on obtient les deux solutions $x = 26$, $y = 19$, $m = 13$; $x = 167$, $y = 449$, $m = 246121$. Chacune de ces solutions en donnera de même deux autres, et ainsi de suite indéfiniment. L'équation (8) peut donc être considérée comme complètement résolue.

Il en est de même de l'équation (2); car les formules

$$n = xy,\ 4l = x^4 + 3y^4,\ 2m^2 = 3y^4 - x^4,$$

font connaître les solutions de l'équation (7) en nombres impairs m, n, l, au moyen des solutions de l'équation (8); ce sont les solutions *primitives* de l'équation (3). Chacune de ces solutions en donne une nouvelle au moyen des formules (6); puis celle-ci en fournit un nombre indéfini par l'emploi des formules (5). Les formules (3) et (4) donnent ensuite toutes les valeurs de z qui satisfont au problème proposé, et comme les deux termes des fractions rationnelles qui expriment les valeurs de z, ne peuvent avoir aucun diviseur commun autre que 9, ces valeurs peuvent être rangées suivant l'ordre croissant des dénominateurs. On peut donc obtenir avec certitude toutes les solutions dont les termes ne dépassent pas une limite donnée; c'est tout ce que l'on peut chercher dans un problème de ce genre, puisque les solutions sont en nombre infini et qu'elles ne peuvent pas s'exprimer analytiquement en fonction d'une ou de plusieurs indéterminées.

IV.

26. Nour terminerons ce Mémoire par quelques considérations sur les polynômes complets et irréductibles du quatrième degré

$$(1) \qquad \varphi(z) = a + bz + c^2 + dz^3 + ez^4.$$

Nous supposons qu'aucun des deux coefficients extrêmes n'est un carré, car autrement nous retomberions dans un cas déjà étudié. Nous admettons en outre, pour la même raison, que l'un au moins des deux coefficients b ou d est différent de zéro.

Le problème présente un caractère évident d'impossibilité, quand les deux coefficients extrêmes sont négatifs, et que les racines de $\varphi(z)$ sont imaginaires, car alors ce polynôme, restant négatif pour toute valeur réelle de z, ne saurait devenir égal à un carré.

On met encore en évidence des caractères d'impossibilité en écrivant le polynôme sous la forme

$$4e\varphi(z) = (2ez^2 + dz + f)^2 + hz + k,$$

où l'on a

$$f = \frac{4ce - d^2}{4e}, \quad h = \frac{8be^2 - 4cde + d^3}{2e},$$

$$k = \frac{64ae^3 - (4ce - d^2)^2}{16e^2}.$$

Soit $\frac{m}{n}$ une fraction irréductible qui, prise pour valeur de z, réduit $\varphi(z)$ à un carré. On aura en nombres entiers une équation de la forme

$$(2) \quad (8e^2m^2 + 4de\,mn + 4efn^2)^2 + 16e^2hmn^3 + 16e^2kn^4 = 64e^3p^2.$$

Or cette équation est impossible si les deux nombres $16e^2h$, $16e^2k$, ont un diviseur commun θ qui ne soit diviseur d'aucune des deux formules

$$t^2 - (3d^2 - 8ce)u^2, \quad t^2 - eu^2;$$

car si θ divise en même temps h et k on a la congruence

$$(2em^2 + d\,mn + fn^2)^2 \equiv 4ep^2 \pmod{\theta};$$

si donc θ n'est pas diviseur de la formule $t^2 - eu^2$, il faut que p et $2em^2 + d\,mn + fn^2$ soient divisibles par θ, de sorte que l'on a

$$(4em + dn)^2 + (8ef - d^2)n^2 \equiv 0 \pmod{\theta}.$$

D'ailleurs $8ef - d^2 = 2(4ce - d^2) - d^2 = -(3d^2 - 8ce)$; la dernière congruence devient donc

$$(4em + dn)^2 + (3d^2 - 8ce)n^2 \equiv 0 \pmod{\theta},$$

et elle est impossible si θ n'est pas diviseur de $t^2 - (3d^2 - 8ce)u^2$. Donc

Théorème I. *Si les deux nombres* $8be^2 - 4cde + d^2$, $64ae^2 - (4ce - d^2)^2$ *ont un diviseur commun* θ *dont les deux nombres* e *et* $(3d^2 - 8ce)$ *soient non-residus quadratiques, aucune valeur rationnelle de* z *ne peut rendre rationnelle l'expression* $\sqrt{\varphi(z)}$.

28. Le problème proposé est encore impossible lorsque les trois nombres b, d, $4ae - c^2$ ont un diviseur commun θ dont les deux nombres e et $-2ce$ sont non-résidus quadratiques; car en supprimant les multiples de θ on déduit de l'équation (1)

$$4e\varphi(z) \equiv (2ez^2 + c)^2 \pmod{\theta}.$$

Si donc e est non-résidu quadratique di θ, le polynôme $\varphi(z)$ ne peut se réduire à un carré sans être divisible par θ, ce qui exige que l'on ait

$$2ez^2 + c \equiv 0 \pmod{\theta}.$$

Or cette dernière congruence est impossible si $-2ce$ est non-résidu quadratique de θ, comme nous le supposons. Donc

Théorème II. *Si les nombres* b, d, $4ae - c^2$ *ont un diviseur commun* θ *dont les deux nombres* e *et* $-2ce$ *sont non-résidus quadratiques, aucune valeur rationnelle de* z *ne peut réduire le polynôme* $\varphi(z)$ *à un carré.*

En particularisant la valeur de θ dans les théorèmes qui précèdent on obtient des théorèmes qui conservent encore une très grande généralité. Prenons par exemple $\theta = 3$ dans le théorème I. Les deux nombres e et $3d^2 - 8ce$ seront non-résidus de 3, si $e = 3\eta - 1$ et $c = 3\gamma + 1$. Il s'agit donc de rendre les deux formules

$$8be^2 - 4cde + d^2, \quad 64ae^2 - (4ce - d^2)^2$$

divisibles par 3. Or, en supprimant les multiples de 3, on obtient les deux congruences

$$b + d \equiv 0, \quad a + 1 \equiv 0 \pmod{3},$$

que l'on vérifie en prenant $a = 3\alpha - 1$, $d = 3\delta - b$. Donc

Théorème III. *Quels que soient les nombres entiers $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta$, aucune valeur rationnelle de z ne peut réduire à un carré le polynôme*

$$\varphi(z) = (3\alpha - 1) + \beta z + (3\gamma + 1) z^2 + (3\delta - \beta) z^3 + (3\eta - 1) z^4.$$

De même, en prenant $\theta = 5$ dans le théorème II, on obtient le théorème suivant :

Théorème IV. *Quels que soient les nombres entiers $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta$, le polynôme*

$$(5\alpha \pm 2) + 5\beta z + (5\gamma \pm 2) z^2 + 5\delta z^3 + (5\eta \pm 2) z^4$$

ne peut être réduit à un carré par aucune valeur rationnelle de z.

On doit prendre en même temps les signes supérieurs ou les signes inférieurs dans les deux coefficients extrêmes.

28. Il est encore une autre méthode féconde en théorèmes négatifs. Elle consiste à prendre une forme quadratique (p, q, r) dont le premier élément p est non-résidu quadratique d'un diviseur premier θ du déterminant $q^2 - pr$, où le facteur θ ne figure qu'avec un exposant impair. Une telle forme ne peut représenter aucun carré. Si donc l'on pose

$$(3) \quad \varphi(z) = p(\alpha + \beta z + \gamma z^2)^2 + 2q(\alpha + \beta z + \gamma z^2)(\alpha' + \beta' z + \gamma' z^2) + r(\alpha' + \beta' z + \gamma' z^2)^2,$$

le polynôme $\varphi(z)$ ne peut être réduit à un carré par aucune valeur rationnelle de z, quels que soient les coefficients entiers désignés par $\alpha, \beta, \gamma, \alpha', \beta', \gamma'$.

Prenons par exemple $p = 2$, $q = 1$, $r = 3$. Comme la forme $(2, 1, 3)$ ne peut représenter aucun carré, le polynôme $\varphi(z)$ défini par la formule

$$(4) \quad \varphi(z) = 2(\alpha + \beta z + \gamma z^2)^2 + 2(\alpha + \beta z + \gamma z^2)(\alpha' + \beta' z + \gamma' z^2) + 3(\alpha' + \beta' z + \gamma' z^2)^2$$

n'est réductible à un carré par aucune valeur rationnelle de z.

On peut déduire de là un grand nombre de théorèmes. Contentons-nous d'en donner quelques exemples. Soient d'abord $\alpha' = 1$, $\alpha = 0$, $\gamma' = 0$, $\gamma = \pm 1$, ce qui réduit $\varphi(z)$ au polynôme suivant

$$\varphi(z) = 3 + bz + cz^2 \pm dz^3 + 2z^4,$$

$$b = 6\beta' + 2\beta, \quad \pm d = 2\beta' + 4\beta, \quad c = 2\beta^2 + 2\beta\beta' + 3\beta'^2 \pm 2.$$

Les deux nombres b et d peuvent être pris arbitrairement. Dans ce cas β et β' sont déterminés; en les éliminant on trouve

$$c = \frac{10\,d^2 \pm 10\,bd + 15\,b^2}{100} \mp 2.$$

Si donc le coefficient c *est déterminé par l'une des deux formules*

$$c = \frac{10\,d^2 - 10\,bd + 15\,b^2}{100} + 2, \quad c = \frac{10\,d^2 + 10\,bd + 15\,b^2}{100} - 2,$$

aucune valeur rationnelle de z *ne peut rendre rationnelle l'expression*

$$\sqrt{3 + bz + cz^2 + d\,z^3 + 2\,z^4}.$$

Soient encore $\alpha' = 1$, $\alpha = 0$, $\gamma = 1$, $\gamma' = -1$. On a

$$\varphi(z) = 3 + bz + cz^2 + dz^3 + 3\,z^4,$$

$$b = 2\beta + 6\beta',\ d = 2\beta - 4\beta',\ c = 2\,\beta^2 + 2\beta\beta' + 3\,\beta'^2 - 4.$$

En laissant b et d arbitraires et éliminant les deux nombres β, β', on trouve

$$c = \frac{3\,b^2 + 4\,bd + 3\,d^2}{20} - 4.$$

Nou pouvons donc conclure de là que

Si, laissant arbitraires les deux nombres b *et* d, *on détermine* c *par la formule*

$$c = \frac{3\,b^2 + 4\,bd + 3\,d^2}{40} - 4,$$

l'expression $\sqrt{3 + bz + cz^2 + dz^3 + 3z^4}$ *ne peut être rendue rationnelle par aucune valeur rationnelle de* z.

29. On peut aussi procéder d'une autre manière. Faisons $\alpha = \alpha' = 1$, $-\gamma = \gamma' = -1$; puis, au lieu de déterminer la forme (p, q, r) comme nous l'avons fait dans le n° précédent, posons

$$p + 2q + r = a, \quad p - 2q + r = e,$$

d'où

$$p + r = \frac{a + e}{2}, \quad q = \frac{a - e}{4}.$$

Les deux nombres a et e sont dans ce cas les deux coefficients extrêmes du polynôme $\varphi(z)$ défini par l'équation (3). Nous les assujétirons à la seule condition de rendre le déterminant $q^2 - pr = \text{D}$ divisible par un facteur pre-

mier dont le nombre e soit non-résidu quadratique et qui soit renfermé dans D à une puissance impaire. La forme (p, q, r) ne peut alors représenter aucun carré et, conséquemment, le polynôme défini par la formule

$$(5) \quad \varphi(z) = p(1 + \beta z + z^2)^2 + 2q(1 + \beta z + z^2)(1 + \beta' z - z^2) + r(1 + \beta' z - z^2)^2$$

n'est réductible à un carré par aucune valeur rationnelle de z.

Or on déduit des formules précédentes

$$16\,D = (a - e)^2 - 8(a + e)r + 16r^2 = (4r - a - e)^2 - 4ae.$$

Si θ désigne un diviseur de D dont le nombre e soit non-résidu quadratique, le nombre a est aussi non-résidu, de sorte que ces deux nombres doivent s'exprimer par les formules

$$a = \theta\alpha + n, \quad e = \theta\eta + n',$$

et la condition à remplir se réduit à la congruence

$$(4r - n - n')^2 \equiv 4nn' \pmod{\theta}.$$

Désignons par h une racine de cette congruence et posons

$$4r - n - n' = \lambda\theta + h, \quad h^2 - 4nn' = k\theta;$$

nous avons

$$16\,D \equiv [2h(\lambda - \alpha - \eta) + k - 4(\alpha n' + \eta n)]\,\theta \pmod{\theta^2}.$$

On s'assure que le déterminant D ne renferme le facteur θ qu'à une puissance impaire en assujétissant les trois nombres arbitraires λ, α, η à vérifier la condition

$$2h(\lambda - \alpha - \eta) + k - 4(\alpha n' + \eta n) \equiv \tau \pmod{\theta},$$

où τ désigne un nombre entier quelconque, non divisible par θ.

Prenons par exemple $\theta = 3$. Nous avons $n = n' = -1$, $h = \pm 2$, $k = 0$,

$$a = 3\alpha - 1, \quad e = 3\eta - 1, \quad 4r = 3\lambda \pm 2 - 2,$$

et la condition que doivent remplir les nombres λ, α, η devient

$$\pm 4(\lambda - \alpha - \eta) + 4(\alpha + \eta) = 4t;$$

avec le signe supérieur on a $4r = 3\lambda$, $\lambda = t$; avec le signe inférieur on a $4r = 3\lambda - 4$, $\lambda = 2(\alpha + \eta) - t$. Dans les deux cas t désigne un nombre premier avec 3 et les nombres β et β' restent complètement arbitraires. Les coefficients du polynôme $\varphi(z)$ sont exprimés au moyen de quatre nombres arbitraires α, η, β, β' et d'un cinquième, t, soumis à la seule condition de n'être pas multiple de 3; néanmoins ce polynôme n'est réductible à un carré par aucune valeur rationnelle de z et des nombres $\alpha, \eta, \beta, \beta', t$.

30. Chaque nombre premier, pris, comme valeur de θ, conduit à un polynôme du quatrième degré $a + bz + cz^2 + dz^3 + ez^4$ dont les coefficients b et d restent complètement arbitraires; les deux coefficients a et e doivent s'exprimer par des formules linéaires $\alpha\theta + n$, $\eta\theta + n'$, où n et n' sont des non-résidus quadratiques de θ, enfin le coefficient moyen c est déterminé en fonction linéaire d'un nombre indéterminé r soumis à la condition unique de vérifier la congruence

$$(4r - a - e)^2 \equiv 4ae + \tau\theta \pmod{\theta^2}$$

où τ désigne un nombre quelconque premier avec θ. Les polynômes renfermés dans ces formules générales ne sont réductibles à des carrés par aucune valeur rationnelle de la variable.

On peut de même exprimer par des formes générales des polynômes réductibles à des carrés. Car si, laissant arbitraires quatre coefficients du polynôme $\varphi(z)$, on détermine le cinquième par une équation de la forme

$$a + bm + cm^2 + dm^3 + em^4 = n^2,$$

dans laquelle m et n désignent des nombres entiers, le polynôme $\varphi(z)$ est réductible a un carré par des valeurs rationnelles de z; on a en effet $\varphi(m) = n^2$ et de cette solution évidente on peut en déduire une suite indéfinie à l'aide des formules de mon premier Mémoire (*Atti dell' Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei*, 1877).

Mais si l'on prend au hasard un polynôme complet du quatrième degré, dont aucun des coefficients extrêmes ne soit égal à un carré, il n'existe aucune méthode pour reconnaitre s'il est réductible, ou non, à un carré par des valeurs rationnelles de la variable. De plus, si par quelques essais on parvient à découvrir une solution, on ne possède aucun moyen de s'assurer s'il existe, ou non, d'autres solutions primitives, propres à fournir des solutions distinctes de celles qui se déduisent de la solution considérée.

Le seul cas général où l'on soit assuré d'obtenir une solution complète du problème proposé, est celui que nous avons traité au commencement de ce Mémoire. Le polynôme $\varphi(z)$ présentant alors une racine double, on reconnaît s'il est réductible, ou non, à un carré par le *criterium* relatif aux formes quadratiques binaires: les solutions, quand le problème est possible, s'expriment analytiquement en fonction d'un nombre rationnel indéterminé.

MUSEO E COLLEZIONE DI STORIA NATURALE IN VATICANO

NOTA

DEL P. GIUSEPPE LAIS

La priorità, sì nei trovati dell' ingegno umano, come nelle belle ed utili creazioni che fanno progredire la scienza, merita di esser grandemente apprezzata, e ne prendo appunto per la prima parte della presente memoria, che voglio consacrata ai nobili conati fatti nel Vaticano a vantaggio dello studio della storia naturale.

Si deve ai secoli XIII e XIV il risveglio della coltura delle scienze naturali, e la formazione di gabinetti con l' intento di porre sott'occhio tutte le mirabili produzioni della natura. I musei vaticano e veronese furono i primi a dare l' esempio di una ben ordinata collezione, a' quali tennero dietro i musei di Ferdinando VI duca di Mantova e di Monferrato, quello del celebre naturalista Federico Principe Cesi collocato nel suo palazzo, quello del P. Kirher nel Collegio Romano, i musei del Cospi, del Moscardi, del Settala, e sul declinare del secolo passato quello del Nobile Collegio Nazareno, raccolto per cura ed industria del P. Giacomo Vincenzo Petrini delle Scuole Pie. Ma siccome nella priorità è dovuto un giusto tributo di lode a chi fu il primo a proporne l'esempio, che dagli altri fu soggetto d' imitazione e sprone d' incoraggiamento a ben fare; così è che avuto riguardo ed al primo iniziamento dell' impresa, ed alla rinomanza della collezione, debbono in prima linea porsi i musei vaticano e veronese, che ebbero indipendentemente l'uno dall'altro origine pressochè contemporanea, seppure non vogliamo dare la preferenza al vaticano per la più precoce ultimazione come da ciò che dico credo potersene dedurre.

Sa ognuno, che l'Archiatro Michele Mercati quando dalla f. m. di S. Pio V fu chiamato alla direzione e miglioramento dell' orto vaticano dei semplici, e contemporaneamente alla cattedra di Botanica nella Romana Università della Sapienza, con precoce ingegno, si pose in capo la formazione di quell' insigne museo di storia naturale, da tutti conosciuto sotto il

titolo di Metalloteca Vaticana. Sembra che l'erudito naturalista attuasse l'opera sua, se crediamo a quello che egli stesso ne scrisse, prima del 1589, come ne parla al libro degli Obelischi (Cap. III pag. 9.) Un apposito conclave era eretto là, dove oggi trovasi l' impluvio del museo Pio Clementino, e dalle iconografie del monumento apprendiamo la interna sua decorazione, e i preziosi ed eleganti armadî, dove risplende principalmente l'opera di Sisto V, il quale nei primi trè anni del suo pontificato con istupore del Mercati e di tutti abbellì Roma di una Tipografia, di una Biblioteca, e di una Metalloteca Vaticana. In quegli armadii si trovavano i prodotti naturali secondo la classificazione di quel tempo distinti in Terre, Nitri, Allumi, sughi agri e pingui, Alcioni, Coralli, Pietre simili alla terra, Pietre negli animali idiomorfe e Mammiferi. Se tuttora possiamo avere sotto gli occhi quella rilevante collezione descrittaci dello stesso raccoglitore, è grande ventura e provvedimento di Papa Clemente XI, il quale volle, che di quel museo rimanesse un eterno scientifico monumento nella splendidissima edizione, che ordinò si facesse sul manoscritto originale, dopo averne fatto l'acquisto dalle mani di Carlo Dati di Firenze nell'anno 1700. E da questa stupenda edizione che per zelo di Mons, Lancisi risultò adorna di finissime incisioni si possono studiare i più minuti dettagli degli esemplari del museo, sebbene il Mercati prima di compierne l'illustrazione spirasse tra le braccia di S. Filippo suo padre spirituale ed intimo amico.

Ho detto che nel 1589 doveva ritenersi come terminata la formazione del museo vaticano, e che il museo veronese ricevè quell' incremento e quello splendore, che lo resero celebre a tutto il mondo dopo l'ordinamento del vaticano; imperocchè il posteriore sviluppo del museo del Calzolari ci è dato dalla storia medesima, che ce ne hanno tessuta i celebri commentatori ed illustratori Benedetto Ceruti e Andrea Chiocco, dai quali apprendiamo che passato il museo dalle mani del vecchio Calzolari (morto il 5 Marzo 1619) in quelle del giovane suo nipote, questi con grande ardore, e non risparmiando a fatiche ed a mezzi aggiunse alla prima collezione una parte importante descrittaci con le parole *exotica peregrina*, *et rariora metallica*, *gemmae*, *lapilli*, *radices herbae*, *fructus*, *gummata*, *animalia quaevis*; e così crebbe il credito della collezione, che era stata precedentemente enumerata da Giovanni Battista Olivi cremonese nel libro edito in Venezia nel 1584.

Laonde se il museo vaticano ebbe nella priorità dell'impianto un competitore nel museo veronese, pure non fu secondo a nessun italiano museo nato nel secolo, che fece apparire gli albori del rinascimento dello studio delle scienze naturali.

La Metalloteca non fu l'ultima delle collezioni vaticane di storia naturale; ma un altra più tardi se ne formò all'insaputa di molti nello scorcio del secolo passato dal naturalista botanico Mons. Filippo Luigi Gilii, prima che per le cure di Pio VII si provvedesse alla deficienza di questo genere di mezzi d'istruzione nella Romana Università della Sapienza con un breve in data 13 Novembre 1804, col quale si impiantò la cattedra di Storia Naturale e Mineralogia. Il Gilii la formò nel tempo, che fu custode ed iniziatore delle osservazioni meteorologiche nella Specola Pontificia Vaticana.

In una memoria diretta al sig. Cardinale Ercole Consalvi, dopo aver mostrato, che tutto il mondo è persuaso dell'utilità dei musei di storia naturale, e che tutte le nazioni fanno a gara per riunire quanto di più pregevole può produrre natura, dice « inteso ancor io a riempire nel Vaticano tal vuoto, ho collocato per ora provvisoriamente ed alla rinfusa in una delle camere della sud. specola astronomica una collezione da me fatta di diversi naturali oggetti appartenenti ai tre regni: concorre ancora ad accrescerla la munificenza del nostro regnante Pontefice Pio VII, ed attualmente dobbiamo allo studioso genio di S. E. R. M[r] Tesoriere generale la raccolta, che si sta facendo dei prodotti naturali che esistono nelle diverse parti dello stato papale. Questa raccolta è in se stessa importantissima, giacchè dalla cognizione di ciò che si ha nel proprio stato, possono derivare a favore dello stato medesimo non ordinarii vantaggi. Ma importa altresì che un tale museo istituito nel palazzo Pontificio Vaticano non manchi di estere produzioni. Sembra esser ciò facile a conseguirsi, poichè, un piccol cenno che se ne desse ai Nunzi Apostolici sarebbe senza dubbio più che sufficiente, perchè facessero a gara ad inviare al nostro museo tutto ciò che può esservi di più pregevole in qualunque estero dominio ».

Precipua intenzione del Gili si era di andarla collocando con metodo sistematico, mano mano che si andava aumentando, in alcune camere dell'appartamento di S. Pio nello stesso Vaticano Palazzo a ciò espressamente già destinate.

Non sappiamo ciò che in seguito avvenisse; ma possiamo per giusti motivi giudicare, che di questa collezzione si facesse dono all'Arcispedale di s. Spirito col precipuo intendimento di giovare agli studenti della classe medica, fornendoli di una cognizione tanto per essi necessaria. Ciò approdiamo dal periodico intitolato: *Notizie del Giorno* 1° *Luglio* 1819, in cui si dice, che fu cura di S. E. R. Mons. Ercole Dandini commendatore di s. Spirito di destinare un locale attiguo alla Biblioteca Lancisiana, onde

potere con modo elegante e con ordinato sistema disporre tutti gli oggetti che abbracciano i diversi regni della natura. Siccome poi più degli altri era d' interesse locale dare sviluppo più grande al regno animale, perciò speravasi coll' ajuto degli studenti di Clinica e con la loro abilità e collaborazione, di corredarlo di diversi pezzi relativi all'anatomia comparata.

Ognuno sà quanto il Gilii si fosse occupato del regno animale, e come, dopo aver fatto conoscere ed apprezzare al di quà delle Alpi con una prima traduzione l'opera immortale di Linneo, pubblicasse in Roma nel 1781 un volume intitolato *Romana Ornitologia*, rimasta poi l'opera imperfetta per per dissipamento dei rami del secondo volume alla morte del tipografo Giuseppe Monaldini. Così è che il sig. Francesco Ricciardi custode del Museo Anatomico si dedicò alla preparazione degli animali accrescendo la parte ornitologica: e questi erano i nostri indigeni uniti ad alcuni brasiliani, trasportati già preparati da qualche tempo da quella contrada e appartenenti secondo Linneo al genere delle passere.

La collezione mineralogia, la ornitologica, ed una parte della botanica del Gilii venne per molto tempo conservata presso la Biblioteca Lancisiana ad utilità degli studenti della classe medica, non però fino ad ora; chè mi risulta da persona fede degna e bene informata essere stata dispersa in tempi non molto lontani. Lamentando quindi il getto che si è fatto del prezioso materiale, e desideroso di rintracciare qualche descrizione, sembrami averla rinvenuta tra le carte dell' illustre collettore, che a pubblica cognizione inserisco nella presente memoria. E quanto alla collezione botanica, che doveva collocarsi a fianco delle altre, un erbario che compendia le fatiche del Gilii è tuttora superstite, ed io l' intitolo *Herbarium Vaticanum Gilii*, già che nel Vaticano come termine delle sue scientifiche escursioni avea destinato la conservazione di quelle piante, che recava seco nelle diverse erborizzazioni. Le preziosità di alcune, e l' interesse che vi è di confrontare la nuova colla vecchia nomenclatura, è cosa che sapranno apprezzare i botanici, ai quali discopriamo il presente tesoro, che forma una pagina di storia vaticana da alcuno non registrata. Essi potranno giudicare, se utile per la scienza la pubblicazione dell' Erbario, che da tutto il materiale sono andato componendo, prima prendendo nota di tutti i nomi delle piante, e poi classificandoli con ischede in ordine alfabetico, e desterà forse in alcuno di essi il desiderio di esaminare qualche esemplare, che o non ricorre sotto nome usitato, o forma delle suddivisioni, o che in fine è pregevole per rarità nelle nostre contrade. Utile anche sarebbe il lavoro di ricostituzione dei

nomi delle piante con la nomenclatura moderna allato all'antica, disponendo gli esemplari (come sembrami essere intenzione dell'Emo Bibliotecario) in armadii ben acconci a perpetuare la memoria dei lavori passati del Gilii, ed a costituire un nuovo e rudimentario gabinetto. L'erbario per quella parte che è posseduta dal Vaticano conta 1267 esemplari, tra i quali trovasi una collezione di 177 crittogame, e 177 formano un'altra piccola raccolta portatile. Un'altra parte molto secondaria trovasi nella Biblioteca Lancisiana, dove a fianco della collezione mineralogica ed ornitologica erano stati collocati dal distinto naturalista nella donazione.

Sarà questo l'ultima collezione vaticana di storia naturale? vorrei sperare che nò. Doni di vario genere ebbe sempre il Pontefice, e tra questi molti naturali prodotti, che inviava per il passato ai musei della Romana Università. Con sì fatti potrebbe costituirsi il principio di un nuovo museo di storia naturale, che crescerebbe a dismisura ove fosse nota la volontà del Pontefice, per la tenuità del costo di alcuni prodotti, e per la spontaneità delle donazioni che si farebbero da professori cattolici di tutto il mondo.

Con questo si vedrebbe in Vaticano un altra rappresentanza delle scienze naturali abbellire la reggia pontificia con quanto seppe creare di sublime la mano onnipotente dell'artefice supremo, allato di quanto seppe fare di ammirevole la mano dell'uomo, ingentilita e perfezionata dall'influsso della religione.

ESEMPLARI DELLA COLLEZIONE VATICANA DEL GILII SUL REGNO MINERALE

Rame nativo di cementazione deposto dalle acque sopra il ferro del lago di Neusol nell'Ungheria.

Miniera di rame verde calciforme detto Verdemontano.

» idem con calce turchina di rame detto Azzurro di Montagna.

Malachite, o calce verde di rame stallattitica.

Miniera di rame gialla, con galena di Shonoelinz nella bassa Ungheria.

Miniera di rame gialla con quarzo grasso del luogo suddetto.

Pirite di rame gialla a coda di pavone del luogo sudd.

Miniera di rame gialla intonacata da verde e azzurro di montagna in forma di stallattite, sopra il quarzo secco d'Inghilterra.

Miniera di rame epatico con verde di montagna quarzo e marna.

Mercurio. Miniera di Mercurio colante o nativo con parti di cinabro, dentro una matrice argillosa d'Idria nella Corintia.

Zinco. Zinco blenda dentro allo spato flume della miniera della Tolfa.

Antimonio. Miniera di Antimonio di Pareta nella Toscana unita allo spato e terra calcaria.

Regolo di Antimonio.

Ferro. Miniera di ferro in massa informe con colori a coda di pavone e nel di sopra cristallizzato e lenticolare.

Miniera di ferro dell'Elba con cristalli di quarzo tinti talora da ocra marmarziale rossa.

Miniera di ferro spatico a coda di pavone di Schenoelinz nella Transilvania.

Miniera di ferro micaceo rossa detta dai Tedeschi Einsenram. Tinge, ed è untuosa al tatto.

Miniera di ferro micaceo dell' isola d'Elba.

Sasso composto di quarzo bianco secco e ferro micaceo.

Miniera di ferro detta amatite rossa in Stallagmite della provincia di Lancastria nell'Inghilterra.

Miniera di ferro nero detta dai Tedeschi Glaškopf della Transilvania.

Miniera di ferro ocracea rossa della vena di Pyala vicino a Vayda Uniad nell'Ungheria inferiore.

Miniera di ferro argillosa globosa a strati concentrici, che suol racchiudere entro di un altro globetto simile, che rimanendo staccato suona; detta comunemente pietra aquilina.

Miniera di ferro limosa della cava di Monte Leone.

? Stallattite ocracea con sal marino.

Miniera di ferro ocraceo cellulare con cellette vuote a forma di pistacchio.

Manganese. Calce di Manganese bruna, con vene di calce di manganese rossigna della valle di Aosta nella Savoja.

Calce di Manganese bianchiccia stallattitica, tessuta di sottilissime croste, posta sopra calce di manganese color di rosa più dura, con piccoli grani di arsenico nativo. Di Nagyag nella Transilvania.

Regolo di Manganese.

Oro.

Platino.

Argento.

Piombo. Miniera di Piombo solforato, o sia galena, con spato fluore. — Tolfa.

Miniera di Piombo solforato, o sia galena con spato fluore cristallizzato in cubi, con pirite minutissima detta dagli Inglesi Buddigh; al di sopra

vi riposa lo spato calcare piramidale esaedro. Nel mezzo della vena vi è lo spato fluore in forma di color biondino.

Galena con pirite gialla. — Tolfa.

Galena di piombo in cubi distinti, e laminosi con piombo spatico, e fosforato e piccoli grani di pirite di ferro. Valle di Brosso provincia di Aosta.

Galena di piombo nella barite vitriolata, o sia spato ponderoso. — Montagna di Siena.

Miniera di piombo con quarzo e pirite.

Miniera di galena di piombo con pirite di rame dentro allo spato calcario giallognolo e bianco. — Miniera di Brosso nella Savoja.

Piombo fosforato sul quarzo informe, e cristallizzato, con ocra marziale gialla. — Delfinato. L'acido fosforico non si scuopre che per mezzo della Chimica. Il color verde nasce dal ferro.

Miniera di piombo calciforme spatica di color giallognolo. — Villa di Cidro in Sardegna.

Stagno.

Regolo di Arsenico.

Bismut.

Cobalto.

Nickel.

Moliddeno.

Uranio.

Sali. Sali semplici acidi.

Alkali.

Sali neutri perfetti.

Sali medii terrei.

Sali medii metallici.

Terre. Terra ponderosa o barite.

Terra calcaria.

Spato calcario romboidale della montagnola di Siena.

Spato calcario di Tivoli.

Frammenti di geoda di spato calcario con cristalli dello stesso spato, che terminano in piramidi esaedre. — Tolfa.

Geoda calcaria con crosta marnosa, e cristallizazzione spatosa nell' interno.

Spato calcario romboidale di Tivoli.

Stalamite calcaria spatosa con cristalli di spato racchiusi nelle cellette.

Terra Magnesia.

Argilla.

Terra Silicea o quarzosa.

Quarzo. Cristalli di Monte traslucidi impiantati sopra base quarzosa, con prismi esaedri, in parte rotti, e addossati al quarzo; le piramidi però esaedre, specialmente del cristallo più piccolo, quando sieno ben considerate vi sono tutte.

Cristalli di Monte ametistini, uno dei quali ha la base quarzosa bianca, ed il vertice delle piramidi di un bel colore di ametista.

Geoda quarzosa con cristalli di monte bianchi nell' interno.

Saggio di cristalli quarzosi aggruppati, con piccolissimi cristalli di quarzo disseminati nella base terrosa, e ferro con ocra gialla.

Gruppo di cristalli di Monte e Quarzo cristallizzato, sopra una base, che sembra magnesiaca.

Drusa quarzosa con cristalli di Monte sparsi sopra la drusa.

Cristallizzazione drusica di Quarzo sopra una base di Quarzo informe granulato.

Quarzo cristallizzato sopra una pietra micacea di colore argentino.

Cristalli sciolti della Tolfa.

Cristalli sciolti della montagna di S. Fiora nella Toscana.

Bitumi e corpi flogistici.

Sull'originale sono lasciate molte lacune, che o dovevano riempirsi per trascrizione, od aspettavano l'arrivo di nuovi esemplari. La collezione è incompleta, perchè nel primo stadio di formazione, ma come nucleo antesignano al museo della Romana Università, è degno della considerazione di quelli, che nel Gilii veggono un appassionato cultore e promotore dello studio delle scienze naturali.

HERBARIUM VATICANUM GILII

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Acanthus mollis	*t* 1	
Acer campestre	1	
» laciniatum		5
» negundo		5
» tomentosum		5
Achillea millefolium fl. rub.	4	3
» » fl. alb.	4	
» nobilis	1	
» ptarmica fl. pl.		3
» ptarmica	1	
» pubescens	*t* 1	
Achyranthes prostrata		3
Aconitum lycoctonum	5	
Acrosticum septemtrionale	2	
Adianthum capillus Veneris	6	4
» nigrum	2	
» scolopendrium	1	
Aegepodium podagraria		5
Aesculus hippocastanum	1	1
» pavia	7	
Ageratum conyzoides		1
Agrimonia agrimonioides	1	
» eupatoria	4	1
Agrostemma coronaria		1
» githago	1	
Agrostis arenaria	1	
». capillaris	3	
Ajuga reptans	*t* 3	
Alcea rosea fl. albo	*t* 1	
Alchemilla vulgaris	7	3
Alisma plantago	*t* 1	
Allium candidum	3	
» pendulium		3
Althaea officinalis		2
Alyssum incanum	5	
Alyssum sinuatum		4
Amaranthus blitum Cachiranthes aspera (Poggioli)		
Amaranthus caudatus	4	2
Amaranthus tricolor	4	
» viridis	*t* 1.4	2
Amaryllis formosissima	1	
Ambrosia arborea		1
» maritima	*t* 1	
Amorpha fruticosa	1	
Anagallis arvensis	4.5	
Anchusa hybrida		3
» officinalis	*t* 1.4	
Andryala cheiranthifolia		2
» lanata	1	
Anemone appennina		1
» nemorosa	3	
» picta. (Hort. Hesp.)	3	
Anethum foeniculum	7	
Anoda hastata		3
Anthemis arvensis	*t* 1	
» cotula	*t* 1	
» cota	3	
» nobilis	*t* 1.5	
» tinctoria	1	
Ancthemis tinctoria		2

Nota. — Le cifre che si leggono nella colonna *Bib. Vat.* si riferiscono alle buste, che si conservano nella Biblioteca Vaticana ed alle quali verrà data una definitiva sistemazione nella ultimazione del catalogo che si stà redigendo: quelle precedente dalla lettera *t* accennano ai tomi dell'erbario portatile. I numeri della seconda colonna sotto il titolo *Bib. Lanc.* spettano ai tomi di quella parte dell'erbario che trovasi in detta biblioteca.

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Antholyza actiopica		1
Anthyllis barba Jovis	7	3
» tetraphilla		3
» vulneraria fl. purp.		3
Anthyrrhinum cimbalaria	t 1	4
» elatine	t 1	2
» exoticum	1	
» linaria	t 1	
» maius	t 1	
» orontium		4
» purpureum		2
» spurium. Linn. *Veronica foemina Fuchsii et Matthioli*	5	
Apium graevolans syh.	t 1	
» petroselinum	7	
Aquilegia fl. rubr. vulg.	1	
Arbutus unedo *Ceraso marino*	7	3
Aristida depressa. Retz.	1	
Aristolochia longa	1	
» pistolochia	1	
» rotunda		3
» sempervirens	7	
Artemisia absinthium	4	
» coerulescens	7	
» dracunculus.	5	
» santonica	7	
» vulgaris	7	
Arum arisarum	3	
» maculatum		5
Asclepias filiformis	3	
» vincetoxicum	7	
» virgata	4	2
Asparagus officinalis	1	
» » altilis		4
Asphodelus ramosus	1	
Asplenium adianthum nigrum	t 1.4	4
» ceterach	2.4	
» scolopendrium	4	4

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Asplenium trichomanes	t1.2.4	4
Aster levis	5	
Astrantia major		3
Astragalus hamosus	7	
Atriplex Halimus	7	
» hastata	3	2
» hortensis	7	
Atropa mandragora	7	
» physaloides	4	4
Avena sterilis	1	
Azalea viscosa	5	
Bartsia viscosa		1
Bellis perennis	4	
Berberis vulgaris		3
Betonica officinalis	7	
Bignonia capreolata		5
» catalpa		3
» radicans	t 1	
» sempervirens	5	
Blitum lanceolatum	3	
Boletus ignarius	6	
Bomplandia geminiflora		5
Borrago orientalis	7	
» officinalis	3	
Brassica eruca fl. viol.		5
Briza major	1	
Brunella	7	
Bryum aciculare	2	
» purpureum	2	
» serpillifolium	2	
Buclossum	7	
» ancusa	1	
» officinale	7	
Buddleja salicifolia	7	
Bunias cakile	7	
Bupleurum fruticosum	7	
» adontites		4
» perfoliatum	1	
Buxus sampervirens	1	5

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Buxus sempervirens variegatus		5
Cadia arabica		4
Calendula	1. 7	
» arvensis	t 1	
» hispanica		1
Calla aethiopica	1	
Calycanthus floridus	t 1	3
» Alpini	t 1	3
» erinus		2
» rapunculus	7	
» speculum	5. 7	
Canna glauca		2
» indica	1	
Capparis	1	
» spinosa	5	
Capsicum annuum	3	
Cardamine arvensis	1	
Carex pulla	1	
Carpinus duinensis Scop. Carn.		5
Carthamus tinctorius	7	
Cassia fadulfa	t 1	
» floribunda	3	
» nyctitans		1
» vermicularis	t 2	
Catananche caerulea		3
Caucalis maritima		3
» nodiflora	5	
Cavialis grandiflora	7	
Celosia cristata		4
Centaurea argentea	3	
» cadicitrapa *an solstitides*?	5	
» hircina	t 1	
» jacea		5
» napifolia		1
Cerastium vulgatum	t 1	
Ceratonia siliqua	1	
Ceris siliquastrum	t 2. 3	
Cerinthe major	t 2. 7	

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Cestrum Parqui	t 2.3.5	2
Cheiranthus cheiri	t 2	
Cheiranthus incanus	t 2	
» Poniatovschi		
» fl. varieg.	t 2	
Chelidonium glaucium *ital. papavero corniculato*	t 2	3
Chelidonium majus	3	
Chelone barbata Cavallin.	3	
» foliosa	t 2	2
» glabra	t 2	
Chenopodium album	t 1	
» ambrosioides	t 1. 3	
» botrys	t 1. 7	
» mexicanum	7	
» polyspermum		5
» sarmentosum	1	
» scoparium	4	
» viride		
» vulvaria	4. 7	5
Chlora perfoliata	1	4
Chochlearia coronopus	1	
Chrysanthemum indicum fl. pl.	7	5
» maritimum	7	1
» Myconis	3	
» segetum		
Pyrethrum Myconis	3	
Chrysanthemum segetum *vulg. Piè di Gallo*		2
Chrysocoma	1	
Chrysocoma coma aurea *(Pogg.) Solidago canadensis*		3
Cicer arietinum	7	5
Cichorium intybus	2	
Cineraria maritima	t 2. 1	
Cista grandiflora Poniatouschi *melius observanda an errata*?	5	
Cistus helianthemum	7	2
» ladaniferus	7	

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Cistus salvifolius		3
Clematis calycina	5	
» integrifolia		2
» vitalba	4. 7	3
» viticella		4
Cleome pentaphylla	3	
Clitoria ternatea	*t* 2. 7	
Clutia pulchella	*t* 2	
Cneorum tricocum	*t* 2. 7	
Coclearia officinalis	5	
» rotundifolia	*t* 1	
Colchicum antumnale	2	4
Colutea arborescens	1. 5	
» frutescens	7	
» herbacea	7	
» juncea	7	
Conferva capillaris	6	
Conium maculatum	*t*. 2. 7	
Convallaria maialis	5	
» polygonatum	7	
Conyza squarrosa		5
Convolvolus	7	
» arvensis	4. 7	
» cantabrica	5	5
» cneorum		4
» major coeruleus	7	
» purpureus		4
» tricolor	*t* 2	
Corallinae species		
vermes zoophyt.	*t* 2	
Coriandrum sativum	7	
Cornus mas	7	
» sanguinea	*t* 2. 3	
Cronilla emerus	*t* 1. 7	
» glauca	7	
» securidaca	*t* 2. 7	
» valentina	*t* 1	3
» varia	3	
Corylus avellana	*t* 1. 1	

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Crataegus azarolus rub.		3
Crocus	*t* 1	
Croton sebiferum	4	
» tinctorium	5	5
Cucubalus bacciferus	3	2
» behem	1	
» fabarius	5	
Cufea procumbens	*t* 1	
Cupressus sempervirens	1	
Cyclamyn europaeum	*t* 2	
Cynoglossum officinale	*t* 2. 1	2
» fl. albo	*t* 2	
Cynoglossum pictum		2
Cyperus	7	
» flavescens	7	
Cytisus cajan	4	
» laburnum	*t* 1	3
» minimus	7	
Dactylis glomerata	1	
Daphne laureola	7	
Datura arborea		1
Delphinium Ajacis fl. pl.	*t* 1. 4	3
» consolida	*t* 1. 1	3
» staphisagria	*t* 1. 1	
Dencus mauritanicus		5
Dianthera sarmentosa	*t* 1	
Dianthus armeria	*t* 1	
» barbatus	*t* 1	
» chinensis	4	
Digitalis lutea		2
Diosma ericoides		4
Diospyros lotus	1	
Dolichos purpureus	7	
Doronicum pardalianches	*t* 1. 3	
Draba verna		1
Dracocephalum canariense	*t* 1. 3	
» moldavica	*t* 1	
Duranta ellisia	4	2
Echium candicans		3

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Echium italicum	5	
» procumbens	*t* 1. 4	
» prostratum (Tenone)		3
» violaceum	3	2
Elaeagnus	1	
Ephedra dystachia	1	
Epilobium	7	
» angustifolium	*t* 2	
» hirsutum	*t* 2	
» palustre	*t* 2	
Equisetum arvense	*t* 2	
» hiemale	2	
Erica carnea vel potius multiflora		5
» vulgaris	7	
Erigeron droebachiense (a. a) fol. radic.		4
» siculum	*t* 2	
» viscosum		4
Erysimum alliaria	*t* 2. 3	
» officinale		2
Sysimbrium Iriam? Linn. vulg. Erba del cantore	*t* 2. 7	2
Erythrina corallodendron		1
Eufrasia romana? Reperta prope sepulcrum Caeciliae Metellae an. 1816	5	
Eupatorium cannabinum	*t* 3. 3	2
Euphorbia characias	*t* 1	
» cyathophora	*t* 1	
» cyparissias	7	
» helioscopia	*t* 2	
» latyris	*t* 2. 7	
» peplis	*t* 2	
Fagus castanea	1	
Festuca phoenicoides Linn.	1	
Ficus carica	1	
Filago gallica		4
» pygmea		1

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Fontanesia Phillyreoides	5	
Fontinalis antipyretica L.	6	
Fragaria chiloensis	*t* 1	
» vesca	*t* 1. 1	
Fraxinus ornus	1	
Fuchsia coccinea (Person)		4
» abietinus	6	
» acinarius	6	
» acutus	6	
» alatus	2	
» alternatus	6	
» amethystinus	2. 6	
» arboreus	2	
» atro-albus	6	
» cactus	6	
» canaliculatus	2	
» capreolatus	6	
» chrystallinus	6	
» confertus	6	
» crispus	2	
» cupressiformis	6	
» delicatulus	2	
» doricus v. foliaceus L.	6	
» elophus	6	
» ferulaceus	2	
» fibrosus	2. 6	
» foeniculaceus	6	
» furcatus	6	
» gigartinus	6	
» gorgonia	2	
» gracilis	6	
» granulatus	6	
» horridus	6	
» lacerta	6	
» luteo-albus	6	
» mappa	6	
» millepes	6	
» nigricans	6	
» palmetta	6	

	BIB. VAT.	BIB. LANC.		BIB. VAT.	BIB. LANC.
Fucus patens	6		Geranium terebinthinaceum	t 2	
» plumosus	2		» triste	t 2	
» polyspermus	2		» zonale	t 2	
» purpureus	6		Geum urbanum	7	
» phyllanthus	2		Gladiolus communis	t 2. 3	
» ramosissimus	2		Glechoma hederacea		5
» sanguineus	6		Glycyrrhiza echinata	1	
» scoparius	2		Gnaphalium sordidum	1. 3. 7	
» spinosus	2. 6		Gomphrena globosa fl. rub.	t 2. 4	
» strictus	6		fl. rubro	t 2	
» tenerrimus	6		Gossypium herbaceum	t 1	
» tinctorius	6		Gramen	7	
» velutinus	6		Gratiola officinalis	t 2	
» vesiculosus L.	6		Gypsophilla muralis		5
» viridis	2		Hedysarum coronarium *ital.*		
» volubilis			*Sulla*	t 2. 7	3
varietas prolifera	2		Helianthus multiflorus	t 2	
Fumaria capreolata	t 2		Heliotropium	7	
» officinalis	1		» europaeum	t 2. 4	2
Galega officinalis	1	5	» peruvianum	t 1. 4. 2	
Genista canariensis?		1	Helleborus	7	
» florida		2	» lunariae folio	5	
Galium aparine	t 2		Helichrysum foetidum	3	
» luteum	7		Hemerocallis alba sive iapo-		
Genista florida	t 2		nica		5
» tinctoria	7		» coerulea	1	
Gentiana centaurium	7		» flava	1	3
Geranium	1		Hepatica	7	
» africanum arborescens	1		Herniaria glabra	t 2. 7	
» alchimilloides	t 2		Hesperis matronalis	7	
» capitatum rosae odore	t 2		Hibisus rosa sinensis	3	4
» columbinum	t 2		» malvaviscus		3
» inquinans	t 2		» syriacus		2
» moscatum	t 2		Hieracium incanum	t 2	
» noctu olens	2		» pilosella	1	
» odoratissimum	t 2		Holcus lanatus	1	
» robertianum	t 2		Hordeum murinum	1	
» romanum	t 2		Hortensia mutabilis	t 2	4
» sanguineum	t 2	1	Humulus lupulus	1	

	BIB. VAT.	LANC. BIB.
Hyacinthus comosus	*t* 2	
» Muscari	*t* 2	
Hyoscyamus albus	*t* 2	
» niger	*t* 2	
Hypericum arboreum	2	
» argenteum L.	2	
» perforatum	1	
» foetidum	1	
» quadrangulum		4
» androsaemum	4	
» ascyrum	7	
» cupressiforme	2	
» loreum	2	
» recurvatum	2	
» sericeum	2	
Hyppocrepis multisiliquosa	3	
Hyssopus officinalis	1	
Iberis umbellata		3
Illecebrum paronychia	7	
Impatiens balsamina	*t* 2. 4	
Inula dysenterica	*t* 2	2
» salicina	7	
Iris	1	
» germanica	3	
Isatis tinctoria (*ital. Guado*)		4
Ixia bulbocodium Linn. Romulea Maratti	5	
» crocata		1
» sinensis	*t* 2	
Ixora americana	*t* 2	
» americana		3
Jasione montana	1	
Jasminum azoricum		2
» fruticans	4	
» grandiflorum vul. *Gelsolmino di Catalogna*		2
» simplicifolium		2
Juglans nigra		5
Juniperus communis	1	

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Juniperus sabina	1	
Justicia adhatoda	1	
» coccinea	*t* 2	
Jungermannia platiphylla	2	
» rubra	2	
Lactuca virosa		1
Lagurus ovatus		3
Lamium amplexicaule	1	
» maculatum	3	
» orvala	4	
» purpureum	4	3
» rubrum	7	
Lantana		4
» camara	7	
Lathyrus cicera	7	
» clymenum	7	
» climenum ? Pisum sativum Gilii. Poggioli	3	
» coeruleus	3	
» odoratus	7	
» sativus	3	
Laurus camphora		1
» nobilis	1	
Lavandula dentata. vulg. *Spigo Nardo*		4
» multifida		4
» pinnata		4
» spica	7	
Lavatera arborea *ital. Malva arborea*		5
Leontodon	1	
» hastile		5
» taraxacum	1	
Lepidium graminiferum		4
» graminiferum aa. fol. radical.		4
» latifolium		1
» sativum	7	
Leucoium	1	

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Lichen auricula	2	
» candelarius	2 6	
» caninus	2	
» ceranoides	2	
» cocciferus	2	
» fimbriatus	2 6	
» floridus	2	
» pixidatus	2	
» pulmonarius	2	
» rangiferinus	2	
» scopulorum	6	
» sterilis	2	
» tartareus	2	
Ligustrum vulgare	t 2. 7	
Lilium	1	
Limonium	1	
Linum arvense	7	
» usitatissimum	1	
Lippia americana		2
Liquidambar imberbe		5
Lobelia cardinalis		4
» fulgens		4
Lolium perenne aristatum	1	
Lonicera caprifolium	7	3
» Emi. ab Auria	7	
» sempervirens	1	
» pyrenaica		3
» zilosetum		4
Lotus conjugatus	1	
» corniculatus (min.)	1	
» hirsutus		5
» jacobaeus	7	
» marinus		4. 5
» recta		4
» tetragonolobus	7	
Lupinus albus	7	
Lycnis	1	
» calcedonica fl. pl.	t 1	
Lychnis dioica fl. pl. rubr.	t 2	4

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Lychnis dioica	t. 2	
Lycium afrum		4
» barbatum		5
» flos cuculi	t 2	
» viscaria	t 2	
» barbatum	t 1	
Lycopodium clavatum L.	2	
Lycopus europaeus		4
Lysimachia	1	
Lithospermum	1	
Lytrum salicaria	t 2.3	2
Malope malacoides		4
Malva capensis	t 2	1
» caroliniana	3	
» miniata	t 2	
» rotundifolia	t 2	
Marrubium nigrum	7	
» pseudo-dictamnus	7	
Marchantia polymorpha	2 1	
Marsilea quadrifolia L.	2	
Martynia	1	
» annua	t 1	
Matricaria partenium	t 1.7	
Medicago	7	
» arborea	t 2	3
» maritima		1
Melia azederac	1	3
Melampyrum cristatum		2
Melianthus major		3
» minor	t 1	
Melica Laimalli	1	
» lanata	1	
Melissa calamintha	t 1	
» inodora	1	
» nepeta		
vulg. mentuccia		4
» officinalis	t 1	
Melothria pendula	7	
Menispermum virginicum	7	

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Mentha arvensis	t 1	
» crispa	7	
» piperita	4	
» pratensis		5
» pulegium		5
» rotunda	7	
» rotundifolia	4	
Mercurialis annua	7. 4	
Mesembryanthemum	1	
» cordifolium	t 1	
Mespillus germanica	7	
Messerschmidia fruticosa		2
Milleria	t 1	
» angustifolia		3
Mimosa farnesiana	7	
» filicoides		5
» leucocephala		4
Mirabilis dichotoma	t 2	
» Jalapa	t 2	
» Jalapa fl. lut.	4	
» longiflora	t 2	
Molucella laevis	7	
Momordica balsamina	t1.4.7	
» elaterium	t 1	
» luffa	t 1	
Monarda fistulosa	t1.5	
Morus papyrifera	t 1	
Myostis scorpioides	t 2	
» » arvensis	4	
Myrica serratifolia	5	
Myrtus fl. pleno	7	
Narcissus pseudo narcissus	1	
Nepeta nepetella	t 1. 4	3
Nerium oleander	t 1. 7	
» » fl. alb.	t 1	
» » fl. pl.	t 1	
Nicotiana tabacum	t 1	
Nigella arvensis	1	

	BIB. VAT.	BIB. LANC
Nigella damascena	t 1. 3	
» orientalis	1	
» sativa	t 1	
Nolana prostrata	t 1	3
Nymphea	1	
Ocymum	7	
» basilicum anisatum	t 2	
» minimum violaceum	t 2	
Oenothera biennis	t 2	
» mollissima	t 2	
» rubra	t 2	
Olax europaea	7	
Olea fragrans		4
Ononis fruticosa	7	
» spinosa	1	
» viscosa	7	
Onosma echioides		3
Ophioglossum vulgatum	2	
Ophrys arachnites	t 2	
Orchis coriophora		1
» laxiflora		1
» militaris	4	
» pyramidalis		3
Origanum dictamnus	t 2. 4	
» » cretica		5
Ornithopus compressus	5	
Orobanche major	t 2	4
» ramosus		4
Osmunda lunaria	2	
» regalis	2	
Oxalis acetosella	5	
» pes caprae	t 2	
» purpurea	t 2	
Panicum colonum	1	4
» dactylon	1	
» verticillatum	4	
» virginicum	5	
Papaver	1	
» rhoeas	t2.1.4	

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Papaver sommiferum	t 2. 4	
Parietaria officinalis	3	
Pascalia glauca	t 2	
Paspalum stoloniferum	1	
Passerina hirsuta		1
Passiflora	1	
Passiflora coerulea	t 2. 4	
» foetida	t 2	
Periploca graeca	t 2	2
Petiveria alliacea		5
Phalaris arundinacea picta	1	
Phaseolus vulgaris	7. 3	
» » puniceo flore vulg. *fagiolo turchesco*		2
Philadelphus coronarius	7. 4. 1	3
» inodorus	7	
Phillyrea media	7	
Phlomis fruticosa	7	
» leonurus	3	
Physalis Alkekengi	7. 3	
» peruviana	3	
Phytolacca americana	1	
» decandra		2
Picris echioides		5
Pilosella	1	
Pinus abies	1	
» silvestris	1	
Piqueria trinervia	1	4
Pistacia lentiscus		
» terebinthus	1	
» vera	1	
Plantago afra	1	5
» coronopus	t 2. 3	
» cynops	3	
» lanceolata	t 2. 3	
» major	7. 5	
» medica	t 2	
» psyllium	t 2.3.7	
Platanus occidentalis	1	

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Poeonia officinalis	t 2. 3	
Polygala annua		2
» vulgaris		2
» fagopyrum	7	
Polygonum orientale fl. alb..		2
» persicara	7. 4	2
Polycarpon tetraphyllum	1. 3	
Polychnemum arvense	5	
Polypodium dryopteris	3	
» fontanum	2	
» vulgare	4. 2. 1	4
Populus angulata		5
» tremula	1	
Potamogeton gramineum	5	
Potentilla anserina		3
» reptans	t 2	
Poterium sanguisorba	t 2	
» spinosum	t 2. 1	
Prenanthes viminea	1	5
Primula veris flore luteo	4	
» auricula		4
» » fl. luteo plen	5	
» farinosa	1	
Prunella vulgaris		2
Prunus domestica	7	
» lusitanica	4	
» padus		5
Psoralea bituminosa	t 2	2
» glandulosa *Culen degli americani The del Messico*	t 2. 5	2
Pulmonaria officinalis	3	
Punica flor. pl.	1	
Pyrus	1	
» marus	7	
Quercus crinita		5
» ilex		5
» robur		5
Ranuncficulus ficaria	t 2	

	BIB. VAT.	BIB. HANC.
Ranunculus flammula	3	
» repens fl. pl.	t 2. 3	
Reseda calcitrapa	1	
» fruticosa	1	
» odorosa	1	
» phyteuma	t 2	
» undata	t 2	
Rhamnus alaternus	1	
» palyurus	t 2	
Rhamnospermum articulatum	2	
» anastomizans	2	
» integrum	2	
» forcipatum	2	
» vaginans	2	
Rhamnus ziziphus	1	
» »	t 2	
Rhododendron ponticum	1	
Rhus coriaria Linn.	1	
» cotinus	7	1
» lucidus	1	4
Rhinanthus crista galli	1	
Rivina humilis		4
Robinia hispida	1	
» pseudoacacia	t 2. 1	
» rosea	t 2. 1	
Rosa	7	
» bicolor	5	
» burgondiaca		3
» canina	t 2. 4	
» damascena		3
» semperflorens	t. 2	3
» sempervirens	4	
Rosmarinus officinalis	t 2. 7	4
Rubia tinctorum	1	3
Rubus canadensis	7	
» fl. ple.	7	
» idaeus	t 2	
Rudbeckia triloba	7	
Ruellia clandestina	7	

	BIB. VAT.	BIB. HANC.
Rumex acetosa	t 2	
» bucephalophora	7	
» patientia	7	
» lunaria	7	
» vesicaria	7	
Ruschus hyppophyllum	7	
» racemosus	1	
Ruta graveolcens	5	
» muraria	2	
Salix	1	
» babylonica	1	
» helix		2
Salvia		1
» angustifolia	4	
» aurea	7	
» coccinea	t 2. 4	2
» formosa	t 2	
» glutinosa *inventa prope lac Nermorense a D. Poggioli ann.* 1815.	7	
Salvia horminum	t2.3.7	
» officinalis varieg.	t 2	
» pratensis	t 2	
» sclarea	t 2	
Sambucus nigra	t 2. 4	
Samolus Valerandi		5
Santolina chaemoecyparissus	7	
Sanvitalia procumbens	4	
Sapindus chinensis		5
Saponaria fruticosa	1	
» officinalis	t 2. 3	
Santureia graeca	3	
» hortensis	3	
» montana	4	
Scabiosa arborescens	7	
» purpurea sive atropurpurea		3
Schinus molle *albero vulg. del Pepe*	5. 7. 1	

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Scorpiurus subvillosa	5	
» vermiculata	7	
Scorzonera lanciniata		1
Scrophularia nodosa	*t* 2	
» peregrina	3	
» scorodonia	7	
Scutellaria	7	
Scyrpus romanus		4
Sedum album	1	
» cruciatum	*t* 2	
» minus	*t* 2	
» reflexum	*t* 2	
» thelephium	*t* 2	
Senecio vulgaris	7	
Serapias microphylla		1
Sesamum orientale		5
Sideritis romana	7	
» prostrata		4
Silphium terebinthinaceum	3	
Smilax aspera *vulg. salza nostrale, straccia braghe*		3
» variegata	4	
Solanum bonariense		4
» dulcamara	3	
» nigrum	7. 1. 4	
» pseudo-capsicum	4	
» pyracanthos		4
Solidago canadensis	*t* 2. 3	3
» virga aurea	7	
Sonchus laciniatus		5
» » asper	3	
» » lacerus		4
» tenerrimus	7	
Sorbus aucuparia		5
Spartium junceum	1	
Spilanthes oleracea	1	4
Spinacia oleracea	*t* 2	
Spiraea filipendula	1	
» hypericifolia	7	
Spiraea opulifolia	7	
» salicifolia		2
Stachys pratensis	5	
» sylvayca	7	
Staphylea pinnata Linn.	1	
Statice armeria	1	
» limonium	1	2
Styrax officinale	3. 7	
Sideritis erecta	5	
Symphitum major	7	
» officinale	*t* 2. 7	
Syringa persica laciniata		5
» vulgaris	T. 2	
» » fl. coeruleo		5
» » fl. albo		5
Tagetes lucida (Cavanill.)		2
» patula	3	
» simplicifolia	4	
Tamarix gallica	7	
Tamus communis	7	
Tanacetum vulgare *vulg. matricalone*	7. 3. 2	
Taxus baccata	1	
Tetragonia ivaefolio		4
Teucrium album	7	
» asiaticum	3	
» chamaedrys	7. 3	5
» fruticans	7	1
» hircanum	3. 5	
» polium *vulg. Polio montano*		2
» scordium		2
» scorodonia		2
Thalictrum	7	
Thapsia asclepium	7	
Thuya occidentalis	1	
Thymus cephalotus	*t* 3. 4	
» piperella *potius Satureja hortensis vulg. er-*		

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
ba pepe.	7	
Tilia europaea	1	1
Trachelium coeruleum	1 4	
Tremella purpurea	6 2	
» saccata	6	
Tribulus terrestris	3.7.4.	
Trichosanthes anguina	*t* 3	
Trifolium	1	
» angustifolium		4
» bullatum	3	
» fragiferum	3	
» hybridum	3	
» lagopus	3	
» lotus	7	
» melilotus		1
» » italicum		5
» » officin.		5
» pratense	3	
» repens	5	
» rubens		4
» stellatum		1
» strictum	3	
» vesciculosum		5
Trigonella foenum graecum	*t* 3	
Tropaeolum majus	5	
Tulipa gesneriana	*t* 3	
Tussilago farfara	*t* 3	
Ulex europaeus	*t* 3	
Ulva cartilaginea	6	
» dichotoma	6	
» epiploides	6	
» favonia	6	
» furcata	6	
» intestinalis	6	
» lactuca	6	
» mesenterica	6	
» purpurea	6	
» scolopendria	6	
» strangulata	6	

	BIB. VAT.	BIB. LANC.
Ulva umbilicalis	6	
Urtica nivea	*t* 3. 3	
» pilulifera	3	
» urens	3	
Valantia cruciata	*t* 3. 7	2
» hispida	7	
» muralis	7	
Valeriana dicotoma	7	1
» locusta	*t* 3. 5	
» rubra	*t* 3. 1	
» » flore albo	7	
Verbascum sinuatum	3	
Verbena aubletia		5
» officinalis		2
» triphylla (Wild) *Zappania citriodora* (Lamb. Enc.) *Aloysia citriodora* (Gilii. Oss. Fitol. 1679)		2
Verbesina alata	4	2
Veronica anagallis	5	
» beccabunga	7	
» hybrida Linn. *Veronica mas? spira longissima*	5	
» officinalis Linn. *Veronica mas supina et vulgatissima* Bauh. pinn.	5	
» officinalis *Veronica foemina Fuschsii*	5	
» spicata		2
Viburnum lantana	1	
» opulus	*t* 3. 7	
» » roseum	7	
» tinus	*t* 3. 7	
Vicia faba	*t* 3. 5	
» sativa	3	
Vinca major	*t* 3. 3	5
» minor	*t* 3	
» rosea	*t* 3. 7	
» » fl. alb.		2

	BIB. VAT.	BIB. LANC.		BIB. VAT.	BIB. LANC.
Vinca variegata		5	Xanthium strumarium	t 3. 4	
Viola odorata	t 3. 4		» spinosum	3	4
» » fl. alb.	t 3. 4		Xeranthemum sesamoides	3	
» » fl. plen.	t 3		» annuum	5	
» tricolor	t 3. 3		Yuca gloriosa	1	
» » variegata	t 3		Zinnia pauciflora	5	
Vitex agnus castus	t 3. 7		» multiflora	5	
Vitis arborea		2			

Lo stato di conservazione degli esemplari raccolti è vario come vario il modo di fissarli sulla carta. Alcuni addossati semplicemente e tenuti fermi da ponticelli della medesima carta che attraversano il foglio da parte a parte, e questi sono i più conservati, altri aderiscono per mezzo di una materia glutinosa, e questi con locali deperizioni per la erosione del tarlo: nessuno ebbe gl'importanti preparati oggi in uso per accrescerne la durata.

Doveva quì riserbarsi un posto per l'elenco della collezione ornitologica frutto anch'essa delle fatiche del distinto naturalista; il che avrei fatto qualora mi fosse stata offerta occasione di rintracciare qualche cosa nelle carte del Gilii od altrove: ma nè quelle, nè la Biblioteca Lancisiana, nè il museo zoologico della Romana Università, mi hanno fornito indicazioni. L'opera soltanto di Gilii sulla Romana Ornitologia potrà forse dare qualche lume intorno agli esemplari dal medesimo in questo genere raccolti e custoditi nella sua collezione.

COMUNICAZIONI

Ferrari, P. G. St. – *Massimi e minimi delle macchie solari e delle straordinarie perturbazioni magnetiche per l'anno* 1876.

Il P. G. St. Ferrari presentò all'Accademia la 10ª Comunicazione intorno alla relazione fra i massimi e minimi delle macchie solari e le straordinarie perturbazioni magnetiche, nella quale, seguendo il metodo tenuto nelle precedenti comunicazioni, si pongono ad esame i fenomeni solari e magnetici per l'anno 1876. Dal semplice aspetto della curva che li rappresenta apparisce manifesta ancora per quest'anno la già dimostrata correlazione, la quale tanto più si manifesta in quanto che il numero delle macchie si accosta all'epoca del suo minimo essendo disceso dalle 304 del 1871 a sole 58 nel 1876. Dalla curva suddetta apparisce eziandio confermata la 2ª legge propria degli anni di minore attività: che cioè, le perturbazioni oltre ad essere generalmente assai più deboli, avvengono principalmente quando nel Sole di pulito che era si formano alcune macchie.

Conchiuse poi col far notare la coincidenza perfettissima fra le principali perturbazioni accadute in Roma e quelle osservate a Stonyhurst in Inghilterra, il che è una prova manifesta dell'ordine cosmico al quale vogliонsi riferire tali fenomeni.

L'estesa pubblicazione di cotesti risultati verrà riunita al seguito di queste osservazioni per gli anni successivi.

Armellini, prof. T. – *Singolari risultati sopra il telefono.*

Il prof. Armellini comunicò due singolari risultati sopra il telefono, l'uno pratico relativo al perfezionamento ottenuto di questo istrumento e reso atto a cavare la voce chiara e distinta, di grande intensità; l'altro teorico in ordine ai suoni prodotti da alcuni rocchetti elettro-magnetici; i quali essi manifestano se posti in relazione con un microfono, innanzi al quale si traggano suoni. Non è indifferente la lunghezza e la grossezza del filo del rocchetto, e che in certe determinate proporzioni può produrre suoni assai forti, che possono divenire assordanti e fragorosi, se il rocchetto sia posto assai prossimo alla parete di fondo di un vaso cilindrico di ferro.

Stante il ritardo della pubblicazione degli Atti, l'Autore ha potuto unificare questa comunicazione colla memoria « *Nuovi Apparecchi telefonici* » pubblicata nel 1° fascicolo di questo stesso anno.

De Rossi, prof. M. S. – *Di un sepolcro neolitico; e sulle tracce dei terremoti negli antichi monumenti.*

Il prof. Michele Stefano De Rossi fece due comunicazioni d'argomento misto geologico ed archeologico. Narrò prima una importante scoperta di un sepolcro neolitico scavato entro il travertino fluviale in prossimità della stazione di Sgurgola nella proprietà del sig. Cav. Ambrosi di Anagni. Questo sepolcro conteneva ben conservato lo scheletro dell'uomo ripostovi, nonchè le sue armi in pietra, una freccia in bronzo ed un rozzissimo vaso di terracotta. Disse di riservare ad una adunanza archeologica tutte le particolarità e i ragionamenti che interessano le ricerche di cotesta scienza; e nella Accademia presente svolse piuttosto le considerazioni geologiche ed antropologiche. Notò la forma dolicocefala del cranio con qualche piccola anormalità individuale e la niuna singolarità delle altre parti dello scheletro.

Quanto alle indagini geologiche rilevò la molta importanza della posizione del sepolcro sul culmine della gibbosità del terreno, che è insieme sponda d'una dilatazione fluvio-lacustre quaternaria rivestita da un letto alto circa 12 metri di travertino parimenti quaternario. Allo studio della posizione del sepolcro aggiunse altri dati relativi alla posizione incerta quanto al punto, ma certa quanto alla prossimità a quel luogo della stazione o villaggio di dimora della popolazione cui appartenne quell'uomo; e ne dedusse essere altrettanto evidente la posteriorità di quel sepolcro al periodo quaternario quanto il non essere il regime idraulico di quella contrada ridotto allora allo stato odierno, ma avervi esistito un residuo più o meno limitato della suddetta dilatazione fluvio-lacustre. Questa conclusione è del più alto rilievo nella questione della cronologia o della concatenazione dei tempi preistorici e storici e delle loro relazioni verso i fenomeni geologici diluviali.

Colla seconda comunicazione il De Rossi riferì uno studio da lui intrapreso sugli antichi monumenti danneggiati dai terremoti per verificarvi le tracce della legge fondamentale meccanica dei medesimi da lui scoperta e formolata così: ***Allo scuotimento di una linea di frattura terrestre corrisponde la ondulazione trasversale dei suoi labbri.*** Disse che fra i luoghi diversi, sui quali avea egli istituito le dette ricerche monumentali, avea preso cura speciale di studiare le rovine di Pompei, le quali conservano le tracce non solo della catastrofe celeberrima del 79, ma eziandio del grande terremoto che quasi la distrusse sedici anni prima, cioè nel 63 dell'èra nostra. A tal fine cominciò dall'analizzare il passo di Seneca che descrive i fatti materiali di quel terremoto in tutta la regione Campana, dalla quale descrizione interpretata e trasformata in dati scientifici il riferente determinò

che quel terremoto ebbe per radiante principale una frattura geologicamente nota della contrada Vesuviana e diretta dal Nord al Sud. Esaminate infatti le rovine Pompeiane se ne deve concludere che quella città subì le onde sismiche rovinose dall' Est all' Ovest, lo che corrisponde esattamente colla legge sopra accennata. Ciò poi che ha coronato la verità e la certezza della interpretazione fisico-monumentale rinvenuta dal riferente è stato l'aver il riferente stesso incontrato in Pompei nelle parti di recente escavazione un'ara votiva domestica dedicata agli dei penati precisamente in memoria del terremoto del 63, perchè in connessione coi ristauri fatti in seguito a quel disastro. Sopra quest'ara vi è un bassorilievo rappresentante Pompei ed in particolare il tempio centrale del foro, che cade per il terremoto. Tale caduta è rappresentata secondo il rigore della verità cioè come rovinante dall'Est all' Ovest e secondo anche le tracce che oggidì tuttora si veggono dalle lesioni nelle rovine del tempio stesso. Di questo prezioso e curioso monumento sismico-archeologico, il riferente potè mostrare un disegno, che gentilmente gli è stato permesso di fare dalla direzione governativa degli scavi.

Boncompagni, Principe D. B. – *Presentazione di una memoria.*

Il signor D. B. Boncompagni presentò uno scritto del P. Teofilo Pepin, d. C. d. G. socio corrispondente dell'Accademia stessa intitolato: *Études sur quelques questions d' arithmétique supérieure.* Questo scritto verrà stampato negli Atti successivi.

Boncompagni, Principe D. B. – *Presentazione di un' opera.*

Il principe D. B. Boncompagni presentò a nome del Ch. Prof. Antonio Favaro di Padova la recente sua opera intitolata: *Notizie storico-critiche sulla costruzione delle equazioni,* e ne diè un breve ragguaglio.

COMITATO SEGRETO

Dopo le letture l'Accademia si adunò in Comitato segreto e sulla proposta del Comitato accademico elesse a pieni voti membri corrispondenti stranieri S. E. Monsignore Ludovico Haynald Arcivescovo di Colocza, il Ch. Sig. Conte Bartolomeo de Basterot e il Ch. Sig. Conte Pietro di Brazza-Savorgnan.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Commend. A. Cialdi, Presidente – P. F. S. Provenzali – Prof. M. Azzarelli – P. G. Foglini – Commend. C. Descemet – Prof. F. Ladelci – Dott.

M. Lanzi – Prof. T. Armellini – P. F. Ciampi – Dott. D. Colapietro – Conte Ab. F. Castracane – P. G. S. Ferrari – Monsignore F. Regnani – P. G. Lais – D. B. Boncompagni – Prof. M. S. de Rossi, Segretario.

La sessione aperta legalmente alle ore $3\frac{1}{2}$ p. fu chiusa alle $5\frac{1}{2}$

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti del Reale Istituto d' incoraggiamento alle scienze naturali economiche e tecnologiche di Napoli.* — 2ª Serie — Tomo XV. — Napoli, ecc. 1878. In 4.°
2. *Atti del Reale Istituto Veneto di scienze, lettere ed arti dal novembre* 1878 *all' ottobre* 1879 *Tomo V, Serie V.* — *Dispensa* Iª—IIª. — Venezia, ecc. Tip. di G. Antonelli 1879. In 8.°
3. *Bulletin de l'académie impériale des sciences de St.-Pétersbourg.* — Tome XV. — Num. 3. — Janvier, 1879. In 4.°
4. *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche pubblicato da B. Boncompagni, ecc.* — Tomo XI. — Luglio e Novembre 1878. — Roma, ecc. 1878. In 4.°
5. DESIMONI (C.) — *I viaggi e la carta dei fratelli Zeno veneziani* (1390—1405). — Firenze, ecc. 1878. In 8.°
6. DEL GIUDICE (F.) — *Lavori accademici del R. Istituto d' incoraggiamento alle scienze naturali economiche e tecnologiche di Napoli nell'anno* 1878, *e cenni biografici de'socii Giuliano Giordano, Francesco Ronchi e Domenico Presutti, ecc.* — Napoli, ecc. 1879. In 4.°
7. FAVARO (Antonio) — *Notizie storico-critiche sulla costruzione delle equazioni, ecc.* — Modena, ecc. 1878. In 4.°
8. *La Natura* — *Direttore Lamberto Cappanera* — Vol. III. — Num. 4 — 16 Febbraio 1879. In Firenze, ecc. 1879. In 8°.
9. *Monatsbericht der königlich preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.* — September et October 1878. — Berlin, ecc. 1879. In 8.°
10. *Polybiblion.* — *Revue Bibliographique Universelle* — *partie Technique ecc.* Deuxième Série. — Tome Cinquième, — XXVII de la collection. — Paris ecc. 1879. In 8°.
11. —— *Partie littéraire.* Deuxième série — tome neuvième — XXVe de la Collection, Première livraison — Janvier — Paris, etc., 1879. In 8.°
12. *Rendiconto della R. Accademia delle scienze fisiche e matematiche.* — Fascicolo 8—12. — Anno XVII. — Agosto—Decembre 1878. In 4.°
13. RESPIGHI (Prof. Lorenzo) — *Elogio del P. Angelo Secchi detto nell'Accademia Tiberina.* Estratto dalla *Voce della Verità.* — Roma, ecc. 1870. In 8.°
14. VIMERCATI (Guido). — *Rivista Scientifico-Industriale, ecc.* — Firenze, Tip. dell'Arte della Stampa, ecc. 1879. In 8.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE IVª DEL 16 MARZO 1879

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. ALESSANDRO CIALDI

MEMORIE E NOTE

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

SULLE PROTUBERANZE E MACCHIE SOLARI OSSERVATE NEL 1878 ALL'OSSERVATORIO DEL COLLEGIO ROMANO

DAL P. G. ST. FERRARI

Fedeli al programma tracciato dal nostro venerato padre e maestro il P. Angelo Secchi ed animati dal favore dimostratoci dai nostri colleghi nella Scienza astronomica che ripetutamente ci hanno manifestato il vivo lor desiderio, che i nostri studj sopra la fisica Solare non vengano menomamente interrotti; riproduciamo secondo il metodo già altre volte usato, i quadri riassuntivi intorno al numero ed all'estensione delle macchie, delle facole delle protuberanze solari per ciò che riguarda i sopradetti fenomeni e nell'anno 1878.

L'aspetto dei quadri pel 1° Semestre ci mostra come proseguì in esso la medesima diminuzione di attività sulla superficie solare, quale manifestavasi nel 2° Semestre del 1877 e che fu pubblicata nel num. 5 del bullettino del 1878. Per ciò che spetta la Tav. 1ª è manifesta la diminuzione, specialmente se si consideri l'area di superficie perturbata. Lo stesso vuol dirsi per la Tav. 2ª quanto al numero generale delle protuberanze, essendo tanto per l'emisfero Nord quanto per l'emisfero Sud ridotto presso-

chè alla metà di quello del Semestre precedente. Nella Tavola 3ª che dà l'altezza delle protuberanze, i numeri sono di pochissimo più elevati di quelli del semestre precedente; nella Tav. 4ª poi si hanno i medesimi valori, per ciò che spetta la larghezza delle protuberanze, che nel semestre precedente. Nella tavola 5ª che esprime l'area media delle protuberanze, rimanendo eguale la somma per le protuberanze, nell'emisfero Nord, si ha un leggero aumento per quelle dell'emisfero Sud. Viceversa nella Tav. 6ª quanto all'estensione delle facole si ha un leggiero aumento per quelle al Nord ed una riduzione alla metà per quelle dell'emisfero Sud.

Quanto al 2° Semestre, per ciò che riguarda principalmente ed il numero e la superficie delle macchie, si scorge una notevolissima diminuzione; conciossiachè, rimanendo pressochè uguale il numero dei giorni d'osservazione nel 1° Semestre i gruppi furono soltanto 4. Per ciò che riguarda il numero generale delle protuberanze, si ebbe una piccola diversità con leggiero aumento al Nord. Quanto alla loro altezza e larghezza non vi fu notevole diversità. L'area media fu minore nel suo totale, e ciò devesi alla diminuzione delle protuberanze al Sud essendo disceso il valore medio per questo emisfero da $222{,}9^{mmq}$ a $180{,}2^{mmq}$. Quanto all'estensione delle facole in gradi di circonferenza, il valore medio sì generale, come parziale pei due emisferi si mantenne pressochè eguale a quello del 1° Semestre. Un'occhiata, anche solo superficiale, su questi quadri parla chiaramente da se sola, e ne dispensa da ulteriore discussione.

Come appendice riproduciamo lo specchio comparativo della variazione media diurna della declinazione magnetica osservata in alcuni osservatorii d'Europa in confronto colla diminuzione undecennale delle macchie sulla superficie solare. L'uniformità dei risultati è notevole: che se vi sono delle piccole differenze, ciò deve attribuirsi principalmente al diverso modo che da vari osservatori è tenuto nel fare le riduzioni. Vi ha chi deduce l'escursione diurna partendo da due ore tropiche fisse, come p. es. a Milano quella fra le 8^h ant. e le 2^h pom. Altri invece la deduce dal massimo e minimo osservato nella giornata in qualunque ora esso cada. Altri esclude dalla riduzione le perturbazioni, riconosciute tali secondo una convenzione adottata. Altri invece ve le comprende. È manifesto che per tal guisa debbono aversi delle sensibili differenze fra i vari luoghi; tutti però saranno sufficientemente comparabili con se stessi.

Ed è perciò che noi abbiamo fino dal 1859 tenuto sempre lo stesso metodo; ed è quello di prendere il massimo e minimo diurno assoluto, e di non escludere le perturbazioni, così i nostri valori sono comparabili e vanno d'accordo colla diminuzione undecennale delle macchie sulla superficie del sole. Fino a tanto che non si adotti per legge dagli scienziati un metodo comune e ben definito, proseguiremo la nostra serie adoperando il metodo fin qui tenuto.

ANNI	NUMERO DELLE MACCHIE	VARIAZIONE MEDIA DIURNA DELLA DECLINAZIONE MAGNETICA					
		Monaco	Praga	Cristiania	Milano	Roma	Parigi
1870	305	12'.27	11'.47	9'.95	11'.52	10'.97	»
1871	304	11. 70	11. 60	9. 86	10. 70	11. 18	»
1872	292	10. 96	10. 70	9. 21	10. 32	10. 65	»
1873	215	9. 12	9. 05	9. 72	8. 64	9. 01	»
1874	159	8. 33	7. 98	7. 09	7. 77	8. 11	»
1875	91	7. 05	6. 73	5. 66	5. 78	6. 97	»
1876	57	6. 79	6. 47	5. 48	6. 31	6. 82	6.3
1877	48	6. 61	5. 95	5. 20	5. 68	6. 63	6.2
1878	49	»	5. 65	5. 79	5. 30	6. 22	5.4

RIASSUNTO DELLE PROTUBERANZE NEL 1878

SEGUITO DELLA TAVOLA I.

(Vedi Vol. XXXII pag. 46).

NUMERO PROGRESSIVO DELLE ROTAZIONI	DATA DEL PRINCIPIO DELLA ROTAZIONE	PROTUBERANZE				MACCHIE			
		SOMMA DELLE PROTUBERANZE NELL' EMISFERO		NUMERO DEI GIORNI D' OSSERVAZIONE	N.° TOTALE DIVISO PER I GIORNI	NUMERO DEI GRUPPI	SUPERFICIE OCCUPATA IN mm QUAD.ti	NUMERO DEI GIORNI D'OSSERV.	SUPERFICIE DIVISA PEL NUMERO DEI GIORNI
		NORD	SUD						
LXXXIX	22 Dicemb. 1877	13	11	6	4·0	1	4·3	10	0·4
XC	19 Genn. 1878	14	19	13	2·5	4	50·0	15	3·3
XCI	15 Febbraio	18	21	14	2·8	3	67·0	19	3·5
XCII	15 Marzo	18	16	8	4·2	3	17·0	11	1·5
XCIII	11 Aprile	18	13	10	3·1	0	0·0	10	0·0
XCIV	9 Maggio	11	13	11	2·2	2	123·5	19	6·5
XCV	5 Giugno	17	13	13	2·3	4	17·3	17	1·0
XCVI	3 Luglio	36	28	17	3·7	0	0·0	19	0·0
XCVII	30 Luglio	25	27	17	3·0	0	0·0	19	0.0
XCVIII	27 Agosto	36	19	15	3·7	0	0·0	16	0·0
XCIX	23 Settembre	23	19	11	3·8	1	58·0	20	2·9
C	21 Ottobre	3	2	2	2·5	1	39·0	11	3·5
CI	17 Novembre	4	3	5	1·4	2	5·7	12	0·5

SEGUITO DELLA TAVOLA II.

NUMERO GENERALE DELLE PROTUBERANZE

NUM.° PROGRESSIVO DELLE ROTAZIONI	EMISFERO NORD. da 90 a 80	80 70	70 60	60 50	50 40	40 30	30 20	20 10	10 0	EMISFERO SUD. da 0 a 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90	SOMME N.	SOMME S.	NUM.° TOT.° DIVISO PER I GIORNI	GIORNI DI OSSERV.
1.° SEMESTRE 1878.																						
LXXXIX	»	»	»	1	6	1	3	2	»	2	1	3	»	4	1	»	»	»	13	11	4·0	6
XC	»	»	»	1	7	1	2	2	1	5	1	2	7	2	2	»	»	»	14	19	2·5	13
XCI	»	»	2	6	8	1	»	»	1	3	2	3	3	8	2	»	»	1	18	21	2·8	14
XCII	»	»	»	4	4	3	2	2	3	1	2	1	9	3	»	»	»	1	18	16	4·2	8
XCIII	»	»	2	1	10	1	»	2	2	3	2	1	2	1	1	»	3	»	18	13	3·1	10
XCIV	»	»	»	2	2	3	2	2	»	»	1	2	3	6	»	»	»	1	11	13	2·2	11
XCV	»	1	»	2	6	4	»	3	1	1	2	2	3	1	1	1	1	1	17	13	2·3	13
SOMMA	»	1	4	17	43	14	9	13	8	15	11	14	27	25	7	1	4	4	109	105	3·0	75
2.° SEMESTRE 1878																						
XCVI	2	1	»	2	9	8	6	2	6	1	6	3	6	10	1	»	»	1	36	23	3·7	17
XCVII	1	»	2	1	4	9	2	4	2	3	5	3	3	8	1	1	»	3	25	27	3·0	17
XCVIII	2	»	»	3	14	7	2	5	3	1	1	4	5	2	6	»	»	»	36	19	3·7	15
XCIX	»	1	1	1	10	4	1	4	1	»	2	2	2	9	3	1	»	»	23	19	3·8	11
C	»	»	»	»	2	1	»	»	»	»	»	»	1	»	1	»	»	»	3	2	2·5	2
CI	»	»	»	1	1	1	»	»	1	1	»	»	1	1	»	»	»	»	4	3	1·4	5
SOMMA	5	2	3	8	40	30	11	15	13	6	14	12	18	30	12	2	»	4	127	93	3·0	67

SEGUITO DELLA TAVOLA III.

NUM.° PROGRESSIVO DELLE ROTAZIONI	EMISFERO NORD. da 90 a 80	80 70	70 60	60 50	50 40	40 30	30 20	20 10	10 0	EMISFERO SUD. da 0 a 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90	SOMME MEDIE Nord	SOMME MEDIE Sud	MEDIA GENERALE
1.° SEMESTRE 1878.									ALTEZZA DELLE PROTUBERANZE												
LXXXIX	»	»	»	9.0	7.5	12.0	8.5	10.5	»	8.5	10.0	8.2	»	9.0	6.0	»	»	»	9.5	8.1	8.8
XC	»	»	»	9.0	9.5	7.0	9.0	7.5	6.0	8.2	9.0	9.5	9.6	10.0	8.5	»	»	»	8.0	9.1	8.5
XCI	»	»	6.5	7.6	8.9	9.0	»	»	7.0	7.0	9.0	9.2	9.5	9.8	8.0	»	»	7.0	7.8	8.3	8.0
XCII	»	»	»	9.5	9.0	8.0	9.5	8.0	10.2	8.0	10.5	10.2	11.2	10.0	»	»	»	8.0	9.0	9.6	9.3
XCIII	»	»	7.0	14.0	9.5	12.0	»	7.5	10.0	10.0	9.5	14.0	14.0	10.0	13.0	»	9.0	»	10.0	11.3	10.6
XCIV	»	»	»	9.0	9.5	12.7	8.5	8.0	»	»	9.0	10.5	10.0	10.2	»	»	»	6.0	9.5	9.1	9.3
XCV	»	8.0	»	11.5	9.0	9.2	»	8.0	5.0	11.0	8.5	11.5	10.7	13.0	7.0	9.9	9.0	9.0	8.4	9.9	9.1
MEDIE	»	8.0	6.7	9.9	8.9	9.9	8.9	8.2	7.6	8.8	9.5	10.7	10.8	10.3	8.5	9.9	9.0	7.5	8.9	9.3	9.1
2.° SEMESTRE 1878.																					
XCVI	9.0	7.0	»	8.5	11.1	9.5	9.6	8.5	8.2	7.0	8.3	8.5	9.3	10.6	8.0	»	»	7.0	8.9	8.4	8.6
XCVII	7.0	»	7.5	10.0	11.2	10.5	12.5	8.5	9.0	12.0	10.6	8.5	9.7	10.8	10.0	10.0	»	8.0	9.5	9.9	9.7
XCVIII	9.0	»	»	10.7	10.0	10.9	9.5	11.8	8.7	9.0	8.0	10.0	9.8	8.5	8.5	»	»	»	10.1	8.9	9.5
XCIX	»	7.0	7.0	9.0	10.0	10.6	11.0	9.0	7.0	»	10.5	9.0	9.5	9.1	9.0	12.0	»	»	8.8	9.8	9.3
C	»	»	»	»	12.0	7.0	»	»	»	»	»	»	7.0	»	6.0	»	»	»	9.5	6.5	8.0
CI	»	»	»	10.0	13.0	6.0	»	»	7.0	7.0	»	»	7.0	12.0	»	»	»	»	9.0	8.7	8.8
MEDIE	8.3	7.0	7.2	9.6	11.2	9.1	10.7	9.4	7.9	8.7	9.1	9.0	8.7	10.2	8.3	11.0	»	7.5	9.3	8.7	9.0

SEGUITO DELLA TAVOLA IV.

NUM.° PROGRESSIVO DELLE ROTAZIONI	EMISFERO NORD. da 90 a 80	80 70	70 60	60 50	50 40	40 30	30 20	20 10	10 0	EMISFERO SUD. da 0 a 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90	SOMME MEDIE Nord	SOMME MEDIE Sud	MEDIA GENERALE
1.° SEMESTRE 1878.									LARGHEZZA MEDIA DELLE PROTUBERANZE												
LXXXIX	»	»	»	3.0	3.1	15.0	2.2	7.5	»	5.0	2.0	2.5	»	6.0	3.0	»	»	»	6.1	3.7	4.9
XC	»	»	»	3.0	5.3	4.0	1.5	2.0	2.0	4.6	2.0	2.0	2.6	1.0	2.0	»	»	»	2.9	2.4	2.6
XCI	»	»	2.0	3.8	5.9	3.0	»	»	3.0	2.3	5.5	2.2	4.2	7.2	6.0	»	»	7.0	3.5	3.9	3.7
XCII	»	»	»	8.0	3.5	2.2	3.0	3.0	2.0	6.0	5.0	1.0	4.5	3.7	»	»	»	1.0	3.6	3.5	3.5
XCIII	»	»	3.5	5.0	4.0	2.0	»	3.5	1.5	1.7	3.5	7.0	3.0	6.0	1.0	»	1.3	»	3.3	3.4	3.3
XCIV	»	»	»	6.5	9.0	8.3	1.0	5.5	»	»	1.0	2.0	9.5	4.0	»	»	»	7.0	6.1	4.7	5.4
XCV	»	4.0	»	4.5	4.5	4.7	»	3.7	2.0	2.0	2.5	4.5	6.0	9.0	2.0	2.0	2.0	2.0	3.9	3.5	3.7
MEDIE	»	4.0	2.7	4.8	5.1	5.6	1.9	4.2	2.1	3.6	3.1	3.0	4.9	5.2	2.8	2.0	1.6	4.2	4.2	3.6	3.9
2.° SEMESTRE 1878.																					
XCVI	6.0	3.0	»	2.0	3.7	2.5	5.8	2.0	3.8	2.0	4.5	6.2	6.7	3.3	3.0	»	»	1.0	3.6	3.8	3.7
XCVII	4.0	»	3.5	2.0	3.5	4.9	3.0	4.3	4.0	4.5	3.1	3.7	6.0	4.6	1.0	3.0	»	3.0	3.7	3.6	3.7
XCVIII	2.5	»	»	4.5	4.5	3.7	2.5	3.0	2.7	2.0	4.0	2.3	5.3	1.5	3.5	»	»	»	3.3	3.1	3.2
XCIX	»	3.0	4.0	6.0	3.2	4.5	6.0	6.0	3.0	»	3.5	3.5	3.0	4.6	5.0	4.0	»	»	4.5	3.9	4.2
C	»	»	»	»	7.0	5.0	»	»	»	»	»	»	2.0	»	5.0	»	»	»	6.0	3.5	4.7
CI	»	»	»	5.0	6.0	4.0	»	»	6.0	3.0	»	»	4.0	6.0	»	»	»	»	5.2	4.3	4.7
MEDIE	4.2	3.0	3.7	9.7	4.6	4.1	4.3	3.8	3.9	2.9	3.7	3.9	4.5	4.0	3.5	3.5	»	2.0	4.4	3.7	4.0

SEGUITO DELLA TAVOLA V.

NUM.° PROGRESSIVO DELLE ROTAZIONI	EMISFERO NORD. da 90 a 80	80 70	70 60	60 50	50 40	40 30	30 20	20 10	10 0	EMISFERO SUD. da 0 a 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90	SOMME N.	SOMME S.	TOTALE GENERALE
	AREA MEDIA DELLE PROTUBERANZE																				
1° semestre 1878																					
LXXXIX	»	»	»	27.0	27.3	180.0	19.7	79.5	»	42.0	20.0	20.0	»	61.2	18.0	»	»	»	333.5	161.2	494.7
XC	»	»	»	27.0	53.6	28.0	14.0	14.5	12.0	37.2	18.0	19.0	25.1	46.0	15.5	»	»	»	149.1	160.8	309.9
XCI	»	»	11.5	29.4	52.9	27.0	»	»	21.0	15.0	46.0	22.2	41.2	82.4	48.0	»	»	49.0	141.8	254.8	396.6
XCII	»	»	»	31.0	30.5	17.7	29.5	24.0	20.2	48.0	53.0	10.0	50.8	41.7	»	»	»	8.0	202.9	203.5	406.4
XCIII	»	»	23.0	70.0	35.5	24.0	»	27.0	15.0	17.5	33.5	98.0	45.0	60.0	13.0	»	11.7	»	194.5	278.7	473.2
XCIV	»	»	»	61.0	93.0	119.6	8.5	45.0	»	»	9.0	23.5	84.0	40.5	»	»	»	42.0	326.5	157.0	483.5
XCV	»	32.0	»	51.0	42.1	45.0	»	26.5	10.0	22.0	21.0	52.0	64.7	117.0	14.0	18.0	18.0	18.0	206.6	344.7	551.3
MEDIE	»	32.0	17.2	49.5	47.8	62.9	17.9	36.1	15.6	30.3	28.7	34.9	51.8	64.1	21.7	18.0	14.8	29.2	222.1	222.9	445.1
2° semestre 1878.																					
XCVI	51.0	21.0	»	17.0	41.5	23.4	54.3	17.0	23.0	14.0	34.0	49.5	64.3	34.3	24.0	»	»	7.0	248.2	227.1	475.3
XCVII	28.0	»	25.5	20.0	40.7	51.8	38.5	41.0	40.0	51.0	35.0	30.5	57.5	49.3	10.0	30.0	»	24.0	285.5	287.3	572.8
XCVIII	22.0	»	»	47.5	48.1	40.8	23.5	35.6	22.7	18.0	32.0	23.0	50.0	15.0	31.5	»	»	»	240.2	169.5	409.7
XCIX	»	21.0	28.0	54.0	33.0	47.0	66.0	54.5	21.0	»	34.5	31.5	28.5	42.7	47.3	48.0	»	»	324.5	232.5	557.0
C	»	»	»	»	80.0	35.0	»	»	»	»	»	»	14.0	»	30.3	»	»	»	115.0	44.0	159.0
CI	»	»	»	50.0	78.0	24.0	»	»	42.0	21.0	»	»	28.0	72.0	»	»	»	»	194.0	121.0	315.0
MEDIE	33.7	21.0	26.7	37.7	53.5	37.0	45.6	37.0	29.7	26.0	33.9	33.6	40.6	42.7	28.5	39.0	»	15.5	234.6	180.2	414.8

SEGUITO DELLA TAVOLA VI.

ESTENSIONE DELLE FACOLE IN GRADI DI CIRCONFERENZA

NUM.° PROGRESSIVO DELLE ROTAZIONI	EMISFERO NORD. da 90 a 80	80 70	70 60	60 50	50 40	40 30	30 20	20 10	10 0	EMISFERO SUD. da 0 a 10	10 20	20 30	30 40	40 50	50 60	60 70	70 80	80 90	SOMME N.	SOMME S.	TOTALE GENERALE
1° semestre 1878																					
LXXXIX	»	»	»	»	»	»	»	7.0	»	»	»	»	»	»	»	1.0	»	»	7.0	1.0	8.0
XC	»	»	»	»	4.0	»	»	2.2	3.0	4.7	1.0	»	»	»	»	»	»	»	9.2	5.7	14.9
XCI	»	»	»	»	2.0	»	»	»	5.5	»	»	»	»	»	4.0	»	»	»	7.5	4.0	11.5
XCII	»	»	»	»	»	»	»	6.7	1.7	»	»	»	»	»	»	»	»	»	8.4	»	8.4
XCIII	»	»	»	»	»	6.0	4.3	5.5	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	15.8	»	15.8
XCIV	»	»	»	»	»	»	4.0	»	6.0	5.0	»	»	»	»	»	»	»	»	10.0	5.0	15.0
XCV	»	»	»	»	»	3.0	7.2	3.2	5.7	5.0	»	»	»	»	»	»	»		19.1	5.0	24.1
MEDIE	»	»	»	»	3.0	4.5	5.2	4.9	4.4	4.9	1.0	»	»	»	4.0	1.0	»	»	11.0	4.1	12.7
2° semestre 1878.																					
XCVI	»	»	»	»	»	»	»	5.5	3.0	4.0	»	»	»	»	»	»	»	»	8.5	4.0	12.5
XCVII	»	»	»	»	»	1.5	3.0	4.0	7.0	»	»	»	»	»	»	»	»	»	15.5	»	15.5
XCVIII	1.5	1.0	»	»	»	»	3.5	1.5	7.1	2.5	»	»	»	»	»	»	»	»	14.6	2.5	17.1
XCIX	»	2.0	»	»	»	»	»	»	4.3	6.0	»	3.0	»	»	»	»	»	»	6.3	9.0	15.3
C	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	»	3.0	2.0	»	»	»	»	5.0	5.0
CI	»	»	»	»	»	1.0	3.0	»	4.0	»	»	6.0	»	»	»	»	»	»	13.0	6.0	19.0
MEDIE	1.5	1.5	»	»	»	1.2	4.8	3.7	5.1	4.2	»	4.5	2.0	3.0	2.0	»	»	»	11.6	5.2	14.4

RIASSUNTO DELLE PROTUBERANZE E DELLE MACCHIE SOLARI

OSSERVATE NEL GENNAIO 1878.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Largh.ª	Area	N. Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
5	2	14	5	34	0	nulla	0
6	—	—	—	—	0	nulla	0
8	—	—	—	—	0	nulla	0
14	7	53	25	207	0	nulla	0
15	—	—	—	—	0	nulla	0
18	2	34	14	125	0	nulla	0
19	4	19	7	84	0	nulla	0
20	—	—	—	—	1	1 pp.	2
21	1	8	1	8	1	1 pp. con facola intorno	2
22	2	22	14	144	0	nulla	0
24	—	—	—	—	1	2 mp.	4
25	1	8	4	32	0	nulla	0

NOTE

1—4. Tempo cattivo.

6—19. Nei giorni in cui si è potuto osservare allo spettroscopio si riscontra sempre più la diminuzione d'attività anche all'orlo del Sole, pochissime le protuberanze e queste assai deboli. Nessuna macchia, nè facole.

20—22. Nati improvvisi due pori, che sono già chiusi il 22. Calma perfetta all'orlo il 21.

26. Nebbioso assai, impossibile l'osservazione spettrale, nata la num. 2 che sono pori. (Devono essere il gruppo n. 1 ricomparso).

25. Già chiusa la macchia, una sola protuberanza e due o tre facolette all'Ovest.

FEBBRAIO 1878

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Largh.	Area	N. Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
							0
1	1	10	5	50	0	nulla	0
2	1	10	4	40	0	nulla	9
4	1	12	6	72	9	3 mp. 4 mp.	13
5	3	27	12	108	13	3 nmp. 4 mp.	9
6	0	0	0	0	9	3 np. 4 mp.	7
7	5	44	16	136	7	3 mp. 4 mp.	4
8	4	34	11	93	4	3 mp. 4 pp.	0
9	6	49	11	91	0	nulla	0
13	6	52	21	172	0	nulla	0
15	—	—	—	—	0	nulla	0
16	2	18	7	68	0	nulla	0
17	4	29	11	·80	0	nulla	0
18	0	0	0	0	0	nulla	0
19	3	23	18	148	0	nulla	0
20	3	28	28	226	0	nulla	0
21	3	25	19	155	0	nulla	0
23	1	8	4	32	0	nulla	0
24	3	27	8	82	0	nulla	0
26	2	17	11	95	0	nulla	0
27	4	34	31	285	0	nulla	0

NOTE

Nulla di notevole vi è da registrare in questo mese, sebbene le osservazioni allo spettroscopio siano state numerose, è ben manifesta la diminuzione nell'attività all'orlo; di macchie non si ebbero che due gruppetti di punti apparsi il giorno 4 e già chiusi il 9, non presentando in questi cinque giorni nessun cambiamento notevole. Le facole pure scarsissime, su venti giorni d'osservazione solo 6 volte se ne sono osservate, e queste poche e deboli.

MARZO 1878.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Larg.ª	Area	N.° Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
4	—	—	—	—	2	5 nmp. 6 p.	16
5	3	23	17	134	2	5 mp. 6 p con facola	7
6	6	56	24	224	2	5 pp. 6 p con facole	1
8	—	—	—	—	1	6 p.	1
12	2	17	5	38	1	7 nmp.	11
13	4	34	14	117	1	7 nmp.	16
14	—	—	—	—	1	7 Nmp. cresc. il nucleo.	15
15	—	—	—	—	1	7 Nnn. mp.	16
18	4	41	20	231	1	8 p. con facole	0·5
19	6	63	21	225	0	nulla	0
20	2	17	13	112	0	nulla	0
27	5	45	22	180	0	nulla	0

NOTE

4. Aria pessima, non si può osservare allo spettroscopio per i veli e i cirri. Nata la 5, che sono 4 macchiette nucleari, e la 6. con la facola attorno viva.

5. Aria cattiva: quasi nulla l'attività al bordo. Indebolita la 5, la 6 conserva la facola viva attorno.

6—8. La 5 sono due o tre punti che all'8 sono già scomparsi. La 6 è un poro che stà per chiudersi.

12. Nata la 7 con piccolo nucleo e punti, nessuna facola. quasi nulla l'attività all'orlo.

13—14. Sviluppata la 7, il nucleo il 13 ha una piccola lingua. Continua la calma all'orlo, nessuna facola.

15. Fra le nubi, la 7. sono 4 macchiette con piccolo nucleo.

18—19. Nata l'8. che è un punto con facole e che il 19 è già scomparso. Il 18. facole vivissime al posto dell'8, granulazione spiccata.

20. Nessuna macchia nè facole e calma all'orlo.

21—26. Tempo cattivo.

27. Continua la calma in tutto.

APRILE 1878.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.	Altezza	Largh.ª	Area	N. Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
						nulla	
1	4	35	7	59	0	nulla	0
2	4	34	20	171	0	nulla	0
3	3	32	15	173	0	nulla	0
4	7	70	25	282	0	9 p.	0
7	—	—	—	—	1	nulla	0.4
10	—	—	—	—	0	nulla	0
11	2	14	10	70	0	nulla	0
12	6	63	14	146	0	nulla	0
14	3	35	10	113	0	nulla	0
15	3	35	8	104	0	nulla	0
18	4	41	16	167	0	nulla	0
20	3	35	10	127	0	nulla	0
24	2	20	5	50	0	nulla	0
27	3	28	6	55	0	nulla	0
28	1	8	7	56	0	nulla	0
29	4	32	15	114	0	nulla	0

NOTE

1—4. Nessuna macchia, alcune facole deboli il 4, protuberanze poche, filose ed assai deboli.
7. Nata la 8 che è un poro con facole attorno. Tempo cattivo.
11—18. Nessuna macchia, nè facole. All'orlo pure pochissima l'attività.
24. Gran calma anche all'orlo, una sola protuberanza. Granulazione minutissima. Si determina il valore assoluto della declinazione magnetica.
27—29. Poche e sole facole in questi tre giorni fra i 50.° e 70.°

MAGGIO 1878.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Largh.ª	Area	N° Gr.i	Descrizione	Area in mill. quadr.
9	—	—	3	—	0	nulla	0
10	1	8	33	24	0	nulla	0
11	7	61	8	306	0	nulla	0
13	2	22	4	84	0	nulla	0
16	1	12	13	48	0	nulla	0
17	2	22	4	138	0	nulla	0
18	1	8	2	32	0	nulla	0
19	1	12	12	24	0	nulla	0
20	3	33	—	136	0	nulla	0
23	—	—	—	—	0	nulla	1
25	—	—	—	—	1	10 n. con facola	7
26	3	29	40	450	1	10 nn. con facola	20
29	—	—	—	—	1	10 Nmp. frastagliato	21
30	—	—	—	—	1	10NNmp.	21
31	—	—	—	—	2	10 nmp. 11 pp.	21

NOTE

1—9. Tempo cattivo.
10—11. Nessuna macchia, una sola facola debole il 10 a 93°
13. Sole pulitissimo, una sola protuberanza viva a 288°
16—20. Continua la calma in tutto, granulazione spiccata il 17, cromosfera nettissima il 18.
25. Incompleta per le nubi, da 173° e 344° nessuna protuberanza. Nata la 10. con facola attorno.
26. La 10. sono due macchiette nucleari con facola, le protuberanze a 61° e a 128° non sono che pochissimi fili deboli in parte sospesi, La fiamma a 74° è bassa e viva ed è al posto preciso ove è nata la 10.
29. La 10 è meglio sviluppata, ha nucleo grande con altri pori frastagliati intorno. Granulazione minutissima, per le nubi non si osserva allo spettroscopio.
30. La 10 si mantiene nelle medesime proporzioni, diversi punti riuniti hanno formato un secondo nucleo.
31. La 10 diminuisce, nata l'11 che è un poro con facola attorno.

GIUGNO 1878.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Larg.ª	Area	N. Grup.	Descrizione	Aree in mill. quadr.
1	—	—	—	—	2	10 nmp. 11 pp. con facola	22
2	—	—	—	—	2	10 Nmp. 11 mp.	16
3	2	19	6	54	2	10 nmp. 11 npp.	10
4	1	11	3	33	2	10 nnp con facola 11 mp.	5.5
5	1	7	5	35	1	10 p con facola	1
6	1	12	5	60	1	10 p.	0.3
7	4	34	13	123	0	nulla	0
8	4	41	20	221	0	nulla	0
9	1	9	6	54	1	12 p.	0.3
10	—	—	—	—	1	21p p	1.2
12	—	—	—	—	0	nulla	0
13	4	42	14	156	0	nulla	0
17	2	24	12	140	0	nulla	0
21	1	8	4	32	0	nulla	0
22	5	40	12	96	0	nulla	0
23	2	18	5	45	1	13 p.	0.5
27	—	—	—	—	1	14 npp.	7
28	—	—	—	—	1	14 nnnp.	7
30	1	6	9	54	0	nulla	0

NOTE

1—2. Tempo cattivo. La 10 sono sempre molti punti, la 11 due pori con facola.
3. Calma all'orlo, la 10 è diminuita, la 11 si è un poco sviluppata.
4—9. All'orlo domina la calma, solo qualche protuberanza debole, il 7. al posto ove è tramontata la 10. vi è un fiammone basso ma vivo assai. La 11. è già chiusa l'11. Granulazione minuta il 5. e 7. Nasce improvviso un poro (12) il giorno 9 e già è chiuso il giorno 12.
13. Nulla, due sole protuberanze molto deboli.
22. Calma nei giorni precedenti, oggi getto vivo a 102° a 9ʰ, alle 9ʰ 10 è cresciuto, indebolito ed acquista il colore della cromosfera a 9ʰ 25.
23. Nulla all'orlo. Nata la 17 che è un poro al posto dell'eruzione di jeri.
27. Nata la 14. che ha un piccolo nucleo, che è divisa in 3 nucleari il 28 essendo già vicina all'orlo.
30. Nulla, tre soli pennacchi vivi al posto ove è tramontata la 14.

LUGLIO 1878.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Larg.ª	Area	N.° Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
1	1	10	5	50	0	nulla	0
3	3	32	14	147	0	nulla	0
5	6	53	28	222	0	nulla	0
6	—	—	—	—	0	nulla	0
7	0	0	0	0	0	nulla	0
8	2	19	17	168	0	nulla	0
9	4	38	18	171	0	nulla	0
10	4	36	17	149	0	nulla	0
12	5	53	14	154	0	nulla	0
13	—	—	—	—	0	nulla	0
14	0	0	0	0	0	nulla	0
15	4	32	14	104	0	nulla	0
16	4	35	9	76	0	nulla	0
17	6	54	15	138	0	nulla	0
18	8	75	26	243	0	nulla	0
19	2	21	9	93	0	nulla	0
20	1	10	1	10	0	nulla	0
21	3	36	15	168	0	nulla	0
22	6	55	41	372	0	nulla	0
28	3	34	9	102	0	nulla	0
29	6	51	23	189	0	nulla	0
30	1	8	3	24	0	nulla	0
31	—	—	—	—	0	nulla	0

NOTE

Nessuna macchia è stata osservata in questo mese, le facole si sono vedute 5 volte soltanto in 23 giorni d'osservazione. Le protuberanze ancor esse sono state poche ed in generale deboli e filose, e nei 20 giorni che si è potuto fare l'osservazione per ben due volte, cioè nei giorni 7 e 14, non ve ne erano affatto, e nei dì 1, 20 e 30 una soltanto.

AGOSTO 1878.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Largh.ª	Area	N.°Gr.	Descrizione	Area in mill. quad.
1	3	29	15	156	0	nulla	0
2	0	0	0	0	0	nulla	0
4	1	9	3	27	0	nulla	0
5	5	42	17	143	0	nulla	0
11	2	23	4	46	0	nulla	0
13	1	10	5	50	0	nulla	0
14	1	6	3	18	0	nulla	0
15	2	23	7	88	0	nulla	0
16	6	52	22	199	0	nulla	0
17	5	58	21	249	0	nulla	0
18	2	17	9	78	0	nulla	0
19	8	87	26	276	0	nulla	0
20	5	52	37	378	0	nulla	0
21	5	50	14	138	0	nulla	0
22	3	32	11	110	0	nulla	0
23	—	—	—	—	0	nulla	0
26	2	18	5	44	0	nulla	0
27	4	39	18	176	0	nulla	0
28	5	52	14	147	0	nulla	0
29	4	46	22	275	0	nulla	0
30	4	35	12	106	0	nulla	0
31	4	41	11	112	0	nulla	0

NOTE

1. Tre sole fiamme filose e deboli.
2. Sole pulitissimo, nessuna protuberanza, crom sfera bassa.
4—5. Poche fiammelle e sempre deboli, assenza completa di facole.
6—10. Tempo cattivo.
13—22. Continua la calma; due facolette il 18, ed una protuberanza a 283° viva assai.
23—25. Tempo cattivo.
26. Nulla, granulazione spiccata.
27. Alcune facole debolissime.
30. Pochissime facole da 8° a 18°, che si mantengono anche il 31.

SETTEMBBE 1878.

Data	PROTUBERANZE				MACCHIE		
	Num.°	Altezza	Largh.	Area	N. Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
1	4	38	11	110	0	nulla	
3	5	45	25	232	1	15 n.	0
4	—	—	—	—	1	15 n.	6
5	6	54	15	133	1	15 n.	12
6	3	30	6	62	1	15 n.	7
7	—	—	—	—	1	15 n.	10
11	—	—	—	—	1	15 n.	10
14	1	9	3	27	1	15 n. all'orlo	10
15	—	—	—	—	0	nulla	2
16	2	22	9	101	0	nulla	0
17	3	32	13	137	0	nulla	0
18	7	73	20	217	0	nulla	0
19	2	21	12	123	0	nulla	0
20	1	11	2	22	0	nulla	0
22	—	—	—	—	0	nulla	0
23	2	22	9	94	0	nulla	0
27	3	30	7	69	0	nulla	0
28	6	56	20	188	0	nulla	0
30	5	57	21	270	0	nulla	0

NOTE

3. Nata la 15, con piccolo nucleo e poche facole che la seguono.
5—11. La 15 conserva sempre le stesse proporzioni, quasi nulla l'attività all'orlo.
14. Una sola fiamma a 44°. La 15 prossima all'orlo. Facola viva fra 288.° e 294.°
16—20 Calma, solo qualche fiamma come al solito filosa e debole.
24—26. Tempo cattivo.
30, Granulazione spiccata. Facola viva all'Est.

OTTOBRE 1878.

Data	PROTUBERANZE Num°.	Altezza	Largh.ª	Area	MACCHIE N.° Gr.°	Descrizione	Area in mill. quadr.
1	4	35	15	131	0	nùlla	0
3	—	—	—	—	0	nulla	0
2	—	—	—	—	0	nulla	0
5	8	26	19	161	0	nulla	0
6	1	9	4	36	0	nulla	0
7	—	—	—	—	0	nulla	0
8	—	—	—	—	0	nulla	0
10	4	36	15	141	0	nulla	0
12	6	63	27	279	0	nulla	0
15	—	—	—	—	1	16 pp.	1
16	4	31	16	125	0	nulla	0
17	4	37	18	174	0	nulla	0
30	4	37	21	206	1	17 n.	6
31	—	—	—	—	1	17 n.	5

NOTE

1. Nessuna macchia, facolette all'Est. Si vede nettissima la cromosfera.
7. Fra i veli e i cirri, nessuna macchia, nè facole. Magnifico alone solare alle 9ʰ 1/2 ant. ellittico. Asse maggiore da Nord a Sud.
12. Fiammella alta, obliqua e viva a 50.° Facola all'E.
15. Nata la 16, che sono due puntini, al posto della facola.
18—29. Tempo cattivo,
30. Aria pessima. Nata la 17, nucleare, con facola viva attorno.

NOVEMBRE 1878.

Data	PROTUBERANZE Num.	Altezza	Largh.ª	Area	MACCHIE N.Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
1	—	—	—	—	1	17 n.	6
3	—	—	—	—	1	17 nmp.	7
4	1	7	5	35	1	17 n.	6
8	—	—	—	—	1	17 n.	4
9	—	—	—	—	1	17 n.	5
10	—	—	—	—	0	nulla	0
12	—	—	—	—	0	nulla	0
15	—	—	—	—	0	nulla	0
16	—	—	—	—	0	nulla	0
17	—	—	—	—	0	nulla	0
21	0	0	0	0	1	18 p.	1
22	—	—	—	—	1	18 mp. con facola	4
23	—	—	—	—	1	18 p.	0·2
29	—	—	—	—	1	19 pp.	0·5
30	—	—	—	—	0	nulla	0

NOTE

In questo mese solo due volte si è potuto osservare allo spettroscopio, il 4. e il 21; ed il 21 non si notò alcuna protuberanza. La 17. senza cambiamenti tramonta fra il 9 e il 10, la 18 apparsa il 21, il 23 è un poro impercettibile, la 19, ultima macchia dell'anno 1878, sono due poretti.

DICEMBRE 1878.

Data	PROTUBERANZE Num°	Altezza	Largh.	Area	MACCHIE N,Grup.	Descrizione	Area in mill. quadr.
2	3	20	18	87	0	nulla	
5	—	—	—	—	0	nulla	0
8	1	07	4	28	0	nulla	0
10	2	22	11	132	0	nulla	0
11	1	13	6	78	0	nulla	0
14	—	—	—	—	0	nulla	0
15	—	—	—	—	0	nulla	0
16	3	28	12	110	0	nulla	0
22	—	—	—	0	0	nulla	0
28	0	0	0	0	0	nulla	0
31	0	0	0	0	0	nulla	0

NOTE

Nei pochi giorni che è stata possibile l'osservazione allo spettroscopio, ben poche protuberanze si sono vedute, il 28 ed il 31 nessuna. Macchie nulla, facole il 16 e 28.

LA SPECOLA VATICANA

NOTA

DEL P. GIUSEPPE LAIS

È vario il significato della voce specola nel riordinamento dell'Astronomia del Secolo XVI. Se è sempre caratteristica di un luogo elevato, dal quale si spazia la vista per assai vasto campo del cielo e dell'orizzonte fisico, non include però sempre la destinazione del luogo ad usi astronomici; il che quante volte accade, trae seco il connotato di astronomica. Non sappiamo, se nei primi tempi del risorgimento dell'Astronomia in Italia, si costruissero degli edifizî con tale destinazione; perchè essendo la scienza bambina, non estese e perfezionate le osservazioni con grandi macchine paralattiche, i locali delle osservazioni celesti si restringevano a loggie, balconi e terrazze, sui quali si trasportavano i mobili e manegevoli istrumenti a tale uso richiesti. Così diremo col Prof. Giuseppe Calandrelli, che nel 1680 tale fosse la specola del Ponteo presso S. Maria in Vallicella, la specola dell'Orsini, e la loggia del convento di Aracœli nel 1709; ed in molti casi servirono di specola le stesse private abitazioni, come dovette avvenire allo Scheiner, al Boscovich, ed all'Asclepi.

Onde è che è degno del più grande pregio il primo divisamento, nel quale si sviluppa il concetto della necessità di un idoneo edificio; e chi eresse con esempio singolare una sede di Urania e l'attuò in un decoroso e perenne monumento del suo secolo fu Gregorio XIII, al quale dobbiamo la torre vaticana destinata alle osservazioni celesti, che s'innalza nella separazione del cortile della Pigna da quello di Belvedere. (1)

A prova di questo citiamo un manoscritto dell'anno 1702 conservato nell'archivio segreto vaticano, e richiamato dal Sig. Abate Carlo Fea, (2) dove si legge: « Il Sagro Concilio di Trento rinnova le istanze della correzione del Calendario al sommo Pontefice Gregorio XIII; per eseguirle manda il projetto di Lilio con lettera circolare ai Principi; erige nel Vaticano la Meridiana e Specola per le osservazioni celesti; mentre in Uraniburgo osservava Ticone, e altrove soggetti celebri, e stabilisce la convenzione con il parere di una commissione composta di uomini celebri per studî matematici, sotto la pre-

(1) Vedi la tavola IV.
(2) Giornale Arcadico, Tomo 3°, pag. 228 — Varietà di Notizie — Diario di Roma 25 Settembre 1819.

fettura del Card. Sirleto; tra i quali un vescovo maronita, un auditore di Rota, che si crede Mons. Pegna, Fr. Dante Domenicano, che costrusse la meridiana vaticana, le armille di Firenze, la meridiana di s. Petronio, Antonio Lilio medico, fratello di Luigi Lilio inventore del nuovo calendario approvato da Gregorio, e il P. Clavio Gesuita, che sotto Clemente VIII pubblicò la esplicazione del medesimo calendario ».

Consona a questo documento è la lettera enciclica di Clemente XI del 1703 spedita alle più rinomate università europee, relativamente alla correzione del calendario che principia « Grandia enim instrumenta, quae Soli observando paravit ipse Gregorius, ope Mathematicorum aetatis suae, ac praecipue Rev. Patris Egnatii Dantis ex ordine Praedicatorum Romae, Florentiae, et Bononiae, » e termina colle parole « haec inquam instrumenta omnium maxima et accuratissima evidenter ostendunt ita aequinoctia contingere uti ordinatio gregoriana expectandum esse censuerat. »

Dai quali documenti si mette in rilievo la erezione della Specola con la costruzione della celebre meridiana servita per dimostrazione dell'esattezza della correzione del Calendario Gregoriano.

Dopo quello che lasciò scritto il Calandrelli non possiamo precisare il luogo del convegno della Sagra Congregazione della riforma del calendario; ma per la memoria di una lapide posta all'ingresso della torre dall'Illmo Emo Card. Zelada che accenna a quei congressi, e per quello che riferisce il Prof. Giuseppe Calandrelli di essere asceso sulla torre dei venti, e di avere osservato che alla porta di una delle camere della torre, esisteva ancora una grande bussola di legno colle armi intagliate di Gregorio XIII, e simile in tutto a quelle, che a'tempi suoi si osservavano nelle anticamere del Vaticano e del Quirinale, possiamo supporre il luogo frequentato da questo pontefice e quindi verosimile, che presso la Specola ricevesse Gregorio XIII le determinazioni della Sacra Congregazione, istituite per quella mondiale riforma, che doveva essere in seguito abbracciata da pressochè tutti i governi di Europa.

La meridiana, che per la sua celebrità, ha il secondo posto in Roma dopo quella di Manlio, fu visitata dai Pontefici Pio VI e Pio VII, come ne riferisce il Gilii; nel 1787 la vide il celebre Toaldo astronomo di Padova, e nel 1819 l'Imperatore d'Austria Francesco I e l'Imperatrice sua consorte, e tuttora si trova nella sua integrità.

Ad attestare l'opera di Gregorio XIII campeggia l'emblema delle armi della principesca famiglia Boncompagni, dalla quale ebbe i natali Gregorio XIII, cioè il drago dipinto sull'angolo della sala, e scolpito in pietra sulla som-

mità dell'edificio. La meridiana ha uno spiraglio sul muro assai alto pel quale passa un raggio di Sole, che porta l'imagine nel sottoposto pavimento per una lunghezza di 8 metri, e nel cui mezzo sopra un disco marmoreo sono disegnati in caratteri greci e latini i punti equinoziali per la regola della Pasqua.

Il. P. Jacquier celebre commentatore di Newton ebbe in idea di cancellarla per ricostruirne una nuova; e fu il Gilii che si adoperò moltissimo, perchè rimanesse intatta l'antica; ed egli per questo un'altra ne costruì sopra gli elegantissimi mezzanini a pitture di Paolo Brilli nel 1797, che misura metri 8, 54, oltre alla maggiore della Piazza di S. Pietro, di cui l'obelisco è gnomone, provvedendo contro le devastazioni delle folgore tanto la torre di cui è parola, quanto tutta la Basilica di S. Pietro con acconci parafulmini.

Le mire del dotto Card. Zelada erano quelle di ripristinare il locale ad uso di specola astronomica, se guardiamo alla tutela, che doveva esercitare su d'essa il Card. Bibliotecario, ed agli istrumenti onde la volle ornata. (1)

Ma un'altra specola ereditò di fatto i provvedimenti e le cure dell'illustre porporato, e sorse in Roma per arricchire la storia dell'astronomia di

---

(1) Togliamo da un manoscritto del Gilii la bella descrizione delle pitture che adornano la sala principale della Specola.

« Nella parte australe vi è rappresentato il prodigio di Dio agli ossessi, allorchè comandò ai demoni che andassero nei porci che erano vicini. Il gruppo delle figure è bello e grandioso, ed in dietro vi si vede una barca in mare, nella quale vi è il Salvatore con i discepoli. Nell'alto vi è un Padre Eterno la cui bocca è aperta e serve di spiraglio gnomonico per la sottoposta meridiana.

Nella facciata che guarda l'oriente vi è espressa la burrasca di S. Paolo nel lido di Malta. Vi si vede S. Paolo, che lo morde nella mano una biscia; e che ragiona con molta gente, oltrechè nel mezzo della facciata vi è un altra piccola figura del Santo Apostolo sopra una piccola chioda agitata dai flutti del mare. A libeccio vi è un muro in angolo che cuopre una scala a chiocciola ed ivi in buona simetria è dipintò il fatto dell'Apocalissi nel quale si dice « *Vidi alterum angelum ab ortu solis.* » Questo angelo è dipinto sull'angolo e tiene in mano un calice e dall'altra una penna, della quale si serve per fare una Croce in fronte ai giusti; intanto che in alto vi sono altri quattro angeli avanti il cospetto di Dio, che con bizzarro estro pittorico tengono colle mani la bocca chiusa ai quattro venti principali riferendo al passo « *nolite nocere terrae et mari quoad usque signemus servos Dei nostri in frontibus eorum* »; ed intanto una moltitudine di giusti vi si vede d'intorno, parte col segno di Croce in fronte già fatto, e parte che si accostano all'angelo per ricevere su le loro fronti lo stesso segno salutare. Nell'alto di questo fatto egregiamente espresso vi è dipinta l'arme di Gregorio XIII che si rappresenta da un drago.

Le altre due facciate sono interrotte da tanti archi che davano aria e lume a questa specie di loggia perchè fosse meglio conservata. In tempo di Urbano VIII si restrinsero questi archi in tante giuste finestre, intorno alle quali furono dipinte alcune figure relative alla matematica ed all'astronomia; ma intanto nei pilastri intermedii vi sono delle grandiose figure dipinte a tempi di Gregorio dal Zuccheri, autore di tutte le altre pitture più grandi che abbiamo riportato più sopra. La volta è dello stesso Zuccheri nella quale sono rappresentate le quattro stagioni, e tante altre figure che soffiano nel anemoscopio dalla parte dei rispettivi venti, facendo così una certa apparenza analoga ai venti che soffiano intorno alla terra ».

N.B. L'anomoscopio a'tempi del Gilii, era già guasto è corroso in tutto dalla ruggine per le acque piovane che vi si erano insinuate, ed avevano recato danno alle pitture della volta: anche a dì nostri le pitture sono minacciate dall'acqua della loggia sovrapposta, che occorre preservare ad esempio con uno strato di asfalto.

nuove conquiste. Fu questo l'antico Osservatorio del Collegio Romano eretto nel 1787, con quell'alta torre che vedesi nell'angolo orientale della facciata del detto Collegio: osservatorio iniziato col soccorso del Pontefice Pio VII, e nuovamente ricostituito colle molte largizioni del Pontefice Pio IX sulla fabbrica della Chiesa di S. Ignazio.

Ciò avvenne per opera dello stesso Giuseppe Calandrelli, che dissuase il Card. Zelada dall'attendere alla Specola Vaticana, come quegli ci narra; perchè dovendo impiegarsi l'Osservatorio a comodo della pubblica istruzione si giudicava quello troppo lontano dalla Città, e non ben collocato, come poco declinante dal mezzodì la cupola di S. Pietro; ed allora fu che nell'estate del 1785, ritrovandosi il Boscovich in Roma, dimostrò il Cardinale medesimo il desiderio che aveva sempre avuto di vedere stabilito un Osservatorio in Collegio Romano, rammentando che Benedetto XIV ne aveva espressamente ordinato al P. Borgondio rettore e suo maestro la fondazione; ed il Sig. Cardinale effettuò il progetto nell'anno 1787, come si è detto.

La Specola Vaticana dopo lungo abbandono riebbe vita nel 1789 per nobile intendimento e generoso disinteresse di Mons. Filippo Luigi Gilii, che non tollerando l'oblio di questa torre monumentale, la designò coll'assenso dell'amministrazione del Palazzo Vaticano a sede precipua di studî meteorologici sul clima di Roma, non lasciando per altro di occuparsi gran tratto di osservazioni puramente astronomiche, per quanto gliel'permettevano i discreti mezzi che aveva a sua disposizione, e gli istrumenti che il medesimo vi aveva collocati. E con questo, la Specola Pontificia Vaticana, che di tal nome fu insignita dal suo benefattore, può gloriarsi di aver gareggiato coll'Osservatorio del Collegio Romano e colla Specola Gaetani, negli allora nascenti studî di Meteorologia.

Cito in nota i lavori astronomici, dei quali si dette annunzio nel Diario di Roma, e nelle Notizie del Giorno degli anni 1817, 1818, 1819. (1)

I lavori astronomici inediti sono: il tipo del calcolo e l'osservazione degli ecclissi di Sole – 17 Agosto 1803 – 11 Febbraio 1804 – 29. Novembre 1807 – e di Luna – 31 Luglio 1795 – 22 Luglio 1804 – 11 Luglio 1805 – 2 Settembre 1811, e l'osservazione della cometa del 1811, con altri tipi di

(1) Diario di Roma

1817 - 22 Gennaio — 27 Novembre — 1818 - 13 Agosto — 20 idem — 27 idem — 3 Settembre — 17 idem — 24 idem — 8 Ottobre — 15 idem — 29 idem — 5 Novembre — 1819 - 1 Dicembre — 18 idem.

Notizie del Giorno

1818 - 10 Dicembre — 17 idem — 1819 - 7 Gennaio — 1 Luglio — 22 idem — 18 Novembre — 16 Dicembre.

calcolo e di osservazione della Specola Gaetani, dove è nominato l'Ab. Scalpellini, ed un certo P. Eusebio di Castel Candolfo. Sarebbe anche da ricercare se allo Scalpellini o al Gilii appartengano i cartellini con i seguenti titoli: – Loca solis – Aequationes temporis – Lunationes – longitudines planetarum – transitus ♈ ad meridianum etc. degli anni 1797, 1798, 1799, ed altri molti, che sarebbe lungo enumerarli, ma qui mi basta di averli accennati e vengo alla Meteorologia.

Il metodo col quale s'impiantarono le osservazioni meteorologiche nella Specola Pontificia Vaticana fu conforme al programma dell'accademia di Mannheim, non solo per gl'istrumenti impiegati barometro, termometro, igrometro di Retz, e bussola di declinazione, anemometro, jetometro (che però non venne osservato), ed atmimetro; ma anche per la identità del piano formato da quella scientifica società, che alle osservazioni meteorologiche vi si unissero le botaniche, risguardanti il tempo della germogliazione e fruttificazione delle più insigni piante, delle più importanti raccolte, le malattie, e gl'insetti che han danneggiato le piante, le emigrazioni, ed i ritorni di certi uccelli, le descrizioni dei morbi epidemici tanto degli uomini che degli animali: cômpito, che per la parte botanica era ottimamente disimpegnato dal Gilii, che a pochi passi aveva l'Orto Vaticano-indico, e per la parte medica era sussidiato dall'Orlandi Professore in Medicina.

Poco o nulla giovato avrebbero queste notizie alla storia del passato se non ci avessero guidato al rinvenimento di una scientifica suppellettile, quella cioè degli originali delle osservazioni meteorologiche ignorate in gran parte dal mondo scientifico ed inedite, se si eccettui il sunto delle medie mensili di qualche anno.

Gli originali si custodiscono nella Biblioteca Vaticana, e debbo alla squisitissima cortesia e favore dell'Emo Sig. Card. Pitra Bibliotecario di S. R. C. l'intrapresa della ricerca e felice rinvenimento. Sembra che la serie delle osservazioni comprenda un ventennio a principiare dall'anno 1800 ed a finire col 1821 anno della morte del Gilii; ma non tutti gli originali sono stati rinvenuti.

Le osservazioni sono racchiuse in cartelli di ottima calligrafia, e come mostrano molta diligenza nella trascrizione, altrettanta ne fanno presumere nella osservazione, essendo tutto carattere di mano del Gilii. Gli anni recano la data dal 1800, 01, 02, 03, 14, 15, 16, 18, 19, 20, ed i sunti stampati sono continuazione delle intramesse osservazioni della Specola Gaetani, continuate a stamparsi fino all'anno 1803. L'osservazione giornaliera è duplice una dalle 6 alle 7 l'altra dalle 2 alle 3.

La descrizione del giornale dalle osservazioni è quale qui appresso notiamo.

Ogni cartello formato da tre quinterni misura 26 centimetri di altezza per 19 centimetri di larghezza. Le pagini prese due a due contengono 10 colonne, nelle quali sono espressi i valori di osservazione del barometro, del termometro annesso, del termometro libero, dell'igrometro, del atmimetro dell'anemoscopio. Nella pagina successiva si hanno i valori del vento all'altezza delle nubi, quelli della declinazione magnetica, e dello stato del cielo al mattino ed alla sera. I cartelli sono tutti completi circa le osservazioni, non in tutti però è completa la trascrizione dal giornale. Le dissertazioni dell'Orlandi sono quelle destinate ad accompagnare le pubblicazioni del 1800, 1801, 1814, 1815. Le osservazioni trascritte in buona copia appartengono agli anni 1800, 14, 15, 18, 19, 20. Quelle in cattiva copia agli anni 1801, 02, 03.

Vere lacune non si trovano che nei primi 13 giorni del 1816, (non però per il barometro e termometro) e nel luglio 1818.

Speriamo possano trovarsi gli anni 1804, 05, 06, 07, 08, pubblicati per medie e gli altri 1809, 1810, 1811, 1812, 1813, 1817 non pubblicati affatto.

A complemento delle citate osservazioni darò un cenno degli strumenti. Nella biografia del Card. Zelada leggesi, che questo dotto fornì la Specola Vaticana delle migliori macchine astronomiche, fra le quali un telescopio equatoriale di Dollond. Un cenno dello strumento dei passaggi si trova là dove il Gilii parla di una fenestra dalla parte australe, e di una dalla parte di mezzo giorno, per potervi a suo tempo situare un telescopio per osservare i passaggi degli astri al meridiano. Dai medesimi si ricava ancora, che del pendolo fu costruttore il Sig. Raffaele Fiorelli, secondo lo scappamento del Sig. Le Pott, e fu collocato alla Specola nel 20 Giugno 1797.

Il termometro in uso fu quello a mercurio di De Luc, simile a quello di Reamur per la graduazione ottuagesimale dal ghiaccio all'acqua bollente (1); era esposto liberamente all'aria, ma al coperto dalla minima parte dei raggi solari.

Il barometro, di cui non conosciamo l'autore, era graduato a pollici, linee e parti decime, ed aveva l'annesso termometro per la correzione della temperatura. Un atmimetro od evaporimetro di rame con nove pollici quadrati di superficie, e con lettura a pollici, linee e parti 16 per mezzo di un vernier, era collocato all'aria libera, ma non in una troppo dominata esposizione, e totalmente riguardato dai raggi solari.

Un udometro o cassetta di rame di un piede quadrato parigino situato nel punto più culminante, e lungi da qualunque riparo, era il collettore della pioggia, che la versava in un chiuso e sottoposto ricettacolo, dove si estraeva con misure regolate a pollici e linee.

Una bussola con ago magnetico della lunghezza di otto pollici col mezzo di nonio dava i cambiamenti della forza magnetica della terra a gradi e minuti.

Completavano gli strumenti un sismografo, ed un ignometro di Retz.

(1) Fischer, Fisica, 1806.

QUADRO DI OSSERVAZIONI DELLA SPECOLA VATICANA SECONDO IL METODO ADOTTATO NEL

GENNARO 1800.

GIORNI	ORE	BAROMETRO p. p. l.	TERMOMETRO INTERNO	TERMOMETRO ESTERNO	IGROMETRO	ANEMO-METRO	VENTO DELLE NUBI	ATMIMETRO
1	8 15	28 04 7	2 2	1 7	30 3	N NE	N =	
	2 30	28 05 2	1 8	1 1	28 5	N_4 NE	= NE	
2	9 00	28 04 2	1 4	1 1	28 8	NE_4 N	= =	
	2 00	28 04 5	1 8	1 0	27 0	N NE	= -	
3	8 22	28 03 4	2 2	2 2	23 1	N NE	N =	
	2 30	28 06 0	2 7	2 9	22 1	= NE	= -	
4	8 30	28 01 5	2 9	4 2	21 0	S SE	S =	
	2 00	28 00 4	3 2	7 3	20 8	S_4 SE	S E	
5	7 30	28 00 7	5 7	5 9	17 3	S SE	N E	
	1 45	28 00 5	5 5	8 4	15 2	S SE	S =	
6	9 00	27 10 5	6 9	7 7	10 5	S =	S O	
	2 00	27 10 3	6 5	6 8	11 0	O SO	S O	
7	7 35	27 09 5	7 5	8 5	10 8	S O	S =	
	1 30	27 09 8	8 3	10 3	10 5	S SO	= =	
8	7 30	27 10 5	9 7	10 5	9 8	S =	S E	
	2 00	27 09 7	9 5	11 2	10 3	S =	S O	
9	7 30	27 08 8	9 8	11 7	10 5	S O	N E	
	1 30	27 08 0	10 0	11 4	9 2	S SO	S O	
10	7 30	27 08 5	10 3	12 0	9 0	S O	S E	
	2 00	27 07 5	10 5	12 3	9 8	E =	N -	
11	7 30	27 08 4	9 7	11 0	10 5	N NE	= =	
	2 00	27 09 0	8 6	10 0	12 3	N NE	= =	
12	8 00	27 10 0	7 5	7 1	15 0	N NE	= =	
	2 15	27 09 8	7 8	7 0	15 4	S	= SO	
13	8 10	27 09 0	8 2	8 2	16 0	S O	= SO	
	1 30	27 09 5	8 5	8 2	16 3	O SO	= SO	
14	8 45	27 07 0	8 3	8 3	15 8	E NE	S =	
	2 00	27 06 5	8 5	9 0	15 3	N	= SO	
15	8 30	27 06 6	8 0	8 3	17 6	N NE	- SE	
	2 20	27 07 0	8 5	8 5	17 4	E_4 NE	= =	
16	8 00	27 08 8	8 7	6 9	18 0	E NE	= =	
	2 30	27 09 2	9 0	9 5	17 5	E NE	S =	

QUADRO DI OSSERVAZIONI DELLA SPECOLA VATICANA SECONDO IL METODO ADOTTATO NEL

GENNARO 1800.

GIORNI	ORE	BAROMETRO p. p. l.	TERMOMETRO INTERNO	TERMOMETRO ESTERNO	IGROMETRO	ANEMOMETRO	VENTO DELLE NUBI	ATMIMETRO
17	8 00	27 08 5	9 0	8 6	17 3	S_4 SE	= SO	
	2 00	27 09 0	9 8	9 8	17 6	S_4 SE	= SO	
18	7 30	27 11 2	9 0	6 8	18 6	N =	O =	
	2 15	27 11 0	9 4	9 0	18 8	= SSE	= SO	
19	7 30	27 10 4	9 3	10 5	21 0	= SSE	S =	
	2 00	27 9 8	9 7	10 8	20 6	S =	= SE	
20	7 30	27 10 6	9 5	10 0	20 0	S =	S =	
	2 30	27 10 5	9 8	11 5	20 0	S SE	S =	
21	7 30	27 10 0	9 6	9 6	20 3	S_4 SE	S O	
	2 15	27 09 5	10 0	11 3	20 5	S SE	S E	
22	7 40	27 08 4	9 8	9 0	21 0	O NO	S O	
	2 00	27 07 6	10 0	10 5	21 2	= NO	= =	
23	7 15	27 06 5	9 8	8 5	20 6	N NO	= =	
	2 30	27 07 4	10 2	10 6	20 3	E =	= SO	
24	7 30	27 10 2	10 0	9 5	20 0	O NO	N O	
	2 30	27 10 5	10 3	10 0	19 0	S O	S O	
25	7 45	27 10 2	10 0	9 0	19 4	S =	S O	
	1 30	27 09 4	10 3	10 0	19 0	= NO	= NO	
26	8 30	28 01 3	9 4	8 5	30 5	= NE	= =	
	2 30	28 02 0	10 0	10 3	32 0	= NE	= =	
27	9 00	28 03 0	9 7	7 5	33 5	N NE	S =	
	2 30	28 02 5	10 0	9 4	28 2	S SO	S O	
28	7 45	28 01 3	8 5	8 2	20 0	S_4 SE	= SO	
	2 00	28 01 0	8 7	8 4	20 4	S =	S =	
29	8 00	27 11 2	9 3	8 5	19 8	E_4 SE	S =	
	2 30	27 10 5	9 7	10 3	19 5	S SE	S =	
30	8 15	27 09 0	9 5	9 0	18 6	E SE	S O	
	2 30	27 08 2	9 5	9 5	18 4	E_4 SE	S =	
31	8 30	27 06 9	9 8	9 3	18 2	S =	E =	
	2 30	27 07 0	9 5	9 5	18 0	S =	SE =	

Stato dell'Atmosfera

(mattino e sera) GENNARO 1800.

1. Gelo: brina: nuvoli sparsi.
Nuvolo quasi tutto: rigidissimo poi in parte sereno.
2. Nuvolo tutto: spruzzi di neve sottili, si risolve in pioggia.
Seguita una lenta pioggia e la sera in parte riasserena.
3. Cielo ricoperto di nuvole e solo qualche apertura al Sud: pioggia minuta.
Seguita la pioggia minuta. Atmosfera ricoperta di nebbia.
4. Nuvolo tutto: pioggia minuta e di poca durata.
Nuvolo egualmente, sottil pioggia e vapori.
5. Nuvole sparse; molti vapori atmosferici.
Nuvolo con vapori.
6. Pioggia quasi continuata.
Pioggia sottile, nuvole sparse, poi di nuovo nuvole e pioggia continuata.
7. Pioggia e qualche volta Sole tra le nuvole.
Tutto nuv.; pioggetta dopo il mezzo giorno poi sereno per poco tempo, e notte piovosa.
8. Pioggia in più tempi.
Seguita la pioggia e nelle prime ore della notte quasi continua.
9. Pioggia in più tempi e forse nel mezzo giorno, ma di poca durata.
Apparisce un poco il sole; poi pioggie dirotte di tanto in tanto.
10. Pioggia forte nelle prime ore della mattina, poi Sole.
Torna ad annuvolarsi e fa delle piccole piogge.
11. Nuvole sparse, Sole chiaro, e solo poche nuvole al S. E.
Tutto sereno: strisce di nuvole rare al tramontar del sole.
12. Nuvolo tutto e pioggette minute.
Nuvolo e pioggia.
13. Nuvole sparse poi chiaro e sole pochissime nuvole bianche.
Nuvole bianche sparse e poche striscie all'orizzonte del NO; poi sereno chiarissimo.
14. Pioggia di buon mattino.
Nuvolo tutto e sereno al tardi.
15. Piccola pioggia; nuvole sparse.
Pioggia dirotta dopo il mezzodì e continuata quasi fino alla sera, poi chiaro.
16. Sereno, e solamente poche strisce di nuvole.
Nuvole sparse; vapori in prima sera, poi nuvolo e pioggia.
17. Nuvole sparse.
Nuvole sparse, poi sereno chiaro.
18. Nebbia folta, poi nuvolo e sottil pioggia.
Nuvole sparse, sereno in prima sera poi nuvolo.
19. Nuvolo e Sole di quando in quando.
Nuvolo e pioggia minuta nelle prime ore della notte.
20. Nuvolo, poi chiaro ma con alcune striscie.
Sole alquanto vaporoso, nuvole sparse, poi sereno.
21. Nuvole sparse; Sole con vapori.
Nuvolo, ma in prima sera chiaro.
22. Nuvolo per tutto.
Seguita ad esser tutto nuvolo.
23. Pioggia in prima mattina, poi nuvole sparse e pioggetta.
Nuvole interrotte; serata vaporosa.

24. Nuvolo, e pioggia forte in più tempi.
Pioggia minuta dopo il mezzodì, serata chiara.
25. Pioggia in più tempi.
Nuvolo e pioggia, la sera sereno.
26. Sereno chiaro. Neve ai monti fra il Nord e l'Est.
Chiaro assai.
27. Sole chiaro e solo qualche nuvola bianca.
Sole chiaro; nuv. all'orizz. del Nord e qualche rara ma sparsa.
28. Nuv. verso l'ovest, poi generalmente.
Nuv. per tutto; pioggetta rugiadosa, e la sera vapori.
29. Pioggia breve di buon mattino; nuvole interrotte; poi atmosfera nebbiosa, ed altre pioggette circa il mezzodì.
Nuvole sparse e pioggia interrotta, poi chiaro, fin verso le 12 di sera.
30. Dalle ore 12 della sera pioggia quasi continua.
Seguita la pioggia interrottamente, e la sera pioggia lampi tuoni e grandine.
31. Va continuando la pioggia.
Nuvolo con pioggia intermittente e la serata piuttosto chiara.

Chiuderò questo qualsiasi ragguaglio che ho dato sulla notizia dell'Osservatorio, e sulla scoperta delle osservazioni meteorologiche con dire, essere desiderabile, che la torre dei venti come oggetto monumentale rivesta permanentemente un carattere scientifico, e sia consacrata alla scienza della osservazione delle meteore; che in essa vengano proseguite le osservazioni meteorologiche, che sul nascere vi furono istallate, e fatte su questa torre avrebbero il prestigio della loro antichità.

Qui fo sosta, e conchiudo facendo eco al Sig. Ab. Carlo Fea Commissario delle antichità, che si rallegra in una sua lettera (1) con S. E. Rma Mons. Forosini prefetto dei Sacri Palazzi e Maggiordomo di Sua Santità, di aver sempre ripetuto e proclamato col tanto istruito Emo Card. Garampi, e con Mons. Filippo Gilii direttore benemerito e vivificatore in voce, e in iscritto, la verità e l'antica importanza della Specola, che merita essere più visitata, e con sensi di maggiore osservanza e gratitudine, che quella di Ticone Brahe, augurandosi che ne cresca la rinomanza, degno essendo, che gli eruditi ne bacino ancora le pareti con devozione.

(1) Diario di Roma. Anno, 1819, num. 77. Sabato 25 Settembre.

SULLA MUTUA DIPENDENZA DEI PESI ATOMICI

NOTA

DEL P. F. S. PROVENZALI D. C. D. G.

È opinione al presente molto diffusa fra i chimici che, diversamente a quanto si praticò per lo passato, i corpi organici sieno quelli da cui conviene prendere le mosse per dare alla chimica una forma scientifica e stabilire il concetto teoretico della composizione dei corpi. Il principale fondamento di questa opinione è che i corpi organici, essendo quasi sempre composti degli stessi elementi, meglio si prestano a farci conoscere come varino le proprietà de' corpi col variare la natura, quantità e disposizione degli elementi che li compongono. Una conferma dell' importanza dei corpi organici quanto allo studio della composizione dei corpi mi sembra potersi desumere dalla dipendenza mutua che presentano i pesi atomici. Vediamo infatti che ad eccezione del boro in tutti i corpi semplici, il peso atomico dei quali riferito all' idrogeno può rappresentarsi con un numero intero (1), questo numero o è un multiplo esatto del peso atomico di uno dei tre elementi carbonio, ossigeno e litio ovvero risulta della somma di due multipli degli elementi medesimi, come apparisce dalla tavola seguente.

Litio 7	Uranio 120 = 10 C
Carbonio 12	Azoto 14 = 2 Li
Ossigeno 16	Silicio 28 = 4 Li
Solfo 32 = 2 O	Ferro 56 = 8 Li
Titanio 48 = 3 O	Gallio 70 = 10 Li
Bromo 80 = 5 O	Ilmenio 105 = 15 Li
Tellurio 128 = 8 O	Cadmio 112 = 16 Li
Magnesio 24 = 2 C	Didimio 147 = 21 Li
Argento 108 = 9 C	Tantalio 182 = 26 Li

(1) Dagli accurati lavori di Marignac e di Stas sui pesi atomici risulta, che fra i pesi atomici finora considerati come interi ve ne hanno alcuni che sono invece frazioni. In questa nota si è tenuto conto delle frazioni proposte dai due illustri chimici sempre che non ci sono apparse comprese dentro i limiti degli errori di osservazione.

Bismuto 210 = 30 Li
Sodio 23 = O + Li
Calcio 40 = O + 2C
Zirconio 90 = 3 O + 6 Li
Cerio 92 = 4 O + 4 Li
Lantanio 92 = 4 O + 4 Li
Niobio 94 = 5 O + 2 Li
Antimonio 122 = 5 O 6 Li

Torio 234 = 5 O + 22 Li
Mercurio 200 = 8 O + 6 C
Arsenico 75 = C + 9 Li
Fluore 19 = C + Li
Fosforo 31 = 2 C + Li
Selenio 78 = 3 C + 6 Li
Tungsteno 184 = 6 C + 16 Li
Jodio 127 = 10 C + Li

Considerando poi che il peso atomico dell'azoto è doppio di quello del litio, concluderemo che tutti i suddetti corpi possono considerarsi formati da un certo numero di multipli o summultipli dei tre organogeni carbonio, ossigeno ed azoto.

Quanto ai corpi che hanno un peso atomico frazionario, per mettere in chiaro la loro possibile dipendenza degli elementi organogeni basterà ridurre l'unità di misura dei pesi atomici a o, 1 del peso dell'idrogeno, o in altri termini considerare l'idrogeno formato da dieci atomi di un altro corpo non ancora conosciuto ed avente il peso atomico $\frac{H}{10}$.

In tale ipotesi si avrebbero le seguenti uguaglianze.

Glucinio 9, 2 = 92 $\frac{H}{10}$
Cloro 35, 5 = 2 O + 35 $\frac{H}{10}$
Potassio 39, 1 = 2 O + 71 $\frac{H}{10}$
Vanadio 51, 2 = 3 O + 32 $\frac{H}{10}$
Zinco 64, 8 = 4 O + 8 $\frac{H}{10}$
Indio 113, 4 = 7 O + 14 $\frac{H}{10}$
Platino 196, 8 = 12 O + 48 $\frac{H}{10}$
Iridio 196, 8 = 12 O + 48 $\frac{H}{10}$
Alluminio 27, 4 = 2 C + 34 $\frac{H}{10}$
Cromo 52, 4 = 4 C + 44 $\frac{H}{10}$
Manganese 54, 8 = 4 C 68 $\frac{H}{10}$
Rame 63, 4 = 5 C + 34 $\frac{H}{10}$
Rubidio 85, 2 = 7 C + 12 $\frac{H}{10}$
Rodio 101, 2 = 8 C + 52 $\frac{H}{10}$
Rutenio 103, 6 = 8 C + 76 $\frac{H}{10}$

Palladio 106, 2 = 8 C + 102 $\frac{H}{10}$
Bario 137, 2 = 11 C + 52 $\frac{H}{10}$
Erbio 170, 6 = 14 C + 26 $\frac{H}{10}$
Cobalto 58, 6 = 4 Az + 26 $\frac{H}{10}$
Niccolo 58, 6 = 4 Az + 26 $\frac{H}{10}$
Strontio 87, 2 = 6 Az + 32 $\frac{H}{10}$
Ittrio 89, 6 = 6 Az + 56 $\frac{H}{10}$
Molibdeno 95, 8 = 6 Az + 118 $\frac{H}{10}$
Stagno 117, 8 = 8 Az + 58 $\frac{H}{10}$
Cesio 132, 5 = 9 Az + 65 $\frac{H}{10}$
Oro 196, 3 = 14 Az + 3 $\frac{H}{10}$
Osmio 198, 6 = 14 Az + 26 $\frac{H}{10}$
Tallio 203, 5 = 14 Az + 75 $\frac{H}{10}$
Piombo 206, 4 = 14 Az + 104 $\frac{H}{10}$

Questi rapporti mentre da una parte ci richiamano alla mente l'ipotesi di Prout ringiovanita sotto un aspetto più conforme ai recenti avanzamenti della Chimica, dall' altra ci additano quali probabilmente sieno i primi gruppi effettuati dal condensamento di quella materia unica e primordiale da cui si possono considerare formati tutti i corpi. In una prossima comunicazione mostrerò come i surriferiti rapporti possano anche metterci sulla via per rinvenire l'origine della diversa valenza chimica dei corpi.

I FUNGHI DELLA PROVINCIA DI ROMA
DESCRITTI
DAL DOTT. MATTEO LANZI

L'*Agaricus procerus* ha il pileo carnoso-molle, da ovato in principio diviene appianato, sempre però umbonato (papillato) nel mezzo; la cuticola (velo esterno) che lo riveste superiormente essendo spessa, si lacera in squamme, che si sollevano, di colore fosco ed aride, e verso il margine in fibrille eleganti. Le lamelle sono distanti, ventricose nel mezzo, denticolate nel margine libero, piuttosto sottili, di colore dapprima bianco-pallide, dipoi bianco-incarnate, per lo più semplici, ma talvolta suddivise in laminette tondeggianti posteriormente; mentre le lamelle, facendosi sempre più ristrette in questa estremità, terminano in una specie di collare distaccato dal gambo. Le spore sono grandi ellittiche bianche ed hanno □, 0148, – 150 di lunghezza; e □, 0102 – 105 di larghezza.

Lo stipite è molto alto variegato da squamme di colore fosco, internamente vuoto ed intessuto di fili o fiocchi sericeo-cotonosi, quasi cilindrico, in alto conficcato in una specie di acetabolo, in basso alquanto ingrossato, e munito di un grosso bulbo liscio e non marginato dalla volva o da suoi relitti. L'anello mobile si trova collocato in alto. È membranaceo, grande ed imbutiforme, ispessito nel lembo libero, ove fa vedere due o tre zone circolari frangiato-lacere, di colore bianco superiormente, simile a quello del gambo inferiormente.

Questo fungo essendo uno dei più elevati, ha il pileo di colore fosco e fuliginoso superiormente, la cui carne non molto considerevole è soffice e lassa fioccoso-molle, asciutta, di colore bianco tendente al roseo; quella del gambo fibrosa, dura, fragile e di colore bianco rosseggiante. Il fungo è di buon sapore e di buon odore ed innocuo, eccetto il gambo che è di difficile digestione.

Nasce a terra solitario in autunno dopo le pioggie nelle selve poco vestite intorno a Roma, a Bravetta, Castel Porziano, Acqua Traversa, nelle vigne e nei terreni leggieri e sabbiosi, e nelle spallette.

Ve ne ha una varietà.

a) *Minor* che è gracile, con papilla (umbone) in mezzo al pileo, sottile, assai prominente, ed ha l'epidermide granelloso-squamosa, cioè divisa in squamme minute come granuli, molto fitte, che difficilmente si staccano, e molto più numerose; le lamelle, giallognole, meno remote dall'apice del gambo, ed in numero minore rispetto alla specie tipica: il gambo gracile, più corto, appena squamato alla superficie, ed insinuato nel pileo fino quasi alla sommità della papilla mediana. Nasce questa nei medesimi luoghi, ma è meno frequente. La vidi una volta invadere la vallonea di una serra calda nella Villa Massimo agli Orti Sallustiani.

Secondo Fries l'*Agaricus extinctorius* di Linneo dovrebbe riportarsi a questa specie.

La figura migliore della specie tipica è quella del Vittadini alla Tavola 24. buona è pure quella di Schaeffer alla tav. 23.

AGARICUS *excoriatus* Schaeffer

Bubbola buona, Tobbietta Toscana, Ombrellino

Pileo carnoso, molli, obsolete umbonato, cute tenui in squammulas vix secedentes diffracta; stipite cavo, curto, cylindrico, immaculato, laevi, albido, annulo mobili; lamellis minus remotis. Fr.

Synon. Fungus bulbosus, esculentus, pileolo ex rufo, cute nonnihil lacera, centro papillato, lamellis et anulato ac longo pediculo albis. Mich. Gen. Pl pag. 172, N. 3.

Agaricus procerus var. γ. Pers. Syn. p. 257.

Hypophyllum globoso-cameratum Paul. Champ. t. 135.

Ag. excoriatus Schaeff. t. 18. 19.

— — Vivian. t. 49.

— — Vittad. Fung. Mang. t. 35.

— — Ventur. t. 7.

— — Letell. t. 610.

— — Krombh. t. 24. f. 24–30.

— — Sverig. Atl. Svamp. t. 18.

— — Cordier Champ. p. 19.

— — Cooke Handb. *Book*. Brit. Fung. p. 13.

— — Inzenga F. Sicil. p. 37.

— — Comes F. Napol. N. 12.

L' Agarico escoriato ha il pileo fornito di non molta carne e molle, di forma conica da principio, quindi conico campanulato, in fine appianato con umbone poco pronunciato nel centro, od anco alquanto incavato; con margini appianati, fibrillosi e frangiato-laceri. La sua superficie è secca, e la epidermide che lo ricuopre è granellosa, continua, persistente e di colore più oscuro nel centro, lacerata a raggi e squammosa verso il margine, ove essendo di colore bianco fuliginoso più o meno chiaro, lascia intravedere nelle sue screpolature la sottoposta carne di colore candido. Le lamelle piuttosto numerose, libere e più ristrette dal lato del gambo, ineguali, finamente denticolate nel margine libero, panciute anteriormente, ove sono più larghe, hanno un colore bianco carnicino. Le lamellette sono numerose, con estremità centrale arrotondata.

Il gambo più spesso corto è di colore bianco candido, cilindrico, leggermente ingrossato in basso a forma di bulbo, liscio e sguarnito di volva, internamente è vuoto, e composto di sostanza serico-rotonosa. L'anello è distaccato dal gambo, e perciò può ritrovarsi a diversa altezza: il suo margine interno corrispondente in origine alla sommità del gambo, è sottile, membranaceo, cigliato: lo esterno in vece è più grosso e fornito di un doppio lembo frangiato lacero. Le spore sono di colore bianco leggermente incarnato di forma ellittica, piuttosto grandi ed hanno □, 0116-118 di lunghezza, e □, 0078-80 di larghezza.

La carne del cappello è bianco candida con leggiera tinta fuliginosa verso la epidermide, fioccoso molle, e piuttosto asciutta; quella del gambo più consistente, rigida, e fibrosa, di colore bianco acquoso.

L'odore dello intero fungo è grato, il sapore lievemente stittico, che mediante la cottura diviene piacevole, onde il celebre Prof. Fries disse essere preferibile alle altre specie affini.

Nasce ora solitario ora gregario ne'campi e nelle vigne intorno a Roma in ogni anno ne'mesi di Settembre e di Ottobre.

I collettori inesperti dei funghi pratajuoli badino di non confondere *l'Ag. excoriatus* con taluna delle specie di Amanite velenose di colore bianco o biancastro, poichè le lamelle come in queste sono anch'esse bianche.

Buone sono le figure date dallo Schaeffer nelle tavole sopraccitate eccetto il colore che si allontana alquanto dal vero, e specialmente nella fig. 1ª, 3ª e 5ª della tavola 18ª, ove si vede il pileo del fungo con margine azzurrognolo, colore che non ho mai riscontrato in esso. Meno fedeli sono quelle di Viviani, di Venturi, di Paulet, di Kromboltz; migliore di tutte è quella di

Vittadini alla tavola 35, sia per la forma del fungo nelle diverse sue età, sia soprattutto pel colorito.

Soltanto vi è ha osservare nella figura del Vittadini, come già saviamente annotò il Prof. Inzenga di Palermo, che la lunghezza dello stipite è alquanto esagerata, cioè quella che si vede in qualche caso eccezionale; mentre ordinariamente e nella massima parte degli individui l'ho veduta sempre delle dimensioni date dallo Schaeffer.

Sottosezione 2ª.

Funghi muniti di anello proprio, fisso, con velo universale omogeneo che riveste il gambo.

I giovani funghi di qnesta sottosezione detta del Fries dei *Clipeolari* hanno fino da principio il pileo e lo stipite disgregati fra loro, essendo questo già visibile, e rivestito al disotto dell'anello dal velo universale lacerato in fiocchi o squamme. Il collare non è cartilaginoso come nella precedente, e meno prominente intorno alla inserzione del gambo nel pileo, perciò le lamelle sono ordinariamente poco distanti da esso. La carne loro è molle, di odore e sapore ingrato, rafanoide.

AGARICUS *clypeolarius* Bull.

Agarico, clipeolario, Vent.

Pileo carnoso, tenui, primo incrustato, laevi, dein in squammas floccosas adpressas lacerato; stipite fistuloso, fragili, subaequali, anuloque fugaci floccoso–squamosis; lamellis liberis adproximatis. Fr.

Synonim. Agaricus colubrinus Pers. Syn. p. 258 exclusis varietatibus γ. δ.
Hypophyllum colubrinum Paulet, T. 2, pag. 291. Tab. 136. f. 1. 2.
Agaricus clypeolarius Bull. T. 405, 506. f. 2.
— — Trattinn. Austr. Tab. 26.
— — Vent. Tab. 44, f. 3–4.
— — Fr. S. M. I. p. 21. Epicr. Ed. IIª p. 33,
— — Icon. Sel. p. 14. Tab. 11. f. 2.
— — Kickx p. 132.
— — Berkl. Outl. p. 94.
— — Engl. Flor. V° p. 8.
— — Houss. I. tav. 48.
— — Cooke Brit. Fung. p. 15.

— — Cordier Champ. II. p. 17.
— — Comes Fung. Napol. p. 8.

L'Agarico clipeolario di Bulliard si distingue pel pileo che è poco carnoso, tenue, da principio glandiforme conico, quindi campanulato, ottuso, ed anche appianato, papillato nel mezzo; dapprima incrostato od anche sericeo-molle biondeggiante, quindi fioccoso, giallastro, in fine fioccoso-squammoso, con squamme più oscure rossastre e più ravvicinate nel mezzo, sopra un fondo di colore alutaceo e cotonoso. Il margine è rivestito da tomento crasso. Le lamelle sono libere, ravvicinate al gambo, piuttosto numerose, molli, bianche ovvero bianche-giallastre, convesse od arcuate, più strette posteriormente, laminette scarse. Le spore sono bianche, di forma ellittica-allungata. Il gambo è cilindrico alquanto ingrossato verso la base, fragile, lungo circa 8-9 centimetri, da principio ripieno di midolla fioccoso-araneosa disgregata, quindi fistoloso, rivestito all'esterno dapprima dal velo screpolato in tante areole più o meno grandi giallastre, dipoi da squamme del colore di quelle del pileo, talvolta disposte in circoli, sopra un fondo pallido e fibrilloso, il quale al disopra dell'anello è striato in direzione longitudinale. L'anello è posto in alto, fioccoso-squammoso, attaccato al gambo, e spesso lacerato a brandelli resta attaccato al margine del pileo, e perciò è molto fugace.

La carne del fungo è molle, bianca, cottonosa, scipita ed acquosa, l'odore nullo od assai debole rafanoideo.

Nasce solitario a terra nei luoghi bassi umidi ed ombreggiati delle Selve, nella fine di estate ed in principio di autunno, ad acqua Traversa, nel Circondario di Viterbo, e nella macchia della Faiola.

Si contano più varietà di questa specie di agarico desunte o dallo stipite lanato in vece di essere squammoso, *var. pratensis* di Bulliard con pileo quasi liscio; o dal colore del pileo e delle sue squamme, che mostransi ora gialle chiare, ora più oscure, ora di colore di ruggine o di cannella, ora fuliginose nereggianti. Nei calidari si veggono spesso nascere alcune forme che si allontanano dalla specie tipica. Così nelle Pinete si vede spesso una varietà distinta da Persoon col nome di Ag. *felinus* (Syn. p. 201.) la quale è di più piccole dimensioni, ed ha il pileo con papilla e squamme nereggianti, il gambo dello stesso colore e le lamelle bianche.

La specie che ha maggiori affinità con l'*Ag. clypeolarius* è l'*Ag. cristatus* Fr. che finora io non ho veduto nella nostra provincia. Tuttavia

stando agli scrittori di Micologia, si distingue dall'essere questo più piccolo, dall'avere il gambo quasi nudo, dalle squamme che rivestono il pileo, le quali sono glabre cioè non fioccose o cotonose, dalle lamelle che in fine distano dal gambo e dal posto che occupa l'anello in mezzo ad esso. Così ancora la superficie del gambo, e l'anello che vi è attaccato abbenchè fugace, ce lo faranno distinguere dall'*Ag. procerus* e dall'*Ag. excoriatus*, che lo hanno mobile e più spesso.

Gli scrittori non sono concordi circa le qualità culinari di questa specie di fungo. Il Prof. Folchi nel suo libro di Igiene lo ripone fra i venefici. Tale lo ritengono eziandio la maggior parte dei micologisti; però Letellier dice di averlo mangiato senza averne provato alcun incommodo. Gli animali lo vomitano poco dopo averlo ingoiato, ma asserisce Paulet che talvolta non ne provano male alcuno. Il Dott. Comes lo dà come mangereccio, Reveil lo segnala sospetto: e dicontro ad altri cibi migliori, sarà sempre più prudente cosa lo astenersene.

La figura del Micheli citata dal Fries nel *Systema mycologicum* si allontana troppo come la descrizione dalla specie tipica, ed in modo da fare dubitare che possa riferirsi ad essa. Le altre non poche date dai diversi autori hanno tutte valore molto limitato, poichè avendo lo stipite privo delle squamme che gli sono caratteristiche, sembrano raffigurare piuttosto l'*Ag. cristatus* che questo. Tali sono quelle del Sowerby, di Paulet, di Venturi, le quali tutte però possono essere accettate rispetto al colorito, essendo che la specie ora in discorso è per sua natura molto variabile. Più veritiera nei caratteri è quella data da Gillet tav. 15, ma sopra tutte migliore è quella di Fries alla Tav. 14 fig. 2ª delle *Icones selectae Hymenomycetum*.

Sottosezione 3ª Anulosi di Fries.

Funghi muniti di anello supero, fisso, quasi persistente, con velo universale adnato al pileo. Il gambo fino da principio visibile fuori del pileo, al quale si inserisce senza un collare manifesto o similare alla carne del pileo.

AGARICUS *Vittadini* Moretti

Fungo pagliaccio in Basilicata

Pileo carnoso, convexo-plano, obtuso, squamis verrucosis, densis, muricatis obtecto; stipite solido, valido, cylindrico, zonis pluribus concen-

tricis, squamoso-squarrosis; anulo supero amplo; lamellis liberis, ventricosis, crassis virescentibus. Fr.

Synon. Amanita Vittadini Morett. Bot. Ital. tav. 1ª.
— Vittad. Aman. tav. 1ª.
Agaricus Vittadini Krombh. tav. 27.
— — Fries Epicr. Ed. 1ª p. 16. et Ed. 2ª. p. 33.
— — Huss. I tav. 85.
— — Cooke. Brit. Fung. p. 16,
— — Cord. Champ. Franc. II, p. 21.
— — Gillet Champ. Franc. p. 70.
— — Berkl. Outl. p. 94.
— — Becker. Schw. Harting. t. 12. f. 1ª.
— — Comes Fung. Napol. p. 8. N. 16.

L'Agarico che prende il nome dal Celebre Vittadini ha il pileo carnoso, convesso-piano, ottuso, largo ordinariamente 12–15 centimetri, e ricoperto superiormente da squamme verrucose acute, molto serrate fra loro. Le lamelle sono libere, panciute, crasse di colore bianco verdastro: le laminette 2–3. Le spore sono bianche e tondeggianti. Il gambo è robusto, ripieno, lungo 15–18 centimetri, grosso 2 centimetri o poco più, cilindrico, e reso aspro in tutta la sua superficie da zone concentriche di grosse squamme patenti o rovesciate, poste al disotto dell'anello ampio, che è situato nella sua parte superiore. Il gambo non è giammai bulboso in basso, nè guarnito di volva.

È un fungo di grande statura, robusto, bello, di colore biancastro ; la sua carne è soda, abbondante, bianca, ma velenosa. Col cibarsene desta bruciore alle fauci, irritazione di stomaco e di ventre, ed un senso di sbalordimento alla testa e di spossatezza generale.

Nasce nei mesi di Agosto e Settembre dopo le pioggie nelle Selve della nostra provincia, e su i monti Laziali, a terra solitario, ne è molto frequente.

Interessa distinguerlo dalla specie che ora vado a descrivere, poichè l'uno è venefico, l'altro no.

Le figure date da Kromboltz alla tavola 27ª sono le più adatte a somministrare le diverse forme del fungo e le fasi del suo sviluppo.

AGARICUS *colubrinus* Krombh.

Agarico colubrino volg.

Pileo carnoso, convexo-subcampanulato, obtuso, albo-fuscescente, squa-

moso, squamis tomentosis, imbricatis obtecto; lamellis liberis, ventricosis, utrimque attenuatis, albis; stipite solido, longissimo, cylindrico, aequali, squamoso, anulo supero, reflexo, fixo.

Synon. Agaricus colubrinus Krombh. Heft. 1.° p. 71. tav. 1ª, fig. 10–11.
— — Fries Epicr. Ed. II. p. 34.

L'Agarico colubrino ha il pileo carnoso, bianco più o meno tendente al colore fuliginoso chiaro nel centro, di forma convessa-campanulata ottusa, piccolo rispetto al gambo, largo 9-10 centimetri nella età mezzana, ricoperto da squamme cotonose, imbricate fra loro. Le lamelle acuminate poco numerose o nulle. Le spore sono bianche colore di burro, di forma obovata, cioé con base più larga, alquanto compresse, con una o due areole nel mezzo ed hanno l'asse longitudinale di □, 0120 – 130 il trasversale di □, 0080 – 85 Il gambo è lungo rispetto al pileo, (circa 0^m, 16) di forma cilindrica, eguale fino alla base, del colore del pileo, ricoperto da squame erette, approssimate, e disposte a zone circolari, imbricate fra loro, rivestito in alto da un anello fisso, grande riflesso verso il basso con margine frangiato: internamente è ripieno. Talora l'ho veduto corto, cioè che raggiungeva appena i dieci centimetri.

La carne del fungo è bianco candida e soda quella del pileo, bianco-giallastra e sub fuliginosa, piuttosto compatta quella dello stipite. Buono ne è il sapore, grato l'odore sebbene debole, è innocente nel cibarsene.

Nasce a terra solitario e subcespitoso nei mesi di agosto e Settembre nelle pendici e nelle spallette intorno a Roma, dal Prof. Rolli raccolto sopra i colli Albani e dal Pr. Cuboni.

Questa specie di grosso fungo occupa un posto di mezzo fra l'*Ag. procerus* Scopoli sinonimo all' *Ag. colubrinus* di Bulliard, e l'*Ag. clypeolarius* detto pure da Persoon *Ag. colubrinus*. Ma l' *agaricus colubrinus* di Krombholz, del quale ora tengo parola, è diverso da ambedue. Si distingue dal primo per essere più carnoso e per avere l'anello fisso, mentre l'*Ag. procerus* lo ha mobile; e per avere le squame del pileo imbricate mentre nell'altro sono distanti fra loro. Dall'*Ag. clypeolarius* oltre che per le dimensioni maggiori, differisce dall' avere questo il pileo molto più tenue, il gambo fistoloso, le squamme più piccole ed anch'esse ravvicinate non già imbricate. Molto più affine è al precedente, cioè all'*Ag. Vittadini*. Tuttavia il colore biancastro dell' intero fungo, le lamelle verdastre, le squame

verrucose acuminate e compatte nel pileo, patenti o riflesse nel gambo, come annotai nella sua descrizione, sono tutti caratteri che al primo sguardo ce lo faranno distinguere; la qual cosa più che il botanico interessa l'igienista, in quanto che l'*Ag. Vittadini* appartiene ai funghi nocivi e velenosi, mentre l'*Ag. Colubrinus* è innocente, e viene non tanto raramente portato nei nostri mercati.

La sola figura conosciuta di questo fungo è quella sopraccitata del Krombholz alla Tav. 1.ª fig. 10.ª ed 11.ª

Ho creduto opportuno perciò raffigurarlo nuovamente dal vero nella mia Tavola III.ª

Fig. 1.ª *Agaricus colubrinus* Krombh. Fungo maturo.
Fig. 2.ª Fungo giovane.
Fig. 3.ª Sezione del fungo ad età più avanzata.
Fig. 4.ª Colore delle spore unite insieme.
Fig. 5.ª Spore vedute da diversi lati ed ingrandite 825. volte.

Sottogenere 3.° Armillari

Agarici leucospori che hanno l'imenofero che tocca il gambo, privi di velo universale od esterno (volva): sono tuttavia muniti di velo parziale od interno foggiato ad anello; il quale tavolta riveste il gambo sotto la forma di squamme che si dispongono circolarmente. Questo sottogenere comprende quelle specie di Agarici, le quali essendo del tutto simili alle seguenti, ne differiscono soltanto dalla forma del velo interno, o per meglio dire dalla presenza di un anello sul gambo. Le Spore considerate in generale sono più piccole di quelle delle specie appartenenti ai Lepioti.

Cooke distingue gli Agarici Armillari, dalle Amanite e dai Lepioti i quali hanno l'imenoforo distante dal punto di inserzione del gambo e conseguentemente dalle lamelle che restano perciò libere, pel fatto che in questo sottogenere esse vi aderiscono. Un'altra differenza poi, che è anche comune agli Agarici Tricolomi, ai Clitocibe ed alli Pleuroti, consiste nell'essere il loro gambo carnoso ed intessuto di sostanza omogenea a quella del pileo; mentre nelle Collibie, nei Miceni e negli Omfalari il gambo è esternamente cartillaginoso. Il velo parziale oltre che nella superficie esterna del gambo spesso si risolve in squamme fioccose anche nella parte superiore del pileo, come si vedono nella sezione precedente; ma nella prima età del fungo esso resta soltanto attaccato al suo lembo.

Fries li divide in tre sezioni. desumendone i caratteri dalla forma posteriore delle lamelle, ossia 1.ª con lamelle posteriormente sinuose, cioè *tricolomi subanulati*. 2.ª con lamelle larghe e scorrenti sul gambo ossiano *Clitocibi*

anulati 3.ª con lamelle posteriormente eguali in largezza ed adnate al gambo, cioè *Collibi anulati.*

Tutte e tre le Sezioni sono rappresentate dalle specie nostrane.

Sezione 1.ª Tricolomi subanulati.

Hanno questi le lamelle che aderiscono al gambo formando un seno: lo stipite è carnoso similare al pileo.

AGARICUS *caligatus* Viviani.

Agaricus calzato, agarico causetta.

Pileo compacto, e convexo plano, mustelino, squamis adpressis sericeis concoloribus maculato; stipite solido, infra anulum membranaceum persistentem squamis subtilibus fuscis zonato; lamellis emarginatis, albis. Fr.

Synon. Agaricus neomartes Dill.
— causetta Barl. Nic. t. 10. f. 4–7.
— caligatus Viviani Fung. Ital. t. 35.
— — Seyn. Montpel. p. 118.
— — Fr. Epicr. Ed. 2.ª p. 41.
— — Cordier Champ. Franc. 2.ª p. 22.
Armillaria caligata Gillet Champ. Franc. p. 70.

L'Agarico calzato ha il pileo carnoso, compatto, che da convesso o largamente emisferico diviene appianato, di colore castagno rossastro e come dice Fries simile a quello della donnola, con lembo più chiaro e biancastro. La sua superficie a tempo umido è vischiosa, ma nell'asciutto si screpola verso il centro a larghe squamme, aderenti, nerastre, sfumate di rosso, sericee e liscie. Le lamelle a mediocre distanza fra loro sono bianche sinuate vicino al gambo al quale aderiscono mediante una piccola porzione, divengono più larghe e di forma ellittica nel mezzo, più strette ed appuntate verso il margine del pileo: le laminette sono scarse: le spore bianche, di forma ellittica non molto grandi, il cui asse longitudinale ha, □, 0070–72 il trasversale □, 0057–59. Il gambo è pieno, più o meno diritto, pressochè cilindrico, lungo più comunemente da otto a dieci centimetri, e spesso circa tre centimetri. Dal basso fino quasi a due terzi della sua altezza è involto da una specie di astuccio formato dal velo interno aderente, il quale è notato da larghe squamme rilevate nel margine superiore, di colore

bruno rossastro come quelle del pileo, che si dispongono in zone più o meno irregolari intorno ad esso. Dalla parte più elevata di tale astuccio sorge una membrana bianca, opaca (anello) sottile, che a foggia di velo si attacca ai margini del cappello nella prima gioventù del fungo. Presto però col crescere di questo si lacera ed i suoi lembi talvolta rimangono regolarmente aperti in giro al gambo, più spesso disuguali, dentato-laceri, ovvero a larghi brani, lasciandone in pari tempo porzioni annesse al margine del pileo, che in breve tempo spariscono, d'onde l'anello è molto fugace. La parte del gambo sovrastante a questo anello è bianca, bene calibrata fino alla sua inserzione, ove è alquanto papillosa.

La carne del fungo è bianca, col tagliarla acquista una leggera tinta colore di rosa, soda, spessa nel mezzo del pileo ed assottigliata a falce verso il margine; simile è quella del gambo, più stipata in prossimità della sua superficie esteriore, alquanto più lassa nel mezzo, ove con l'età diviene cavernosa. Ha un odore piuttosto forte di rafano, un sapore amarognolo e poco gradevole anche dopo cotto, quali proprietà fanno supporre al Viviani che sia sospetto. Però Cordier e Gillet asseriscono che è buono a mangiare, anzi che nei contorni di Nizza è molto ricercato sotto il nome di *Causetta*. Anche in Roma sebbene sia poco comune, e non sia tanto in uso il raccoglierlo, pure è mangiato senza provarne alcun nocumento.

Cresce intorno a Roma nell'autunno a terra e specialmente sotto i pini, solitario o a gruppi, e nelle spallette boscose fuori la porta S. Paolo, e presso Bravetta.

Migliore dell'altra di Barla è la figura data dal Viviani alla tavola 35. Tuttavia ho creduto darne una figura, essendo tale specie di fungo poco effigiata da altri, ed il colorito di quella del Viviani non tanto corrispondente al vero.

Tavola IV.ª

Fig. 1.ª e 2.ª *Agaricus caligatus* di grandezza naturale.
Fig. 3.ª Sezione del medesimo ad età più avanzata.
Fig. 4.ª colore delle spore vedute unite.
Fig. 5.ª Spore ingrandite 825. volte.

Sezione 2.ª Clitocibe anulati.

Le lamelle in questa sezione di Agarici armillari sono posteriormente, cioè in vicinanza del gambo, attenuate, senza seno alcuno, e più o meno decorrenti. Il gambo è pieno.

AGARICUS *melleus* **Vahl. Fl. Dan.**

Famiglia buona, Famigliuola, Famiglia bianca e leonata volg.

Pileo carnoso, tenui, explanato, squamoso-piloso, margine espanso, striato, stipite spongioso-farcto, annulo floccoso patente; lamellis adnatis, dente decurrentibus, subdistantibus, pallidis, demum sub-rufescenti-maculatis, farinosis. Fr.

Synon. Fungus ex uno pede multiplex, pileo desuper ex rufo-fulvo, subtus albo, pediculo altiori cylindrico anulato, suboscuro. Mich. Gen. Plant. p. 198. etc.

Fungus exculentus ex uno pede multiplex, pileolo desuper ex spadiceo flavescente ad oras nonnihil undulato, subtus albo, pediculo subobscuro, inferiora versus crassescente et veluti bulboso. Mich. l. cit. p. 199. tab. 81. Fig. 2.ª

Polymices, etc. Battarr. Fung. Ar. tav. 11ª. Fig. B.-F. e tav. 6.ª Fig. C.-E.

Agaricus anularius Bull. Champ. t. 377.
— polymices Pers. Syn. p. 269.
— obscurus Schaeff. t. 74.
— mutabilis Fl. Batav. t. 824.
— stipitis Sowerby Fung. t. 101.
— fusco-pallidus Bolt. t. 136.
— congregatus ejusdem t. 140.

Hypophyllum polymyces Paul. Champ. t. 148.

Agaricus melleus Vahl. Flor. Dan. t. 1013.
— — Fries S. M. I. pag. 30. Epicr. p. 23. ed 2.ª p. 44.
— — Atl. Svamp. t. 36.
— — Krombh. t. 43. f. 2-6.
— — Vittad. Fungh. Mang. t. 3.
— — Viviani t. 51.
— — Hoffm. Ic. t. 21. f. 1.ª
— — Cooke Handb. Br. Fung. p. 19.
— — Lenz f. 7.
— — Price f. 16. e 32.
— — Gard. Chron. 1860. p. 5.
— — Badh. I. t. 16 f. 3. e II. t. 9. f. 2.
— — Engl. Fl. V. p. 12.
— — Gonn. et Rabh. t. 3.
— — Barla t. 11.
— — Cordier Champ. Franc. II. p. 22.

— — Briganti F. Napol. p. 47. t. 21. f. 1–3.
— — Comes F. Napol. p. 10.
— — Inzenga F. Sicil. p. 13.

L'Ag. melleus ha il pileo carnoso tenue, dapprima in forma di testa di chiodo, quindi appianato, alquanto prominente nel mezzo a guisa di capezzuolo, in fine imbutiforme, con margini ondeggianti, lievemente striati. Il suo colore ordinariamente è il giallo ocraceo di miele, più o meno carico di bruno specialmente nel centro: suole però variare dal bianco sudicio al bruno nerastro a seconda della età, essendo più oscuro quando il fungo è giovane, e degli alberi sopra i quali nasce. La superficie superiore ha una pellicola che facilmente si distacca dalla carne sottostante, la quale verso il centro del pileo nella età giovane del fungo è più spesso ricoperta da fiocchi di peli o squamette raggianti, di colore oscuro o giallo dorati, che col crescere di esso svaniscono. Le lamelle non tanto numerose sono dapprima bianchissime, quindi di colore incarnato, in fine macchiate di colore rossastro ruginoso, ed apparentemente farinose per le spore che se ne distaccano in abbondanza. Sono esse intere nel loro margine libero, adnate al gambo sul quale scorrono mediante un denticolo, prolungandosi sopra di esso in forma di stria cotonosa fino alla superficie superiore dell'anello. Le laminette sono numerose ed arrotondate posteriormente. Le spore sono bianche di forma ovato–ellittica talvolta alquanto irregolare ed hanno □, 0076–78 di lunghezza e □, 0063–65. di larghezza. Il gambo è pieno di tessuto spongioso, esternamente è cilindrico–fusiforme più o meno ingrossato nel mezzo, fibrilloso, di colore carneo dilavato verso l'apice, cinereo od olivaceo nereggiante verso la base, che è assottigliata; è liscio, ma sparso circa il mezzo di fiocchi subsquamulosi di sostanza sericeo–cotonosa giallastro–bruna. L'anello posto in alto è tumido, persistente, fioccoso–membranaceo, di sopra striato e di colore bianco carnicino, di sotto di colore giallo pallido,

La polpa del pileo è molle, fibrosa, di colore bianco–carneo, poco abbondante, continua con quella del gambo che è maggiormente fibrosa, e scindibile in fili quando il fungo è vecchio, essendo quelli della corteccia più fragili. Il suo odore è grato, il sapore amaro irritante le fauci e nauseoso, qualità che con la cottura spariscono, e perciò è mangereccio.

Cresce nei mesi di settembre, ottobre e novembre sopra i tronchi morti naturalmente o recisi, non che sulle radici parimente morte a poca profondità nel terreno, pel quale motivo sembra terrestre, formando cespi più o meno numerosi, che talvolta riuniscono cento o più individui tutti

innestati insieme ad una sola base. Raramente è solitario, nel quale caso acquista una grandezza straordinaria. Gli alberi su cui sviluppa a preferenza sono il Salice, l'Olmo, il Pioppo, l'Ontano, lo Spin bianco, ed altri. Il Prof. Inzenga riferisce di averlo raccolto abbondantemente in Sicilia sopra i tronchi marciti di *pepe falso* (Schinus molle L.). Nella nostra provincia cresce in tutte le selve e dal territorio di Rocca di Papa, e dalla Faiuola, è portato in copia nei nostri mercati.

Fries ne conta quattro varietà e sono:

a con gambo robusto e molto rigonfio, quasi bulboso. Kalchbr.
b con lamelle di colore di zolfo. Weinm.
c Tutto di colore biondo. Gonn. e Rabenh. IV. t. 3.
d Di colore fosco, che nasce nei pineti.

L'agarico melleo a buon diritto merita di essere annoverato fra i funghi commestibili ed innocenti. Il fatto che in ogni anno, sia in Roma che altrove è consumato in grande quantità senza che alcuno ne provi danno alla salute, lo dimostra ad evidenza. Tuttavia Paulet disse di averlo somministrato ad un cane di mediocre grossezza a sei ore circa della sera, il quale dopo essersi lamentato in tutta la notte, morì dodici ore appresso. Dopo ciò Persoon ed altri scrittori di micologia non esitarono ad annoverarlo fra i venefici, senza ripeterne altra prova. Il Prof. Folchi nel suo libro di Igiene lo ripone fra i sospetti, quasi volendo tenere una via di mezzo fra il Letellier, Vittadini ed altri non pochi micologisti recenti, i quali lo dicono affatto innocuo. Certo è che mangiato crudo, come già dissi, ha un sapore dolciastro da prima, quale poi si converte in amaro, e disgustoso; qualità tutte che svaniscono con la cottura. Così il suo gambo è tenace, fibroso, e perciò riesce difficile ad essere digerito. Anche a ciò si rimedia recidendolo nel mondare e preparare i funghi prima di cuocerli. Havvi un altro fatto osservato più di una volta in Roma, e che mi giunse notizia essersi verificato anche in altre città d'Italia; voglio dire cioè dei funghi messi in commercio diseccati sotto il nome di *famigliuola*, i quali riuscirono o irritanti lo stomaco e le intestina, ovvero di una amarezza disgustosa ed insopportabile anche dopo cotti. Credo che ciò debba essere piuttosto attribuito ad altre specie di funghi, che vi furono mescolati in pezzi pel solo motivo di accrescerne la quantità ed il relativo guadagno; piuttostochè al vero *Ag. melleus*. Ond'è che oggi nelle visite sanitarie non si permette più la introduzione di tal sorta di funghi disseccati portati in miscuglio,

appunto perchè essendo ridotti in pezzi minuti, riesce impossibile stabilire a quale specie abbiano appartenuto.

Vittadini si estende molto nella iconologia dell' *Ag. melleus* e ne fa una rivista critica molto assennata. Le figure che oggi lo rappresentano meglio di ogni altra sono e la sua alla tavola 3.ª e quelle del Paulet alla tavola 148. di cui la figura 1.ª e 2.ª più che ogni altra esattamente dimostrano il fungo nelle sue prime età.

AGARICUS *Viviani* Fr.

Fungo Piopparello Viviani, Pioppino in Toscana.

Pileo carnoso, e spheroideo demum late convexo, glabro, obscure badio albicante; stipite elongato, cylindrico albo, anulo angusto persistente; lamellis adnatis, lineari-ellypticis, dilute cervinis. Fr.

Synonim. Fungus esculentus populneus ex uno pede multiplex, pileolo corrugato, vel potius lichenis Pulmonariae arboreae instar lacunulis excavato, colore primum obscuro, postea fulvo et tandem in subalbidum facescente, inferne lamellis cervinis, semiunciam latis, pediculo albo, anulo perangusto cincto, Michel. Gen. Plant. p. 198. n. 2.

Agaricus Piopparello Viv. p. 6. t. 6.
— — Inzeng. Sicil. p. 31. (excl. synon.)
— Viviani Fr. Epicr. Ed. 2.ª p. 45.

L*Ag. Viviani* Fr. ha il pileo carnoso, da sferoidale ruguloso nei margini diviene in seguito largamente convesso, in fine come molti altri si avvalla nel mezzo: la sua superficie è glabra e liscia, il suo colore dal bajo bruno che ha in origine, passa al biondo, e tanto va sempreppiù rischiarandosi, che nella vecchiezza biancheggia con lieve tinta ocraceo-sporca. Le lamelle essendo adnate al gambo, hanno una forma lineare-ellittica, sono acute in ambedue le estremità, di colore di cervo dilavato, non molto ravvicinate fra loro; le laminette assai scarse. Le spore sono di forma ellittica e bianche. Il gambo è bianco, cilindrico, lungo, alquanto assottigliato in basso in tutta quella porzione con cui si ravvicina e si unisce agli altri che partono dallo stesso ceppo. È liscio, elastico, consistente, con carne fitta e fibrosa nell' interno, la quale nei più vecchi si rilascia verso l'asse. In alto è guarnito da un anello piccolo, che a guisa di collaretto o cercine dapprima si attacca al margine del cappello, poi si dilata in forma

di velo, per quindi staccarsi circolarmente dai margini del pileo, e rovesciarsi in basso.

La carne del fungo è bianca, di odore debole, di sapore molto grato. È mangereccio.

Nasce in autunno sulle radici e su i ceppi morti dei pioppi intorno a Roma e nella sua provincia, non tanto frequente quanto l'*Ag. Aegirita* che è pure distinto col nome vernacolo di *Pioppino*.

A distinguerlo dall'*Ag. Aegirita* di Fries, di cui terrò parola in seguito, quando cioè parlerò degli Agarici Folioti, basterà osservarne il colore delle spore, che sono bianche nell'*Ag. Viviani* e di colore ocraceo ferruginoso nell'*Ag. Aegirita*. Altra differenza consiste oltrechè nel colore del pileo più chiaro in questo, anche nella grandezza dell'anello che è minore nall'*Ag. Viviani*. Il celebre Prof. Inzenga micologo distintissimo di Palermo nella sua prima centuria dei Funghi Siciliani a p. 59, dice che queste due specie sono ordinariamente confuse fra loro, quali egli ritiene essere ben diverse. Con ciò si trova in piena concordanza con le opinioni già emesse dal Micheli, dal Viviani e dal Fries.

La tavola da consultare per vederlo raffigurato al naturale nelle sue diverse età è la 6.ª del Viviani.

Sezione 3.ª Collibie anulate.

La lamelle degli agarici di questa sezione, sono posteriormente, cioè in prossimità del gambo, eguali; e lo stipite è subcartilaginoso all'esterno.

AGARICUS *mucidus* Schrad.

Subcaespitosus, pileo tenui, molli, e convexo-expanso, rugoloso, glutinoso; stipite farcto, rigido, basi incrassato, anulo apicali reflexo, striato, tumide marginato, lamellis rotundatis, striato-decurrentibus, distantibus, candidis. Fr.

Synon. Agaricus valens Scop. Carn. p. 430.
— nitidus Fl. Dan. t 773.
— — Trattinn. Austr. t. 27.
— splendens Fl. Dan. t. 1130.
— — Harz. t. 35.
— chrysospermus, venosus, splendens. Schum. p. 268.
— sudans Wallr. Crypt. 14. p. 736.
— mucidus Schrad. Spic. p. 116.
— — Pers. Syn. 266.
— — Swartz p. 12.

— — Saund. et Sm. t. 5.
— — Quel. t. 2.ª Fig. 1.ª
— — Price t. 14. f. 91.
— — Paul. t. 139. bis.
— — Fries. Syst. Myc. I. p. 28. — Monogr. — et Epicr. S. M. Ed. 2.ª p. 47.
— — Gard. Chron. 1861. p. 586.
— — Engl. Flor, V. p. 11.
— — Cooke Handb. Br. Fung. p. 20.
— — Cordier. Ch. Franc. 2.ª part. p. 23.

Armillaria mucida Gillet. Ch. Franc. p. 77. t. 23.

Il pileo dell' *Ag. mucidus* è sottile, poco carnoso, emisferico, quindi dilatato, ruguloso nel margine, largo più di 4 o 5 centimetri, molle, bianco, e ricoperto da uno strato mucoso.

Le lamelle sono anch'esse bianco-candide, distanti, scarse di numero, posteriormente arrotondate e scorrenti con strie sull'alto del gambo, acute verso il margine del pileo. La lamellule sono 2-3 anch' esse arrotondate verso il centro. Le spore sono grandi bianche, di forma rotondato-ellittica ed hanno il maggiore asse lungo □, 0150-58, il traversale □, 0125-27. Il gambo è cilindrico con base alquanto rigonfia ed attenuato dal basso all'alto, gracile, curvato, ripieno internamente e rigido, in alto guarnito da un anello bene sviluppato, riflesso, striato, e tumido nel suo margine.

L'intero fungo è bianco, di grandezza mediana, solitario o più spesso riunito in gruppi di cinque, o più individui a diverso grado di sviluppo. La sua carne è molto scarsa, il gambo è piuttosto tenace e duro, l'odore quasi nullo, il sapore scipito. Non è usato, tuttavia secondo Chevallier è commestibile.

Cresce sopra i faggi più di frequente a grande altezza per cui è difficile raccoglierlo, dal mese di luglio fino al decembre. Il Dottor Carlo Bagnis lo osservò a Monte Compatri: si trova anche nei monti sopra Subiaco e nei subappennini della nostra provincia.

Se ne conta una varietà con pileo di colore olivaceo-fosco var. *a* pileo olivaceo-fusco.

Synon. Ag. olivaceo-fuscus Fl. Dan. t. 1372.

ed alcuni recenti ne fanno ancora un altra varietà di colore grigio, la quale fuori di questo carattere desunto dal colore non ne ha alcun altro che la distingua.

Buona è la figura del Paulet alla tavola 139. bis. e buona pure è quella del Gillet alla tavola 23.

INTORNO ALLA BURRASCA DEL 25 FEBBRAIO

NOTA

DEL P. FELICE CIAMPI

Tre burrasche, l'una più violenta dell'altra, si sono succedute a brevi intervalli il 21, 23, e 25 del decorso Febbraio, i cui centri passarono assai dappresso all'Italia. Non mi fermerò qui a fare una descrizione dei terribili guasti recati dappertutto ove hanno infierito le accennate bufere: le son cose conosciute da tutti, appunto perchè i popoli, che ne furono testimoni o vittime, hanno manifestato in mille modi la gagliarda impressione che ne ricevettero. I più deplorevoli guasti sono avvenuti sui littorali e sulle alpi, dove appena si son potute distinguere tra loro le tre successive meteore che li cagionarono: stante la commozione del mare che era continua, e talvolta con forza crescente, dopo passata la causa, e lo scuotersi e il liquefarsi di grandi masse di neve negli alti gioghi, donde e valanghe, e lavine, e inondazioni spaventose. Sono peraltro ben distinti i passaggi, sia per le diverse località in cui acquistarono il massimo di forza, sia per le differenti traiettorie, e i diversi fenomeni rilevati dagli strumenti meteorologici.

La prima, che fu abbastanza sensibile nell'alta Italia, si manifestò ancor più violenta, nella notte tra il 20 e il 21, sulle alpi svizzere e specialmente sulla linea di Ginevra, Losanna, Friburgo, e Berna: ove, secondo la relazione mandata dal ch. M^r Forel all'accademia delle scienze di Parigi, su di una zona di 12 a 20 chilom. esposta al lato pericoloso del ciclone, furono portati via i tetti degli edifizi, furono divelte foreste intiere, e naufragarono tutte le barche peschereccie del lago Lemano. La velocità di traslazione di questa bufera ne' luoghi indicati fu dapprima di 14^{met}. per secondo, quindi di 12^{m}., mentre la velocità del vento, quando la bufera passò sopra Berna, era di 22^{m}.

Parallela a questa fu la zona devastata dalla burrasca del 23, la quale principalmente sembra avere imperversato in Piemonte, dove secondo l'attestazione del ch. P. Denza, fu questa più intensa dell'altra del 25, (1) e lasciò dappertutto tracce della sua veemenza: come pure sulla Liguria e la Toscana, e ne son testimoni i naufragi e le rovine avvenute in quei littorali, e le molte devastazioni in provincia di Siena, e nella stessa Firenze.

Queste due ebbero il foco del loro massimo al nostro NW: ma quello della terza si trovò assai più vicino a noi dalla banda d'Occidente, così che

(1) Ricevuto posteriormente il numero di Febbraio della preziosa corrispondenza Alpina Appennina italiana, dovuta all'infaticabile ed esperto meteorologo P. F. Denza, e che comprende circa 90 stazioni, si è potuto avverare che il minimo barometrico degli ultimi otto giorni del mese è caduto nel dì 23 in tutte le stazioni al Nord del parallelo 43°, e nel dì 25 in tutte quelle al S. dello stesso parallelo: e questo indica che il primo ciclone acquistò il massimo della forza nella parte più settentrionale, e il secondo nella più meridionale dell'Italia.

n'ebbero a soffrire in modo speciale i lidi napolitani e romani; e si stese col lato destro fino alle coste dell'Adriatico, e alle regioni Alpine del Friuli e della Carniola.

Or ecco ciò che si rileva dai registri grafici e dalle osservazioni dirette praticate in questo periodo nell'osservatorio del Collegio romano. Il barografo ha tracciato in quei giorni una serie di onde secondarie incavate in un'onda principale straordinariamente depressa, la quale comprende i due ultimi terzi del mese La media barometrica di Febbraio, quale si ricava dalle osservazioni degli ultimi 17 anni, è circa 8.^{mm} più alta di quella di tutto il mese decorso: eppure i punti più elevati delle tre ultime profonde oscillazioni non hanno superato questo livello 8.^{mm} sotto al consueto; quindi i punti più depressi sono riusciti straordinariamente bassi. La prima calata cominciò alle 6.^{or} ant. del 20 e fu di 15.^{mm} in 24 ore: la seconda alle 9.^{or} pom. del 21 e fu di 11.^{mm} in 36 ore: la terza dopo un alzata di 14^{mm} cominciò al mezzodì del 24, e precipitò ad un profondo di 22.^{mm} in 23 ore, ciò che non sarebbe cosa al tutto nuova nè per la brevità del tempo, nè per la quantità; ma atteso il punto donde avvenne questo gran salto, costituisce un caso forse unico per Roma nello spazio di un secolo. Infatti il barometro scese in quel giorno 25 alle 10.^{or} 30,^{m} ant. a 730.^{mm} 1, ridotta la lettura a 0°: ora la più forte depressione che trovasi notata nei registri dell'Osservatorio del Collegio Romano, che cominciano dal 1782, è quella del Gennaio 1784, quando il barometro ridotto a 0° e all'altezza presente dell'Osservatorio, segnò 730.^{mm} 4, ossia 0.^{mm} 4 più alto che nel Febbraio del 1879. Vero è che non avendosi a que' tempi pure un' idea de' barometri grafici, e facendosi le osservazioni ad intervalli fissi, può essere sfuggito il vero valore del minimo, e perciò diciamo che non si è notata da quasi un secolo una simile depressione, e non che non sia avvenuta.

Tutti questi salti furono accompagnati da vento continuo di libeccio (SW) che acquistava la massima intensità verso il tempo della massima depressione, e di vento intermittente di greco (NE) al tempo della successiva culminazione con velocità assai rimessa. Nelle due ultime depressioni fu esaurito più volte in meno di un' ora lo spazio concesso per ciascun ora alla penna dell' anemografo (che perciò dovrà essere amplificato nell' apparecchio): era però agevole sorvegliando la corsa dello strumento il notare a quando a quando delle folate che potevano calcolarsi di 16 a 18 metri per secondo. È cosa nota che le correnti negli strati d'aria all'altezza del nostro anemometro sono molto alterate dagli attriti delle fabbriche e delle colline, e perciò il ch. P. Secchi metteva molta importanza nelle osservazioni anemometriche che instituì a Montecavo, il quale è il punto più libero delle nostre vicinanze. Nelle tavole grafiche di quell'osservatorio troviamo conservate, pei suddetti periodi, delle indicazioni al tutto straordinarie. Nelle 12

ore precedenti la prima depressione la velocità è di 22^{met}. con un massimo di 52 chilom. in mezz'ora, ossia di 29^{met}. per secondo. Nelle ore intorno al secondo minimo da noi si notò una velocità media di 13^{met}. 5, laddove a Montecavo era di 26^{met}. con un massimo ancor questa volta di 29^{met}. Quanto all'ultima, noi avemmo tra le 4^{or}. ant. e le 5^{or} pom. del 25 la velocità media di 12^{met}, 5, ma a Montecavo di quasi il doppio.

Quest'ultimo giorno fu anche notevole per la copia grande della sabbia rossiccia apportata dal vento. Il cielo ne era offuscato, i tetti e i terrazzi ne furono ingombri, e la pioggia ne divenne fangosa, come in altri luoghi la neve. La provenienza immediata era certo dall'Africa, senza voler per ora entrare nella quistione se ne sia originaria, come ne sembra più probabile, ovvero solo di passaggio, o come in deposito, trasportatavi dall'America, come altri sostiene.

La velocità poi con cui si spostava il centro della bufera in una direzione approssimata da Sud a Nord, fu certamente minore di quella del vento che andava in giro attorno ad esso. Questo tra il mezzodì del 24 a quello del 25 passò dall'Algeria (1) ad un punto del mediterraneo un poco più alto di Roma, la qual distanza può assumersi di 800 chilom. così che la velocità media risulterebbe di poco oltre a 9.^{met} Tra il 25 e il 26 giunse in Germania all'altezza di Praga, distanza di 940 chilom. che dà una velocità di 10^{met}: tra il 26 e il 27 si trasferì a Memel passando 780 chilom. con velocità di 9^{met}. e finalmente tra il 27 e il 28 ad Hangö sul golfo di Finlandia distante 450 chilom. ossia con velocità di 6^{met}. Sembra però che tra Roma e Torino la velocità di traslazione fosse maggiore, giacchè tra il nostro minimo e quello di Moncalieri corsero 6.^{or} 30.^{m} ciò che assumendo la distanza di 870 chilom. darebbe una velocità di 16^{met}. Siccome peraltro quella del vento, almeno in alto era, come si è detto, di almeno 24^{met}, e talora si è accostata ai 30^{met}, è lecito il dedurre che il movimento era ciclonico, col centro il dì 25 sul Mediterraneo, rimanendo la penisola dal lato pericoloso del ciclone.

Il propagarsi poi di un ciclone da Sud a Nord (mentre per ordinario muovono da Ovest ad Est) non è cosa nuova in questa stazione: e lo avea già notato il Cap. Spindler in una discussione della direzione e velocità con cui propagansi i cicloni in Europa per ciascun mese dell'anno, trasmessa dall'Osservatorio Fisico Centrale di Pietroburgo.

(1). Vi fu chi espresse il dubbio che questo ciclone provenisse dalle Antille, cosa non così facile ad accadere, e che ad ogni modo non si poteva ammettere prima di avverare ciò che fosse avvenuto nell'Atlantico. Giunte dipoi le notizie e le carte del *Signal Service* degli Stati Uniti di America, si è veduto che nessuna burrasca si notò nell'Atlantico che potesse aver connessione colla nostra, la quale nella *mappa internazionale del tempo* costruita in America prende le mosse dall'Algeria, appunto come si trova nella mappa costruita a Parigi.

COMUNICAZIONI

Stoppani, Prof. A. – *Sulle oscillazioni del continente europeo*.

Prese egli ad esporre sommariamente alcune vedute sul modo, col quale si sono verificate le più recenti oscillazioni del continente europeo. La recente scoperta dell'origine sottomarina o littorale dei grandi anfiteatri morenici eretti dagli antichi ghiacciai nell'Alta Italia, come ha provato l'estendersi del mare fino al piede delle Alpi durante il periodo glaciale, così ha dimostrata la partecipazione della regione alpina e di tutta la penisola al sollevamento postglaciale già accertato pel Nord Europa e in genere per tutti i continenti. Non tutta però l'Alta Italia ha acconsentito a questo generale impulso. Risulta da argomenti storici e geologici che la Venezia, e si può dire tutta la regione delle Alpi orientali, a partire dal lago di Garda, fu invece soggetta ad un considerevole abbassamento. Dopo i recenti studii sull'anfiteatro morenico del Lago di Garda, le cui condizioni geologiche sono affatto in opposizione a quelle degli anfiteatri della Lombardia e del Piemonte, hanno assicurato all'accennato abbassamento l'evidenza del fatto.

Risulta di più che il Lago di Garda segna precisamente l'asse, o almeno la porzione più meridionale dell'asse, sul quale si sarebbe operata questa recente oscillazione della regione subalpina; per cui, posteriormente al periodo glaciale, la porzione ad Ovest del Lago stesso si è sollevata di circa 300 metri; mentre si abbassava di una quantità ancor ignota la porzione ad Est.

Il prof. Stoppani spinge le sue vedute ancor più oltre, fino a ravvisare nel Lago di Garda una porzione dell'asse principale di un sistema di oscillazioni, che avrebbe interessato tutta la Europa Settentrionale in senso approssimativo da SE a NO e viceversa tra il mare Jonico e il mare del Nord, non rimanendovi estranea l'asia Minore e la Siria fino all'Eufrate.

Lo studio comparativo dei terreni in massa, e delle condizioni orografiche dei paesi posti ad Ovest con quelli posti ad Est di questo asse immaginario, di cui è porzione il Lago di Garda, lo porta a stabilire anzitutto per la regione alpina, che i paesi suddetti si trovarono su per giù in eguali condizioni geologiche fin verso l'*epoca della creta*. Col cominciare di quest'epoca le due regioni si rendono indipendenti l'una dall'altra, dando luogo ad oscillazioni in diverso senso, quindi a depositi affatto differenti sotto tutti i rapporti geologici e paleontologici. Volendo cavare un costrutto dalla infinità dei fatti particolari, risulterebbe, specialmente a partire dal periodo eocenico, che le aree ad Ovest dall'asse fissato ebbero una generale tendenza ad abbassarsi; mentre

si sollevavano le aree ad Est. Così, per esempio, si sarebbero accumulati verso le Alpi occidentali i calcari nummulitici, indizio di mari liberi e profondi; così sarebbesi sommersa l'antica terra germanica nell'oceano, per essere sostituita dall' immenso mare miocenico. La regione delle Alpi orientali per l'opposto si sarebbe convertita in arcipelago vulcanico ed in regione di littorali e lagune, come dimostrano le figure littorali dell'eocene e del miocene, e più di tutto le flore forestali dell'uno e dell' altro periodo. Nel periodo pliocenico poi la Venezia, contrariamente a ciò che si verifica per la Lombardia e il Piemonte, era già una terra, una regione eminentemente alluvionale. L'opposto si verifica più tardi, come lo dimostrano il terreno nummulitico spinto nelle Alpi ad un' altezza di forse 3000 metri, l'eocene sollevata a 2000 metri, e così di seguito fino al pliocene ed al glaciale marino portato fino a 500 metri sul livello del mare. Al tempo stesso il mare del miocene e del pliocene, gradatamente respinto, lasciava libera la Germania fino al Baltico e al mare del Nord.

L'abbassamento, verificato già per la Venezia, in opposizione al descritto sollevamento delle regioni occidentali, avrebbe avuto luogo da Ovest ad Est attingendo il suo *maximum* sopra una linea dal mar Nero all'Arcipelago, che si sarebbe così staccato dall'Asia Minore, a cui era probabilmente unito nelle epoche precedenti. È un' idea non nuova che la penisola greca e le isole dell'Arcipelago rappresentino come i ruderi di un continente disfatto. Il Prof. Stoppani dice che è questa l' impressione riportata da un suo viaggio in quei luoghi, ed appoggia sopratutto le sue vedute ad argomenti dedotti dall'*orografia comparata*, ramo di geologia che egli vorrebbe veder più coltivato. Crede che un grande aiuto alla geologia ne verrà anche dalla zoologia e dalla paleontologia, quando gli animali terrestri, fossili o viventi, siano studiati sotto il nuovo punto di vista della *geologia continentale*. Presenta, come modello delle monografie che desidererebbe moltiplicate a questo intento, una memoria del signor D.r Forfosth Major – *Materiali per servire ad una storia degli Stambecchi* – di cui l'autore fa omaggio all'Accdemia, dove è registrato un fatto molto favorevole alle idee esposte circa l'origine dell'Arcipelago. È questo il fatto dell'esistenza di uno Stambecco nell'isola di Creta e in quelle di Antimelos e di Joura, che non si saprebbe spiegare, quando non si ammettesse che quelle isole siano state già riunite ad un continente. Si aggiunge che lo Stambecco di Creta non sembra altro che una pura varietà della *Capra aegagrus*, cioè dello Stambecco vivente dell'Asia Minore.

Il prof. Stoppani termina con alcune considerazioni sui vulcani antichi

dei colli Euganei, del Vicentino, del Veronese e del Tirolo, sui terremoti, sulle emanazioni gassose e sulla conformazione del lago di Garda, da cui risulta che esso ha tutti i caratteri di una profonda spaccatura, rispondente all'ideale di un *asse d'oscillazionc*, che avrebbe funzionato fin dall'epoca cretacea, come è voluto dalla teorica esposta.

De Rossi Prof. M. S. – *Sulla pioggia di sabbia del* 25 *febbrajo in Narni.* Il cav. Prof. Michele Stefano de Rossi a nome del prof. D. Romeo Fagioli di Narni ha comunicato all'Accademia alcuni particolari osservati dal suddetto relativi alla pioggia di sabbia avvenuta ai 25 del decorso febbraio. Questa cadde abbondantemente in Narni; cosicchè la montagna di s. Benedetto presso Amelia sembrava damascata dal rosso colore della umida sabbia. Malgrado che il declivio dei monti ne facesse perdere una gran parte, il Fagioli potè constatare che se ne contenevano nove milligrammi in ogni grammo di acqua: quindi dedusse esserne caduti 9 grammi e 9/00 per ogni 23$^{mm.q.}$ di superficie terrestre. Il Fagioli di questa caduta, come di altre antecedenti, conserva i saggi in appositi vetrini.

De Rossi, prof. M. S. – *Notizie sismiche relative alle burrasche dal* 23 *al* 25 *febbraio.*

Il medesimo Prof. de Rossi completò poi la nota del ch. P. Ciampi, riferendo le notizie relative alla straordinaria burrasca atmosferica, che percorse l'Italia dal 23 al 25 febbraio, riferendo la parte spettante alla meteorologia endogena, ossia i fenomeni provenienti dalle azioni interne telluriche. Dimostrò che in quel tempo l'Italia era agitata da uno speciale periodo sismico cominciato ai 13 di Febbraio, il quale perciò non era in connessione veruna di causa con la burrasca atmosferica. Questa però colla eccessiva depressione barometrica potè favorire la manifestazione di un massimo sismico, che perciò dovette coincidere con la burrasca medesima. Infatti fin dal sabato 22 molti rombi sotterranei erano stati uditi in Norcia, e nella Domenica 23 tanto in Norcia che in Roma erano avvenute parecchie piccole scosse di suolo.

La sera poi del medesimo 23 alle ore 7 32 una vasta scossa di terremoto manifestossi contemporaneamente nei medesimi due centri suddetti di Roma e di Norcia. Nel primo il terremoto fu ad onde larghissime quantunque grandi e perciò innocuo. In Norcia però esso fu estremamente forte; tanto che i caseggiati ne soffrirono gravemente, massime nella regione di Cascia, dove le case si fendettero da cima a fondo. Molte altre scosse succedettero a questa prima, sempre con i. medesimi due centri di Roma e Norcia.

Coteste scosse comparvero principalmente fra le 7 e le 8 tanto antimeridiane che pomeridiane, ed intorno anche alle 2 ant. e pom. Le quali ore sono state le elettive dell' intiero periodo sismico cominciato dopo la prima decade di febbraio. Anzi questa ora elettiva ne forma uno dei caratteri determinanti la continuità dello stesso periodo. Specialmente poi dal 23 al 28 febbraio alle ore 7 $\frac{1}{2}$ ant. e pom. non mancarono giammai i movimenti del suolo. Da ultimo il riferente osservò, che la distribuzione topografica dei terremoti predetti, avvenuti fino anche a Trieste, coincideva approssimativamente con la linea seguita dal 23 al 25 febbraio dal centro della depressione atmosferica. Il qual fatto dimostra la connessione della burrasca sismica con l'atmosferica. Oltre a ciò confrontando i pochi dati, che forniscono i rari osservatori del livello dei pozzi, apparisce abbastanza chiaramente, che durante il massimo sismico e di depressione atmosferica dal 23 al 25 febbraio, il livello delle acque sotteranee si abbassò sensibilmente, come appunto avviene nelle grandi commozioni telluriche e contrariamente a ciò che avviene nelle basse pressioni atmosferiche, che favoriscono l' innalzamento delle acque puteali.

COMITATO SEGRETO

Riunitasi l'Accademia in comitato segreto, sulla proposta del Comitato accademico, fu nominato censore il ch. P. Francesco S. Provenzali in luogo del defonto P. D. Chelini.

Venne quindi fatta la votazione sulla proposta del Comitato medesimo per l'elezione del Cav. Placido Sabatucci a socio ordinario, la quale votazione riuscì a pieni voti, salvo l'approvazione sovrana.

Fu in seguito dichiarato all'Accademia il Comitato essere incorso in equivoco nella specificazione del nome del nipote del sig. Principe D. Baldassare Boncompagni, che proponeva a socio aggiunto. Il Comitato volle proporre quello fra i due nipoti, che erasi distinto all' università di Lovanio negli studii di matematica e scienze naturali, alle quali mostrava volersi totalmente dedicare. Questi però non è il Sig. Marchese di Vignola D. Ugo Boncompagni, ma bensì il suo fratello D. Luigi Boncompagni.

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

1. Lettera della Sig.ª Contessa di Brazzà–Savorgnan, la quale in nome del suo figlio Conte Pietro infermo ringraziava l'Accademia dell'onore fatto al medesimo, nominandolo socio corrispondente.

2. Il segretario presentò i ringraziamenti del sig. Conte Bartolomeo de Basterot, il quale intervenuto alla seduta, per assistere e per ringraziare personalmente, avea dovuto però allontanarsi per indisposizione di salute.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Ordinari – Commend. A. Cialdi, Presidente – P. F. S. Provenzali – Prof. M. Azzarelli – Conte Ab. F. Castracane – Comm. Ch. Descemet – P. Giacomo Foglini – Dott. M. Lanzi – Mgr. F. Regnani – Prof. T. Armellini – P. F. Ciampi – P. G. S. Ferrari – Principe D. B. Boncompagni – P. G. Lais – Dott. D. Colapietro – Prof. M. S. de Rossi, Segretario.

Onorari – Mons. Vannutelli – Cav. Palomba – D. S. Vespasiani.

Aggiunti = Prof. Persiani.

La seduta aperta legalmente alle ore 4 p. fu chiusa alle ore 6 $\frac{1}{2}$ p.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, pubblicati dagli Accademici Segretari delle due Classi.* — Vol. XIV, Disp. 1ª (Novembre–Dicembre 1878) — Torino ecc. In 8.°
2. BONCOMPAGNI (B.) — *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze Matematiche e Fisiche, ecc.* — Tomo XI. (Dicembre 1878.) — Roma, ecc. 1878. In 4.°
3. *Bullettino Meteorologico dell'Osservatorio del Collegio Reale Carlo Alberto in Moncalieri, ecc.* — (Vol. XIII. — 31 Maggio Num. 5. — 31 Luglio Num. 7. — 31 Agosto Num. 8. 1878.) Torino, ecc. In 4.°
4. CATALAN (Eugène) — *Remarques sur la Théorie des moindres carrés, ecc.* In 4.
5. CAPPANERA (Lamberto) *La Natura, ecc.* — (Vol. III. — Num. 2. — 11. Gennaio 1879.) — (Vol. III. — Num. 3. — 18. Gennaio 1879.) — (Vol. 3. — Num. 4. — 16. Febbraio 1879.) — (Vol. III. — Num. 5. — 1° Marzo 1879.) — Firenze, ecc. In 8.°
6. CHILLEMI PATANÈ (Michele) — *Annali della Accademia di Scienze, Lettere ed arti in Catania, ecc.* — (Anno I, Fasc. I. — Gennaio 1879.) — Catania, ecc. In 8.°
7. DORNA (Alessandro) — *Applicazione dei principii della Meccanica Analitica, ecc.* — Torino, ecc. In 4.°
8. GILBERT (Ph.) — *Sur la réduction des forces centrifuges composées dans le mouvement relatif d'un corps solide, ecc.* — Bruxelles, ecc. In 8.°
9. —— *Sur un théorème de mécanique générale et sur quelques conséquences qui en découlent, ecc.* — Bruxelles, ecc. 1878. In 8.°
10. L'ABBÉ MOIGNO (M.) — *Le Révérend Père Secchi, sa vie, son observatoire, ses travaux, ses écrits, ses titres a la gloire, hommages rendus a sa mémoire, ses grands ouvrages, ecc.* — Paris, ecc. 1879. In 8.°
11. *La décroissance Graduelle du dernier de la fin du XI au commencement du XIII siècle.* In 8.°
12. *L'Ozone ce qu'il est, ses propriétés physiques et chimiques, son existence et son role dans la nature, ecc.* — Paris, ecc. 1878. In 8.°
13. *Materiali per servire ad una storia degli Stambecchi, ecc.* — Pisa, ecc. 1879. In 8.°
14. *R. Comitato Geologico d'Italia.* — Bollettino Num. 11 e 12. — Novembre e Dicembre 1878. — Roma, ecc. 1878. In 8.°
15. *Rassegna medico statistica della città di Genova.* — Anno 1878. — Settembre. In 4.°
16. TYNDAL ET PASTEUR (MM.) — *Les Microbes Organises leur role dans la fermentation, la putréfaction et la contagion.* — Paris, ecc. 1878. In 4.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE V^a DEL 27 APRILE 1879

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. ALESSANDRO CIALDI

MEMORIE E NOTE

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

SUL SOLLEVAMENTO DEL LITTORALE IN OSTIA NELLA EPOCA PRESENTE

MEMORIA

DELL' INGEGNERE FILIPPO GUIDI

Nella ultima sessione del 16 marzo il Chiaris.° Sig.r Prof. Stoppani espose un suo concetto interessantissimo sulle oscillazioni più recenti del continente europeo, e ben giustamente esprimeva il desiderio che si rivolgessero studii ed osservazioni a determinare il sistema di tali oscillazioni. Uguale desiderio viene emesso nel pregievolissimo volume or ora uscito alla luce sulla meteorologia endogena del chiaris.° sig.r Prof. Michele Derossi: ho creduto adunque non del tutto inutile dar notizia di una osservazione da me fatta nell'anno 1872, dalla quale sembrami doversi concludere che il suolo di Ostia ai nostri giorni sia in un periodo di sollevamento assai marcato.

Nel detto anno io presiedeva alla bonificazione meccanica dello Stagno di Ostia ch' ebbe il suo compimento nel seguente anno. Ma prego mi sia permessa una breve digressione, perchè sentendomi parlare di bonificazione eseguita in uno stagno, che poi tuttora esiste, e nella integra sua estensione, potrebbe a taluno sembrare chimerico e vano il mio discorso: dirò dunque

con due parole in che consistesse il mio progetto di bonificazione e come ne andasse l'esecuzione.

Lo stagno di Ostia ha un bacino idrografico cinque volte più grande dello stagno stesso, ma le acque ne possono defluire al mare, solo che sieno innalzate meccanicamente per sessanta centimetri : quindi le condizioni di bonifica, son quelle stesse che esistono in tanti paduli bonificati con questo sistema, e con ottimo successo; nei quali è necessaria una elevazione di tre metri.

Adunque io feci collocare, nel posto conveniente per la elevazione delle acque, una macchina a vapore con idrovore, a doppia elica, da me immaginate, della portata di duecenquaranta metri cubi a minuto. Una foce armata garantiva il canale emissario dagli interrimenti, e munita di seracine intercettava la comunicazione col mare nei momenti di forti burrasche.

Non essendo fiorenti le condizioni economiche della Società Pio-Ostiense, io proponeva di compire più tardi la bonificazione, col deviare le acque alte dal bacino tributario allo stagno, ma a grado a grado, e dopo aver potuto trarre qualche profitto dalla bonificazione puramente meccanica.

Nell'aprile 1873 in diecisette giorni fu asciugato lo stagno, rimanendo soltanto un minimo volume di acqua in qualche punto più depresso, per difetto di canali conducenti alle idrovore. I dati, sui quali basavasi il mio progetto, si trovarono per fortuna corrispondere egregiamente alle previsioni.

La cadente sul mare fu anche superflua , poichè a mare anche grosso l' incile di riversamento delle idrovore avea una prevalenza di venti centimetri sul pelo del canale emissario.

Il rendimento delle nuove idrovore, che si sperimentavano per la prima volta, giunse al 78 per cento o almeno al 75 a lavoro continuo.

L'armamento della foce riuscì solidissimo, e dopo sei anni si conservava integro ancora.

La sufficienza delle macchine fu sperimentata dal sig. Ingegnere Pietro Narducci gerente della Società, ed in cinque giorni di pioggia forte e non interrotta fu smaltita esattamente tutta l'acqua affluente allo stagno.

Ma poi una lite acerrima, sorta fra la società e l' intraprendente dei lavori di bonifica, sospese ogni cosa, ed il Governo, giovandosi del sommo rigore delle leggi, dichiarò decaduta la società dai diritti concessigli sullo stagno e così andò perduto il frutto di tante spese e di tante fatiche. Con sole 50000 lire si poteva eseguire un canale diversivo di acque alte, per la metà del bacino tributario, ed appunto per quella metà, che, essendo molto declive, nuoce dippiù alla bonifica, per l' irruenza con cui ne defluiscono

le acque! Con tanti studi e progetti sortiti fuori dopo il 1873 passarono sei anni, senza nulla fare, mentre la bonificazione dello stagno di Ostia era assicurata, e potevasi compire nel 1874!

Ma una reminiscenza molto dispiacente fu causa che la digressione divenisse lunga anche troppo: torniamo all'argomento.

S' intende bene quanto sia necessaria una scrupolosa livellazione fra lo stagno da prosciugarsi ed il bacino in cui debbono esser versate le acque: in questo caso peraltro era cosa facilissima ad eseguirsi. Lo stagno di Ostia ha un canale emissario, lungo, è vero, 3200 metri, ma largo in media 10 metri e quindi abbastanza ampio. Dopo una mareggiata la foce, senza alcun armamento, si ostruiva, ed il canale si metteva in quiete perfetta: e quindi, avendo cura di fare i rilievi sei ore dopo che si fosse posta in calma l'atmosfera il canale offriva sul lido del mare il livello preciso dello stagno. Tenuto conto della *costituzione del lido* relativamente alle fasi lunari, e della influenza dei venti, non fu difficile avere allo stagno il livello medio ordinario del mare.

Ma con sorpresa trovai le sonde nelle così dette conche e le altezze del piano dello stagno stesso ben diverse da quelle rilevate quindici anni prima dal distinto Ingegnere Froyer che nel 1857 dirigeva i lavori di Bonifica: la differenza risultò di 22 centimetri.

La prima idea che si potrebbe avere, per darsi ragione di tale differenza è quella di una colmata avvenuta pel sopraggiungere di acque torbide allo stagno; ma questo è vestito in tanta copia da erbe palustri che le acque perdono la loro velocità ai lembi, ed ivi si depositano le pochissime torbide: dico pochissime perchè, fatte lievi eccezioni, i terreni circostanti allo stagno sono orrizzontali e quindi i canali di scolo conducono le acque allo stagno con minima velocità. Nella celebre piena del Tevere del 1870 irruppero nello stagno di Ostia ben sette milioni di metri cubi d'acqua e nel brevissimo tempo di sedici ore: ebbene la deposizione delle torbide avvenne prima che giungessero allo stagno, cioè nei pianissimi pascoli di Dragona, e le erbe palustri furono coperte da un velo impercettibile di melma nei soli lembi dello stagno.

Si potrebbe credere ancora che un qualche deposito potesse avvenire nello stagno per pulviscolo sollevato dai venti; ma, oltre alla nullità degli effetti di colmata che si potrebbero ammettere per tale causa, esiste un fatto che esclude certamente ogni colmata per qualunque causa essa sia. Il fondo delle conche si conserva ancora in ghiaje minute quali furono

ivi depositate, o dal Tevere, quando passava a fianco dello stagno nei primi tempi quadernarii, allorquando la portata e la velocità erano di gran lunga superiori a quelle de' nostri tempi, ovvero da qualche confluente che avesse potuto esistere di grandezza e di rapidità tale da poter portare simili materie.

Per la qual cosa non mi sembra poter trovare una spiegazione della differenza di livello di cui tengo proposito.

Si dirà forse che sia stato commesso qualche errore da un di noi, dall' Ingeguere Froyer o da me; ma gli ingegneri governativi che fecero studii assai minuziosi pel bonificamento dello stagno di Ostia nell'anno 1874, trovarono diminuite le sonde come le avea io trovate. Avrà dunque errato l'Ingegnere Froyer? Neppure ciò può ammettersi: ed eccone la pruova abbastanza persuadente.

Nel 1858 l' Ingegnere Froyer avea fatto costruire una foce ampia regolare ed avea vestito di tavole di legname lo stesso canale emissario almeno per sessanta metri prima di giungere al mare.

Nei giorni di calma perfetta di mare e di atmosfera, 20 centimetri di cadente sono anche esuberanti a stabilire una bella velocità nel canale emissario, oggi che l'ultimo tratto dello stesso emissario si trova in condizioni assai meno buone: dunque al tempo dell'Ingegnere Froyer 15 centimetri di cadente doveano esser sufficienti per generare una corrente sensibile. Or dunque se l' Ingegnere Froyer avesse errato col ritenere il mare 22 centimetri più alto di quello che realmente fosse stato, avrebbe dovuto accorgersi senza dubbio dell'errore, perchè avrebbe veduto correr l'acqua a rovescio di quel che dovea accadere per la sua livellazione. Lo stesso argomento vale a dar pruova dell'avere io determinato o senza o con minimo errore il livello dello stagno relativamente al mare, perchè avrei dovuto vedere stagnanti le acque nel canale con 22 centimetri di cadente, cosa del dari non ammissibile. Si ammettano pure lievi errori, nei quali si fosse potuti cadere, e che questi sieno stati in senso opposto; ma per le ragioni sovraesposte la somma di tali errori non può avere ecceduto i dieci centimetri: dunque è forza ritenere che il suolo di Ostia siasi sollevato di 12 centimetri almeno nello spazio di tempo sovraccennato, cioè dal 1857 al 1872.

ÉTUDE SUR QUELQUES QUESTIONS D'ARITHMÉTIQUE SUPERIEURE

PAR LE P. TH.LE PEPIN S. J.

I. *Résolution en nombres entiers d'un système d'équations du second degré.*

1. Le système d'équations dont je me propose de donner ici une solution complète est formé des deux équations

$$(1) \quad 2v^2 = u^2 + t^2,$$

$$(2) \quad 3w^2 = t^2 + 2u^2.$$

Il a été l'objet d'un travail récent publié par M. Lucas dans les Nouvelles Annales de Mathématiques de M. Gérono (1878, p. 410). Malgré le mérite incontestable de ce travail le problème n'est pas encore complètement résolu. Cela tient, nous le verrons plus loin, à une énumération incomplète des cas possibles. La considération des cas omis montre qu'en suivant la marche adoptée par M. Lucas on ne peut obtenir toutes les solutions du système proposé sans ajouter de nouvelles formules à celles qui ont été données par ce savant professeur. Mais en suivant une méthode un peu différente on obtient une solution beaucoup plus simple, où toutes les valeurs numériques des indéterminées, propres à vérifier les équations (1) et (2), se déduisent d'un seul groupe de formules.

2. Observons d'abord que l'on peut se borner à chercher les solutions en nombres premiers entre eux; car les équations proposées étant homogènes, on ne change pas leur forme en les divisant par le plus grand diviseur commun de t^2 et de u^2. Nous supposerons donc t et u premiers entre eux. Il résulte de cette hypothèse que les quatre nombres t, u, v et w sont impairs et premiers entre eux deux à deux. Nous prendrons v et w positifs et nous ferons abstraction des signes de t et de u, qui pourront être indifféremment positifs ou négatifs.

L'équation (1) mise sous la forme

$$v^2 = \left(\frac{t+u}{2}\right)^2 + \left(\frac{t-u}{2}\right)^2$$

est résolue complètement par les formules connues

$$(3)\quad v = a^2 + 4b^2,\ \frac{t+u}{2} = a^2 - 4\,b^2,\ \frac{t-u}{2} = 4\,ab,$$

où a et b désignent deux nombres entiers et premiers entre eux, dont le premier, a, est en outre impair. Nous supposerons a positif. Mais nous donnerons à b des valeurs positives et négatives. Lorsque b change de signe, les valeurs de t et de u s'échangent entre elles. Cela n'aurait aucune importance si l'on se bornait à résoudre l'équation (1) ; mais cela n'est pas indifférent pour le système proposé, puisque l'équation (2) n'est pas symétrique par rapport aux deux lettres t et u.

3. L'équation (2) peut aussi se résoudre directement à l'aide des nombres complexes. Il résulte en effet du théorème V de mon Mémoire sur les nombres complexes $a + b\sqrt{-c}$ (Journal de M. Resal t. I, p. 330) que toutes les solutions de l'équation (2) se déduisent des formules

$$(4)\ \left|\begin{array}{l} w = c^2 + 2d^2,\ t + u\sqrt{-2} = (1 + \sqrt{-2})\ (c + d\sqrt{-2})^2 \\ t = c^2 - 4cd - 2d^2,\ u = c^2 + 2cd - 2\,d^2, \end{array}\right.$$

en donnant à c et à d de toutes les manières possibles des valeurs entières et premières entre elles, dont l'une, celle de c, soit de plus impaire. On peut supposer c positif ; mais l'on doit donner à d des valeurs positives et des valeurs négatives.

4. On peut obtenir le même résultat sans recourir aux nombres complexes ; seulement la solution est un peu plus longue.

Si de l'équation (2) on retranche l'identité $3u^2 = u^2 + 2u^2$, on obtient une équation équivalente

$$3\ (w^2 - u^2) = t^2 - u^2.$$

laquelle est elle-même équivalente au système des deux équations

$$w - u = m\ (t - u),\quad 3m\ (w + u) = t + u,$$

dans lesquelles m désigne un nombre rationnel. On en déduit

$$\frac{w}{m\,(3m-1) - (m-1)} = \frac{u}{1 - 3\,m^2} = \frac{t}{(3\,m - 1) - 3\,m\,(m - 1)},$$

ou bien, en posant $m = \frac{p}{q}$, p et q désignant deux nombres entiers et premiers entre eux

$$\frac{w}{3p^2 - 2pq + q^2} = \frac{u}{q^2 - 3p^2} = \frac{-t}{3p^2 - 6pq + q^2}$$

Comme les trois nombres w, u et t sont premiers entre eux on déduit de là

$$(A) \left| \begin{aligned} \mu w &= 3p^2 - 2pq + q^2 = (q-p)^2 + 2p^2, \\ \mu u &= q^2 - 3p^2, \\ -\mu t &= 3p^2 - 6pq + q^2, \end{aligned} \right.$$

en désignant par μ le plus grand diviseur commun des seconds membres.

Nous prenons w positif, de sorte que μ est aussi positif. On déduit de la seconde formule que μ ne peut être divisible par 4, qu'il est premier avec p et ne peut avoir avec q aucun facteur commun autre que 3. Or en combinant par soustraction les deux formules extrêmes on obtient

$$\mu\ (w + t) = 4pq.$$

De là et de ce que nous venons de dire du nombre μ, on conclut qu'il doit être diviseur de 6. Du reste il est inutile de supposer μ divisible par 3; car si l'on a $\mu = 3\alpha$, il faut faire $q = 3q_1$ et les équations (A) divisées par 3 deviennent

$$\alpha w = p^2 - 2pq_1 + 3q_1^2,\quad \alpha u = 3q_1^2 - p^2,$$
$$-\alpha t = p^2 - pq_1 + 3q_1^2.$$

Or ces formules se déduisent des équations (A) en faisant $\mu = \alpha$, $p = q_1$, $q = p$, et en changeant le signe de u. Les formules (A) donnent donc toutes les solutions de l'équation (2) lorsque p et q prennent de toutes les manières possibles des valeurs entières et premières entre elles, en excluant toutefois pour q les multiples de 3. Lorsque p et q seront impairs, on prendra $\mu = 2$, et dans tous les autres cas, $\mu = 1$.

Si $\mu = 1$ les formules (A) deviennent par la substitution $p = d$, $q = c + d$,

$$(B) \qquad w = c^2 + 2d^2,\quad u = c^2 + 2cd - 2d^2,\quad t = c^2 - 4cd - 2d^2.$$

Si $\mu = 1$, les deux nombres p et q sont tous deux impairs de sorte que l'on peut obtenir des formules équivalentes en faisant la substitution $p = c$, $q = c + 2d$, ce qui donne de nouveau les formules (B), aux signes près de de u et de t qui se trouvent changés. Ainsi, en faisant abstraction des

signes de u et de t, on trouve dans les formules (B) une solution complète de l'équation (2); il suffit d'y donner à c et à d des valeurs entières et premières entre elles. On peut prendre c positif. Mais lorsque aucun des deux nombres c ou d n'est divisible par 3, il faut choisir le signe de d de telle sorte que u soit premier avec 3. Nous remarquerons que les formules (B) ne diffèrent pas des formules (4) obtenues par l'emploi des nombres complexes.

5. En résolvant séparément les deux équations proposées, nous avons trouvé des expressions différentes pour t et u; mais puisque les équations sont simultanées il faut que ces expressions donnent des valeurs numériques égales pour chacun des deux nombres t et u. Il en résulte les deux conditions

$$\left| \begin{array}{l} \pm(a^2 + 4ab - 4b^2) = c^2 + 2cd - 2d^2, \\ \pm(a^2 - 4ab - 4b^2) = c^2 - 4cd - 2d^2, \end{array} \right.$$

ou encore

$$\pm\left[(a+2b)^2 - 8b^2\right] = (c+d)^2 - 3d^2, \quad \pm\left[(a-2b)^2 - 8b^2\right] = (c-2d)^2 - 6d^2.$$

La considération du module 8 exclut les signes inférieurs. En effet les premiers membres de ces deux équations sont, avec le signe $-$, de la forme $8l-1$; tandis que le second membre de la première équation est de l'une des deux formes $8l+1$, $8l-3$, et celui de la seconde, de l'une des deux formes $8l+1$ ou $8l+3$. On a donc

$$(5) \quad \left| \begin{array}{l} a^2 + 4ab - 4b^2 = c^2 + 2cd - 2d^2, \\ a^2 - 4ab - 4b^2 = c^2 - 4cd - 2d^2. \end{array} \right.$$

L'une de ces deux équations peut être remplacée par la suivante

$$(6) \qquad 4ab = 3cd,$$

obtenue en combinant les deux équations (5) par soustraction. Le nombre a ne peut être multiple de 3; car s'il l'était, on déduirait de la première des équations (5)

$$(c+d)^2 + 4b^2 \equiv 0 \pmod 3,$$

ce qui est impossible, le nombre b étant premier avec 3. L'équation (6) sera donc complètement résolue par les formules

$$(7) \qquad a = \alpha\lambda, \; b = 3\beta\mu, \; c = \alpha\beta, \; d = 4\lambda\mu,$$

dans lesquelles α, β, λ et μ désignent quatre nombres entiers et premiers entre eux deux à deux. Comme a et c sont impairs, la première des équations (5) combinée avec l'équation (6) donne l'équation

$$a^2 - 4b^2 = c^2 - cd - 2d^2,$$

qui, par les formules (7), se transforme en la suivante

$$(8) \qquad 4(8\lambda^2 - 9\beta^2)\mu^2 + 4\alpha\beta\lambda\mu + (\lambda^2 - \beta^2)\alpha^2 = 0.$$

6. En résolvant l'équation (8) successivement par rapport au quotient $\frac{\mu}{\alpha}$, puis par rapport à $\frac{\lambda}{\beta}$ on obtient les deux formules

$$(9) \quad \left| \begin{aligned} \frac{\mu}{\alpha} &= \frac{\beta\lambda \pm \sqrt{(3\beta^2 - 4\lambda^2)(2\lambda^2 - 3\beta^2)}}{2(9\beta^2 - 8\lambda^2)}, \\ \frac{\lambda}{\beta} &= \frac{-2\alpha\mu \pm \sqrt{(\alpha^2 + 24\mu^2)(\alpha^2 + 48\mu^2)}}{\alpha^2 + 32\mu^2}, \end{aligned} \right.$$

Les nombres α et μ satisfont à un problème analogue à celui dont nous nous occupons, ils réduisent à des carrés les deux sommes $\alpha^2 + 23\mu^2, \alpha^2 + 48\mu^2$. Quant aux nombres β, λ, ils déterminent une solution du problème proposé.

En effet, le rapport $\frac{\mu}{\alpha}$ étant rationnel, le produit $(3\beta^2 - 4\lambda^2)(2\lambda^2 - 3\beta^2)$ doit être un carré. Mais β et λ sont premiers entre eux et impairs; de plus λ est premier avec 3, puisqu'il est facteur de a, nombre premier avec 3. Les deux facteurs du produit considéré sont donc premiers entre eux et doivent être égalés séparément à des carrés. On a donc les deux formules

$$3\beta^2 - 4\lambda^2 = \pm\gamma^2, \quad 2\lambda^2 - 3\beta^2 = \pm\delta^2,$$

où l'on doit prendre en même temps les signes supérieurs ou les signes inférieurs. Mais les signes supérieurs sont exclus par la considération du module 3. On doit donc poser

$$4\lambda^2 - 3\beta^2 = \gamma^2, \quad 3\beta^2 - 2\lambda^2 = \delta^2,$$

et l'on en déduit les deux équations

$$2\lambda^2 = \gamma^2 + \delta^2, \quad 3\beta^2 = \gamma^2 + 2\delta^2,$$

qui ne sont autres que les équations proposées, vérifiées par les valeurs $v = \lambda$, $w = \beta$, $t = \gamma$, $u = \delta$.

7. Les décompositions qui nous ont donné les résultats précédents sup-supposent que v et w sont espérieurs à l'unité. Quand ces deux nombres se réduisent à l'unité, on a, dans les formules (3) et (4), $a = 1, c = 1, b = 0, d = 0$. Il en résulte pour les formules (7), $\mu = 0$, $\alpha = \beta = \lambda = 1$, de sorte que l'on retombe sur la même solution $v = w = t = u = 1$. Mais tant que v et w sont supérieurs à l'unité les décompositions précédentes s'effectuent sans qu'aucun des nombres a, b, c, d soit nul et l'on obtient une nouvelle solution du problème proposé, dans laquelle les indéterminées v et w ont des valeurs moindres. En désignant par v_1, w_1, t_1, u_1 la solution considérée, par v, w, t, u, la nouvelle solution en nombres moindres, on déduit des formules (3), (4), (7) et (9)

$$(10) \left| \begin{aligned} &\frac{\mu}{\alpha} = \frac{v\ w \pm tu}{2(9w^2 - 8v^2)}, \\ &v_1 = \alpha^2 v^2 + 36\mu^2 w^2, \\ &w_1 = \alpha^2 w^2 + 32\mu^2 v^2, \\ &\pm t_1 = (\alpha v - 6\mu w)^2 - 72\mu^2 w^2, \\ &\pm u_1 = (\alpha v + 6\mu w)^2 - 72\mu^2 w^2. \end{aligned} \right.$$

En partant de la solution irréductible $v = w = t = u = 1$, on obtient pour $\frac{\mu}{\alpha}$ les deux valeurs $\frac{0}{1}$, $\frac{1}{1}$, dont la première donne de nouveau la même solution, et dont le seconde donne une solution nouvelle

$$v_1 = 37,\ w_1 = 33,\ t_1 = 47,\ u_1 = 23.$$

Cette solution donne pour $\frac{\mu}{\alpha}$ les deux valeurs $\frac{-1}{1}$, $\frac{-70}{1151}$, d'où l'on déduira deux nouvelles solutions par les formules 10. En égalant dans les formules (10) v, w, t et u à la plus simple de ces solutions on obtiendra de même deux nouvelles solutions, et ainsi de suite.

8. Or en procédant de cette manière on obtiendra toutes les solutions entières du système proposé, rangées suivant l'ordre croissant des valeurs de

v et de w. Considérons en effet une solution où le nombre v soit supérieur à l'unité. L'un des nombres t et u sera aussi supérieur à l'unité ainsi que w. De plus les nombres t et u pourront s'exprimer par les formules (3) au moyen de l'une des décompositions du nombre w en la somme d'un carré et du double d'un autre carré. On peut même démontrer qu'un seul système de valeurs des quatre nombres a, b, c, d peut correspondre à la solution considérée. Supposons en effet que deux solutions différentes de l'équation $v = a^2 + 4b^2$ puissent correspondre aux valeurs données de t et de u. On aurait alors

$$a^2 + 4b^2 = a_1^2 + 4b_1^2, \quad a^2 + 4\,ab - 4b^2 = a_1^2 + 4\,a_1\,b_1 - 4b_1^2,$$
$$a^2 - 4\,ab - 4b^2 = a_1^2 - 4\,a_1\,b_1 - 4b_1^2.$$

Le signe a été déterminé dans les deux dernières formules par la considération du module 4. En ajoutant membre à membre les dernières équations on trouve

$$a^2 - 4b^2 = a_1^2 - 4\,b_1^2; \text{ donc } ab = a_1\,b_1, = a^2\,a_1^2.$$

Comme nous supposons a et a_1 positifs, nous déduisons de la dernière formule $a = a_1$, puis de la précédente, $b = b_1$. On ne peut donc pas supposer que les mêmes valeurs de t et de u puissent correspondre dans les formules (3) à deux décompositions différentes du nombre v en une somme de deux carrés, l'un impair et l'autre pair. On démontre d'une manière semblable que les valeurs considérées de t et de u ne peuvent correspondre dans les équations (4) qu'à un seul système de valeurs de c et de d. Ainsi à toute solution (v, w, t, u) des équations proposées correspond toujours un système de valeurs des quatre nombres a, b, c, d, et il ne peut lui en correspondre qu'un seul, abstraction faite des signes.

Il résulte de là qu'à toute solution (v, w, t, u) des équations proposées correspond toujours un système unique de valeurs de α, β, λ, μ, satisfaisant à l'équation (8). On déduit en effet des formules (7)

$$\frac{\alpha}{\mu} = \frac{3\,c}{b}, \quad \frac{\beta}{\lambda} = \frac{c}{a}.$$

Comme les quatre nombres a, b, c, d sont connus et que les nombres α, β, λ, μ sont premiers entre eux deux à deux, ces derniers nombres se trouvent complètement déterminés; α et μ sont les deux termes de la fraction

$\frac{3c}{b}$ réduite à sa plus simple expression, β et λ sont de même les deux termes de la fraction $\frac{c}{a}$ rendue irréductible. Puisque ces nombres satisfont à l'équation (9), β et λ réduisent à des carrés γ^2, δ^2 les deux formules $4\lambda^2 - 3\beta^2$, $3\beta^2 - 2\lambda^2$, de sorte que les quatre nombres $(\lambda, \beta, \gamma, \delta)$ forment une solution des équations proposées. Si l'on désigne par (v_1, w_1, t_1, u_1) la solution considérée et par (v, w, t, u) la nouvelle solution, les deux solutions et les nombres α, μ déterminés par la formule $\frac{\alpha}{\mu} = \frac{3c}{b}$ vérifient les équations (10).

Si la nouvelle solution est formée de nombres supérieurs à l'unité, on en déduira de même une autre solution en nombres moindres, en fonction de laquelle elle sera exprimée par les formules (10). En continuant ainsi il est évident qu'on arrivera à la solution irréductible (1, 1, 1, 1). Si donc partant de cette solution nous calculons successivement toutes les solutions que l'on peut en déduire par le moyen des formules (10), nous retrouverons rangées dans l'ordre croissant des valeurs de v et de w les mêmes formules que nous avons considérées dans un ordre inverse, de sorte que nous obtiendrons nécessairement la solution considérée d'abord, c'est-à-dire une solution quelconque du système proposé.

En effectuant ce calcul on trouve que les deux nombres t et u vont en croissant en même temps que v et w. Mais rien ne démontre que l'un de ces deux nombres ne pourra pas décroître et même devenir égal à l'unité pour de très grandes valeurs de v et de w. Nous aurons l'occasion de revenir plus loin sur cette remarque.

9. Pour effectuer le calcul posons $\frac{\mu}{\alpha} = \xi$, $\frac{\lambda}{\beta} = \eta$. L'équation (8) deviendra.

$$(8') \qquad 4(8\eta^2 - 9)\xi^2 + 4\eta\xi + (\eta^2 - 1) = 0;$$

de sorte qu'en désignant par ξ et ξ' les deux valeurs de ξ qui correspondent dans cette équation à une même valeur de η, et par η, η' les deux valeur de η qui correspondent à une même valeur de ξ, on aura

$$(a) \qquad \xi + \xi' = \frac{\eta}{9 - 8\eta^2},$$

$$(b) \qquad \eta + \eta' = \frac{-4\xi}{1 + 32\,\xi^2}.$$

L'emploi alternatif de ces formules, à partir de la solution primitive $\xi = 0$, $\eta = 1$, fera connaître une suite de valeurs de ξ et de η, dans laquelle chaque valeur de η se trouve comprise entre les seules valeurs de ξ qu'on puisse lui associer de manière à vérifier l'équation (8'). Deux termes consécutifs de cette suite déterminent une solution des équations proposées. Déjà les deux termes λ, β de la fraction η réduite à sa plus simple expression sont des valeurs de v et de w propres à vérifier le système proposé; ils déterminent conséquemment une solution. Les deux systèmes de valeurs de μ et de α que l'on peut associer à ces valeurs de v et de w pour en déduire deux nouvelles solutions à l'aide des formules (10) se déduisent des deux valeurs de ξ entre lesquelles se trouve comprise la valeur considérée de η.

Les valeurs $\xi' = 0$, $\eta = 1$ substituées daus l'équation (a) donnent $\xi = 1$. A l'aide des valeurs $\eta = 1$, $\xi = 1$, on déduit de l'équation (b) $\eta_1 = -\frac{37}{35}$. Faisant donc $\xi' = 1$. $\eta = -\frac{37}{33}$, dans l'équation (a) on trouve $\xi_1 = \frac{70}{1151}$. A l'aide de ces dernières valeurs de η et de ξ on déduit de l'équation (b) $\eta_2 = \frac{40573}{44897}$. En employant ainsi alternativement la formule (a) et la formule (b) on obtient la suite

$$0,\ 1,\ \xi = 1,\ \eta_1 = -\frac{37}{33},\ \xi_1 = \frac{70}{1151},\ \eta_2 = \frac{40573}{44897},\ \xi_2 = \frac{1319901}{43190999},\ \ldots$$

Les deux termes $\xi = 1$, $\eta_1 = -\frac{37}{33}$ donnent les nombres $v = 37$, $w = -33$, $\alpha = \mu = 1$, qui, substitués dans les formules (10) donnent la solution

$$v = 40573,\ w = 44897,\ t = 52487,\ u = 23183,$$

qui correspond au terme η_2 de la suite précédente. Les termes $\eta_1 = -\frac{37}{33}$, $\xi_1 = \frac{70}{1151}$, auxquels correspondent $v = 37$, $w = -33$, $\mu = 70$, $\alpha = 1151$, donnent, à l'aide des formules (10), la solution

$$v = 20057\ 52169, \quad w = 16573\ 67489,$$

$$t = 28020\ 64609\ , \quad u = 4410\ 41329\ ;$$

la valeur qu'on en déduit pour le rapport $\frac{v}{w}$ est le terme η_2 de la suite précédente.

10. La dernière solution échappe aux formules de M. Lucas. Cherchons la raison qui rend ces formules insuffisantes et la manière de les compléter. À la page 412 du Mémoire cité la solution du problème proposé se trouve ramenée à celle de l'équation

$$(3\ r^2 + 6\ s'^2)^2 - K^2 = 32\ s'^4,$$

où les deux nombres entiers r, s' sont liés à deux autres nombres entiers r', s par la relation $3\ rs = r'\ s'$. Si s'est premier avec 3, le nombre K l'est aussi et les deux facteurs $3\ r^2 + b\ s'^2 \pm K$ sont premiers entre eux. Dans ce cas on obtient les formules du Mémoire cité. Mais rien n'empêche de supposer s' divisible par 3, ce qui exige que K le soit également. Posons donc $s' = 3\ s_1$, $K = 3\ H$, et divisons par 9 le résultat de cette substitution dans l'équation précédente; nous obtenons l'équation

$$(r^2 + 18\ s_1^2)^2 - H^2 = 32.\ 9\ s_1^4,$$

dont la décomposition en facteurs peut s'effectuer de l'une des deux manières suivantes:

$$(r^2 + 18\ s_1^2) \pm H = 2p^4 \text{ ou } 18\ p^4, \quad s_1 = pq,$$

$$(r^2 + 18\ s_1^2) \mp H = 16\ .\ 9\ q^4 \text{ ou } 16\ q^4\ ;$$

$$r^2 + 18\ s_1^2 = p^4 + 72\ q^4, \quad r^2 + 18\ s_1^2 = 9\ p^4 + 8\ q^4.$$

La dernière équation est impossible par ce qu'on en déduirait que 2 est résidu quadratique de 3; ce qui n'est pas. Mais il nous reste l'équation

$$r^2 = p^4 - 18\ p^2\ q^2 + 72\ q^4 = (p^2 - 12\ q^2)\ (p^2 - 6\ q^2),$$

qui se ramène aux suivantes

$$r = ef,\ p^2 - 12q^2 = e^2, \quad p^2 - 6\ q^2 = f^2,$$

où les signes ont été déterminés par la considération du module 3. La décomposition en facteurs des deux dernières équations s'effectue de deux manières différentes pour chacune d'elles. On en déduit

$$q = 2gh,\ p = g^2 + 12h^2, \text{ ou } p = 3g^2 + 4h^2,$$

$$q = 2kl,\ p = k^2 + 6l^2 \text{ ou } p = 3k^2 + 2l^2$$

On doit égaler entre elles deux valeurs de p prises l'une dans le premier groupe, l'autre dans le second; ce qui donne quatre combinaisons, dont deux sont impossibles suivant le module 3. Il ne reste ainsi que deux systèmes à examiner:

$$(11) \qquad gh = kl,\ k^2 + 6l^2 = 3g^2 + 4h^2;$$

$$(12) \qquad gh = kl,\ k^2 + 6l^2 = g^2 + 12h^2.$$

L'équation $gh = kl$ est complètement résolue par les formules

$$g = mn,\ h = m'n',\ k = mn',\ l = m'n,$$

de sorte que les deux autres équations deviennent respectivement

$$(11') \qquad m^2(3n^2 - n'^2) = 2m'^2(3n^2 - 2n'^2),$$

$$(12') \qquad m^2(n^2 - n'^2) = 6m'^2(2n'^2 - n^2).$$

Comme g et h sont premiers entre eux ainsi que k et l, les quatre nombres m, n, m', n' sont premiers entre eux deux à deux; de plus les trois nombres m, n, n' sont impairs, puisqu'ils sont facteurs de deux nombres impairs g et k.

Si n' est premier avec 3, les deux facteurs $(3n^2 - n'^2)$, $(3n^2 - 2n'^2)$ sont premiers entre eux, ainsi que m et m'; on déduit alors de l'équation (11')

$$3n^2 - n'^2 = 2m'^2,\ 3n^2 - 2n'^2 = m^2,$$

d'où

$$(13) \qquad 2m'^2 = m^2 + n'^2,\ 3n^2 = m^2 + 2n'^2.$$

Ce sont les équations proposées, vérifiées par les valeurs $v = m'$, $w = n$, $t = m$, $u = n'$. Si n' était divisible par 3, on obtiendrait un autre système; mais l'on voit aisément que ce cas ne peut pas se présenter, par ce que

après avoir divisé par 2 l'équation (11') on en déduirait que 2 est résidu quadratique de 3.

En exprimant au moyen de cette solution (m', n, m, n') les nombres g, h, k, l, p, q, r, s, on obtiendra de nouvelles formules qui serviront à déduire d'une solution du système proposé une autre solution. Toutefois on n'est pas assuré d'obtenir une solution complète en joignant ces formules à celles de M. Lucas, par ce qu'il reste encore à examiner l'équation (12').

Dans cette dernière équation m' doit être pair; posant donc $m_1 = 2m'$, on a

$$\frac{n^2 - n'^2}{2n'^2 - n^2} = \frac{24m_1^2}{m^2};$$

comme ces deux fractions sont irréductibles elles sont égales terme à terme, de sorte que l'on a

$$n^2 = n'^2 + 24m_1^2,\ 2n'^2 = n^2 + m^2.$$

Ce système d'équations ne présente ni solution immédiate, ni caractère évident d'incompatibilité, de sorte qu'il faudrait encore une discussion fort longue pour savoir si l'on peut, oui ou non, en déduire des solutions de notre problème qui ne soient pas données par les deux groupes de formules que nous avons signalés. Mais cette discussion nous offre peu d'intérêt, puisque les formules (10) nous donnent une solution complète.

II. *Sur une propriété des piles de boulets à base carrée.*

1. M. Lucas a découvert une propriété curieuse des piles de boulets à base carrée, savoir que le nombre des boulets n'est égal à un carré que dans le cas où la pile contient 24 boulets sur le côté de la base. Cela revient à dire que l'équation

$$(1) \qquad x(x+1)(2x+1) = 6y^2$$

n'admet pas d'autre solution, en nombres entiers et positifs, que les deux solutions $x = 1$, $y = 1$; $x = 24$, $y = 70$. Cette propriété est très probablement vraie; mais nous allons voir qu'elle n'est pas encore démontrée. Dans l'examen des divers cas que peut présenter la décomposition en facteurs de l'équation (1) (Nouvelles Annales, t. XVII, p. 431) il en est un qui renferme tout le nœud de la question actuelle, c'est celui où la décomposition s'effectue par les formules suivantes :

$$x = u^2, \quad x + 1 = 2v^2, \quad 2x + 1 = 3w^2.$$

On se trouve ainsi amené à résoudre en nombres entiers le système des deux équations

$$(2) \qquad 2v^2 = t^4 + u^2, \quad 3w^2 = t^4 + 2u^2,$$

en donnant à t une valeur égale à l'unité. M. Lucas s'est occupé de ce problème dans le volume cité (p. 414), et, par une énumération incomplète des cas possibles, il a été amené à conclure que le système (2) est impossible, même en ne supposant pas $t=1$. Voici de quelle manière.

La résolution du système (2) se trouvant ramenée à celle du suivant

$$(3) \qquad ef = 3rs, \quad e^2 + 2ef + 2f^2 = r^2 + 2rs - 2s^2,$$

M. Lucas pose $e = 3mr$, $s = mf$, ce qui donne à la dernière équation la forme suivante :

$$m^2(9r^2 + 2f^2) + 4frm + 2f^2 - r^2 = 0.$$

Pour que le nombre m soit rationnel il faut que l'on ait

$$(4) \qquad 9r^4 - 12f^2r^2 - 4f^4 = R^2.$$

M. Lucas décompose cette équation en supposant f et R non divisibles par 3. C'était un premier cas dont il était nécessaire de tenir compte. Mais il reste à examiner le cas où f est multiple de 3, ce qui exige que R le soit également. On peut même reconnaître à priori que ce dernier cas est le seul qu'on doive considérer. Car en mettant la seconde équation (3) sous la forme

$$e^2 + 2ef + 2f^2 = (r+s)^2 - 3s^2,$$

on voit que, si l'on suppose e multiple de 3, le nombre 2 est résidu quadratique de 3, ce qui est faux. L'équation $ef = 3rs$ ne peut donc être vérifiée qu'en supposant le nombre f multiple de 3.

2. Posons $f = 3f_1$, $R = 3R_1$. L'équation (4) divisée par 9 devient

$$r^4 - 12r^2f_1^2 - 36f_1^4 = R_1^2.$$

On la décompose en facteurs de deux manières différentes, dont l'une conduit à une équation impossible, l'autre est la suivante :

$$f_1 = pq, \quad \pm(r^2 - 6f_1^2) \pm R_1 = 2p^4.$$

$$\pm (r^2 - 6 f_1^2) \mp R_1 = 36 q^4,$$

$$\pm (r^2 - 6 p^2 q^2) = p^4 + 18 q^4.$$

La considération du module 3 exclut le signe supérieur, de sorte que la résolution du système (3) se trouve ramenée à celle de l'équation

$$(5) \qquad r^2 = p^4 + 6 p^2 q^2 + 18 q^4.$$

Cette équation admet la solution immédiate $p = q = 1$, $r = 5$. On en obtient une infinité d'autres à l'aide des formules que j'ai données dans mon Mémoire sur la réduction d'un polynôme du 4me degré au carré d'un nombre rationnel (*Atti dell'Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei*, 1877, *p.* 211).

Si l'on pose dans les formules I du Mémoire cité

$$x_2 = 0; \; x_2 = 1, \; \varphi(x) = 1 + 6 x^2 + 18 x^4,$$

on trouve $f = 1$, $g + h = 4$,

$$(6) \quad \left| \begin{array}{l} h = \dfrac{\pm\sqrt{\varphi(x)} - 4x - 1}{x^2 - x}, \; x_1 + x + 1 = \dfrac{2h(4-h)}{18 - h^2}, \\ \pm\sqrt{\varphi(x_1)} = 1 + 4x_1 + h(x_1^2 - 1). \end{array} \right.$$

A l'aide de ces formules on calcule successivement une infinité de valeurs de x propres à réduire le polynôme $\varphi(x)$ au carré d'un nombre rationnel; car si x est un nombre rationnel ainsi que $\sqrt{\varphi(x)}$, ces formules déterminent pour x_1 et pour $\sqrt{\varphi(x_1)}$ des valeurs rationnelles. Soit $x = -1$; on a $\sqrt{\varphi(-1)} = 5$, et les formules (6) déterminent pour h deux valeurs, 4 et -1. La première valeur de h donnerait $x_1 = 0$; la seconde détermine une solution nouvelle

$$x_1 = -\frac{10}{17}, \; \sqrt{(x_1)} = 1 - \frac{50}{17} - \frac{100}{289} = \frac{139}{289}.$$

En faisant $x = \frac{10}{17}$, $\sqrt{\varphi(x)} = \frac{139}{289}$ dans les formules (6), on en déduit une nouvelle solution, et ainsi de suite, indéfiniment.

Pour passer de ces solutions à celles de l'équation (5) il suffit de poser $x = \frac{q}{p}$, $\sqrt{\varphi(x)} = \frac{r}{p^2}$. Les valeurs de x et de $\sqrt{\varphi(x)}$ que nous venons de calculer donnent la solution

$$p = 17, \quad q = 10, \quad r = 139.$$

Ainsi l'équation (5), et conséquemment l'équation (4), bien loin d'être impossible, admet une suite illimitée de solutions. Comme la démonstration citée repose sur l'impossibilité de l'équation (4) elle est évidemment insuffisante.

3. Une autre démonstration de l'impossibilité du système (2) a été donnée par M. Gérono, pour le cas où $t = 1$, ce qui suffit pour établir la propriété ci-dessus énoncée des piles de boulets á base carrée. Malheureusement cette démonstration fort ingénieuse repose sur un théorème insuffisamment démontré, savoir que 5 est le seul nombre qui, étant égal à la somme de deux carrés consécutifs, ait son carré égal à la somme de deux carrés consécutifs. Ce théorème a été déduit par M. de Jonquières d'un travail fort remarqnable sur la résolution en nombres entiers de l'équation $u^2 + x^2 = y^2$; mais avec une restriction qui diminue la généralité du théorème.

Toutes les décompositions de y^2 en une somme de deux carrés premiers entre eux peuvent se déduire des décompositions semblables de y, par la formule

$$y^2 = (P^2 - P_1^2)^2 + (2\,PP_1)^2,$$

où l'on suppose $P^2 + P_1^2 = y$. La démonstration de M. de Jonquières (N. A. t. XVII. p. 307) suppose que l'on doit avoir $2PP_1, \pm (P^2 - P_1^2)$ égaux à deux nombres entiers consécutifs, et que les deux nombres P, P_1 doivent étre aussi consécutifs. Cette condition est nécessaire si y est une puissance d'un nombre premier, ou le double d'une puissance d'un nombre premier. Mais le problème de trouver un nombre égal à la somme de deux carrés consécutifs et dont le carré soit lui-même la somme de deux autres carrés consécutifs se trouvera résolu par la valeur de y, si les deux nombres $2PP_1, \pm (P^2 - P_1^2)$ sont consécutifs, alors même que les deux nombres P et P_1 ne le seraient pas, pourvu que y admette une autre décomposition de la forme $y = x^2 + (x + 1)^2$, ce qui n'est pas impossible lorsque y est composé.

4. Examinons directement le problème de trouver les solutions en nombres entiers des deux équations simultanées

$$(7) \qquad y = x^2 + (x + 1)^2, \quad y^2 = z^2 + (z + 1)^2.$$

Nous supposerons z pair, ce qui ne nuit pas à la généralité de la solu-

tion, pourvu que nous donnions à z des valeurs positives et des valeurs négatives. La décomposition en facteurs de la deuxième équation donne les formules suivantes:

$$z = 2pq,\ y \pm (z+1) = 2p^2,\ y \pm (z+1) = 2q^2$$

$$y = p^2 + q^2,\ \pm (z+1) = p^2 - q^2.$$

Comme y est impair, l'un des deux nombres p ou q doit être pair, et l'autre impair.

Soit $q = 2q_1$. La dernière équation devient

$$\pm (4pq_1 + 1) = p^2 - 4q_1^4:$$

la considération du module 4 exclut le signe inférieur. On a donc, en supprimant l'indice de q_1

$$(8)\quad \left| \begin{array}{l} z = 4pq,\ y = p^2 + 4q^2 \\ p^2 - 4pq - 4q^2 = 1 \end{array} \right.$$

D'ailleurs en résolvant la première des équations (7) on trouve

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{2y-1}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2p^2 + 8q^2 - 1}}{2}.$$

Le radical qui figure dans cette expression doit être un nombre entier ξ, de sort que le problème proposé se trouve ramené à celui de résoudre en nombres entiers les deux équations simultanées

$$\left| \begin{array}{l} p^2 - 4pq - 4q^2 = 1, \\ 2p^2 + 8q^2 - 1 = \xi^2, \end{array} \right.$$

En les combinant par soustraction, on en déduit la suivante

$$p^2 + 4pq + 12q^2 = \xi^2.$$

Ainsi il nous reste à résoudre le système des deux équations

$$(9)\quad \left| \begin{array}{l} (p - 2q)^2 - 8q^2 = 1, \\ (p + 2q)^2 + 8q^2 = \xi^2. \end{array} \right.$$

Si l'on suppose p positif, $p-2q$ l'est également de sorte que la décomposition de la premiere équation s'effectuera par les formules suivantes:

$$q=\alpha\beta,\ (p-2q)\pm 1=2\alpha^2,\ p-2q\mp 1=4\beta^2$$

$$p=\alpha^2+2\alpha\beta+2\beta^2,\ \alpha^2-2\beta^2=\pm 1.$$

On déduit de même de la seconde des équations (9)

$$q=mn,\ \xi\pm(p+2q)=2m^2,\ \xi\mp(p+2q)=4n^2,$$

$$\xi=m^2+2n^2,\ \pm(p+2mn)=m^2-2n^2$$

En prenant le signe inférieur dans la dernière équation, on aurait la formule

$$2n^2-2mn-m^2=\alpha^2+2\alpha\beta+2\beta^2$$

qui est impossible suivant le module 4. On doit donc prendre le signe supérieur, de sorte que notre problème se trouve ramené à celui de trouver quatre nombres α, β, m et n qui puissent satisfaire aux trois équations simultanées

$$(10)\quad \left|\begin{array}{l}\alpha\beta=mn,\ \alpha^2-2\beta^2=\pm 1\\ \alpha^2+2\alpha\beta+2\beta^2=m^2-2mn-2n^2\end{array}\right.$$

5. En nous bornant aux valeurs positives de α, nous obtenons toutes les solutions de la deuxième équation au moyen de la formule

$$\alpha\pm\beta\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^\mu,$$

et l'on a $\alpha^2-2\beta^2=(-1)^\mu$. En multipliant cette équation par β^2 on a

$$2\beta^4+(-1)^\mu\beta^2-m^2n^2=0.$$

D'ailleurs on déduit des trois équations (10)

$$4\beta^2+(-1)^\mu=m^2-4mn-2n^2,$$

$$16\beta^4+8\beta^2(-1)^\mu+1=(m^2-4mn-2n^2)^2.$$

Or l'équation précédente donne $16\beta^4+8\beta^2(-1)^\mu=8m^2n^2$. On a donc

$$(11)\qquad (m^2-4mn-2n^2)^2-8m^2n^2=1.$$

C'est à résoudre en nombres entiers cette équation que tout notre problème se trouve ramené. On peut trouver toutes les solutions où les nombres m et n ne dépassent pas une limite donnée; mais on ne connait encore aucun méthode pour reconnaître si cette équation admet, oui ou non, d'autres solutions au delà de la limite considérée. L'équation (11) est vérifiée par les valeurs $m=1$, $n=-1$, d'où l'on déduit $\alpha=1, \beta=-1, \xi=3$, $p=1$, $q=-1$,, $z=-4$, $y=5$, $x=1$. On obtient ainsi la solution donnée par M. de Jonquières. Il est probable qu'il n'existe pas d'autre solution; mais cela n'est pas encore démoutré.

III. *Observations sur un Mémoire arithmologique de Krafft.*

Krafft a publié dans le tome III des Nouveaux Commentaires de Pétersbourg (Novi Commentarii, t. III; p. 109) un Mémoire sur la recherche des diviseurs des nombres, où l'on trouve, entre autres choses remarquables pour cette époque (1750), un théorème attribué à Euler, qui donne lieu à un problème intéressant, dont voici l'énoncé:

« Trouver les valeurs entières de a et de m pour lesquelles l'expression

$$(1)\qquad a+1\pm\sqrt{2a-m}$$

devient un nombre rationnel et multiple de m. »

J'ignore si ce problème a jamais été proposé dans le sens que je viens de lui donner. Du moins je ne pense pas qu'il ait été résolu. C'est pourquoi je me propose d'en donner une solution complète. Mais avant d'aborder cette question je résumerai succinctement le Mémoire cité.

Désignant d'abord par $a, b, \alpha, \beta, \gamma, \delta$ des nombres entiers et positifs, Krafft cherche les conditions que les quatre derniers nombres doivent remplir pour que la somme $a^\alpha+b^\beta$ soit divisible par la somme $a^\gamma+a^\delta$. Pour cela il effectue la division, en étudiant la forme des restes successifs. Il arrive ainsi à ce résultat, que les conditions cherchées sont exprimées par les formules

$$(2)\qquad \alpha=n\gamma,\quad \beta=n\delta,$$

où l'on désigne par n un nombre impair, positif. Puis posant la même

question pour le quotient $\frac{a^\alpha - b^\beta}{a^\gamma - b^\delta}$, il trouve que les conditions sont encore exprimées par les formules (2), mais avec une restriction de moins; le nombre n peut être pair ou impair.

Il déduit de là plusieurs conséquences curieuses, entre autres, que l'expression générale, $2^{4m+1} - 2^{2m} - 1$, est toujours divisible par 9 et que la quotient de cette division est undnombre triangulaire. C'est sa=s doute par suite d'une erreur typographique qu'on lit dans le Mémoire cité (p. 112) la formule $2^{4m-1} - 2^{2m} - 1$, au lieu de la précédente; car en faisant $m = 1$, on la réduit au nombre 3 qui n'est pas divisible par 9. Mais avec la rectification faite, le théorème est exact; le quotient de la division est un nombre triangulaire dont la racine est exprimée par la formule

$$\frac{2(2^{2m}-1)}{3} = \frac{2(4^m-1)}{4-1}.$$

Au moyen de son théorème relatif à la formule $a^\alpha - b^\beta$, en faisant $b = 1$, $a = 2$, $\alpha = m$, Krafft démontre que la différence $2^m - 1$ est divisible par tous les nombres compris dans la formule $2^n - 1$, où l'on désigne par n un diviseur de m. Il conclut de là que, si m est un nombre premier, le nombre $2^m - 1$ n'admet aucun diviseur de la forme indiquée, si ce n'est lui même et l'unité. Il ajoute avec raison qu'il ne faudrait pas conclure de là que le nombre $2^m - 1$ est premier toutes les fois que l'exposant m est lui-même premier. Depuis plusieurs années déjà Euler avait relevé cette erreur dans Wolf, et avait donné la décomposition en facteurs des nombres $2^{11} - 1$. $2^{23} - 1$, $2^{29} - 1$, $2^{37} - 1$, etc. La raison de cette décomposition est comprise dans le théorème suivant:

« Si les deux nombres m et $2m + 1 = p$ sont premiers et si le nombre m est de la forme $4l + 3$, le nombre $2^m - 1$ est divisible par p. »

Dans ce cas en effet le nombre 2 est résidu quadratique de p et, conséquemment doit vérifier la congruence $x^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$.

D'un théorème de Golbach, qui revient à dire que 2 n'est pas résidu quadratique de 3, Krafft déduit une solution du problème suivant: « Etant donné un nombre quelconque, changer un seul de ses chiffres de manière que le nombre obtenu ne puisse jamais devenir égal à un carré par aucune permutation des chiffres qui le composent. » Cette solution est in-

complète par ce qu'elle suppose que le nombre proposé puisse devenir un carré par une transposition de chiffres. « In hâc vero praxi annotandum est primo, numerum propositum non posse esse quemcumque, sed talem, qui ex permutatione notarum in quadratum abire queat. » (p. 115) Cette restriction est inutile quand on déduit la solution de cette considération simple qu'un nombre divisible par 3 ne peut être un carré sans être divisible par 9. Quel que soit le nombre proposé, on résout le problème précédent en modifiant l'un des chiffres de manière que la somme des chiffres soit de l'une des deux formes $9l + 3$ ou $9l + 6$. Comme les permutations ne changent pas leur somme, le nombre modifié restera toujours multiple de 3 sans être divisible par 9; il ne deviendra donc jamais un carré.

Après quelques tentatives infructueuses pour arriver à des formules générales propres a faire découvrir les diviseurs des nombres, Krafft observe que la différence $2^p - 2$ est divisible par p quand p est premier; et il ajoute qu'il ignore si cette propriété a été observée avant lui. Cette ignorance doit paraitre d'autant plus étrange que l'on trouve cette proposition dans un Mémoire d'Euler, publié deux ans auparavant dans les Nouveaux Commentaires de Pétersbourg (Novi Commentarii, t. I, p. 27). Après avoir démontré par les peopriétés des coefficients de la formule du binôme que l'expression $(a + b)^p - a^p - b^p$ est divisible par p, quand p est premier, Euler en déduit le théorème général de Fermat, savoir que $a^p - a$ est toujours divisible par p, quand p est premier.

La démonstration de Krafft repose comme celle d'Euler sur ce fait, que les termes du développement de $(1 + 1)^p$ par la formule de Newton sont, lorsque p est premier, tous divisibles par p à l'exception des deux termes extrêmes. On peut démontrer par ce moyen le théorème plus général de Fermat. Puisque, en supposant p premier, tous les coefficients du développement de la p$^{\text{ième}}$ puissance du binôme $(a - 1) + 1$ sont multiples de p à l'exception des coefficients des termes extrêmes, en désignant par Mp la somme de tous ces multiples de p, nous avons

$$a^p = (a - 1)^p + 1^p + \mathrm{M}p\,;$$

d'où

$$a^p - a = (a - 1)^p - (a - 1) + \mathrm{M}p.$$

Cette dernière formule montre que si la différence $x^p - x$ est divisible par p pour une valeur $(a - 1)$ de x, elle jouit de la même propriété pour cette valeur augmentée d'une unité. Or elle est évidemment divisible pour

la valeur $x = 1$; elle l'est donc encore pour la valeur $x = 2$; puis pour la valeur $x = 3$, et ainsi de suite. Donc la différence $x^p - x$, en supposant p premier, est divisible par p pour une valeur entière quelconque de x.

Après avoir démontré que le quotient $\frac{2^p - 2}{p}$ est toujours entier quand p désigne un nombre premier, Krafft annonce, d'après une communication d'Euler, que le nombre représenté par la formule générale $a + 1 \pm \sqrt{2a - m}$ n'est jamais divisible par m. Il faut entendre cela d'une division algébrique dans laquelle m désigne un nombre entier arbitraire et a une fonction entière de m; car autrement le théorème serait inexact, ainsi que nous le verrons dans la solution du problème suivant :

PROBLÈME

« Trouver les conditions que doivent remplir les deux nombres a et m, pour que l'expression $a + 1 \pm \sqrt{2a - m}$ soit égale à un nombre entier divisible par m. »

Posons $\pm \sqrt{2a - m} = e$, $a + 1 + e = bm$, e et b désignant deux nombres entiers. Pour que ces équations soient compatibles, il faut que l'on ait

$$(1) \qquad a = \frac{e^2 + m}{2} = bm - (e + 1)$$

$$(2) \qquad e^2 + 2(e + 1) = (e + 1)^2 + 1 = (2b - 1).\, m.$$

Cette dernière équation montre que le problème proposé est impossible si le nombre m est divisible par 4, ou s'il renferme quelque facteur premier $4l + 3$; car dans ces deux cas il est impossible que m divise une somme de deux carrés premiers entre eux. Ainsi pour que le problème soit possible, il est nécessaire que les facteurs premiers impairs de m soient tous de la forme $4l + 1$ et que m ne soit pas divisible par 4.

Du reste cette condition suffit pour que le problème admette une infinité de solutions; car, si elle est remplie, on pourra résoudre la congruence

$$(3) \qquad x^2 + 1 \equiv 0 \pmod{m}.$$

Désignons par g, g_1, g_2,... les diverses racines de cette congruence, racines dont le nombre est 2^μ, si μ est le nombre des facteurs impairs et

inégaux de m. Considérons l'une quelconque de ces solutions, g_i. Si nous prenons

$$(4) \qquad e = g_i - 1 + m\,\xi,$$

nous avons $(e+1)^2 + 1 \equiv g_i^2 + 1 \equiv 0 \pmod{m}$, de sorte que le quotient $\frac{(e+1)^2+1}{m}$ sera toujours un nombre entier, quelle que soit la valeur entière de ξ. Mais comme ce quotient doit être un nombre impair $2b-1$, il faut que le nombre e soit pair ou impair en même temps que m. Si m est pair, toutes les racines de la congruence (3) sont impaires, de sorte que la formule (4) donne des valeurs convenables de e pour toutes les valeurs entières de ξ, Si m est impair il faut que e soit aussi impair; on prendra donc ξ impair ou pair suivant que la racine g_i sera impaire ou paire.

Soit $m = 5$. Les racines de la congruence (3) sont 2 et 3. La formule (4) donne donc deux groupes de solutions, exprimés par les formules

$$e = 1 + 10\,\xi, \quad e = 2 + 5\,(2\xi + 1) = 7 + 10\xi$$

Les valeurs correspondantes de e, de a et de b sont

$$e = 1 + 10\,\xi, \; a = 3 + 10\,\xi + 50\,\xi^2, \; b = 1 + 4\,\xi + 10\,\xi$$
$$e = 7 + 10\,\xi, \; a = 27 + 70\,\xi + 50\,\xi^2, \; b = 7 + 16\,\xi + 10\,\xi^2.$$

Soit $m = 10$. Les racines de la congruence (3) sont 3 et 7. On a donc deux groupes de solutions exprimés par les formules

$$e = 2 + 10\,\xi, \quad 6 = e + 10\,\xi.$$

Les valeurs correspondantes des nombres e, a, b, sont

$$e = 2 + 10\xi, \; a = 7 + 20\,\xi + 50\,\xi^2, \; b = 1 + 3\,\xi + 5\,\xi^2;$$
$$e = 6 + 10\,\xi, \; a = 23 + 60\,\xi + 50\,\xi^2, \; b = 3 + 7\xi + 5\,\xi^2.$$

Ces deux exemples suffisent pour montrer comment l'on peut obtenir toutes les solutions du problème qui correspondent à une valeur donnée de m. Nous ajouterons pourtant la solution relative au cas où $m = 2$. On a $g_i = 1$, $e = 2\,\xi$; $a = 2\,\xi^2 + 1$. Cette solution a été remarquée par Krafft. Il conclut en effet de son raisonnement que, si $m = 3$, la formule $a + 1 \pm \sqrt{2a - m}$ devient divisible par m pour les valeurs $a = 3, 9, 19, 33$, etc. lesquelles sont comprises dans notre formule $a = 2\,\xi^2 + 1$.

COMUNICAZIONI

De Rossi, prof. M. S. – Presentazione della sua opera *Meteorologia endogena* ed organizzazione di nuovi studi sulle correnti elettriche telluriche.

Il prof. M. S. De Rossi presentando all'Accademia il primo volume ora pubblicato della sua opera intitolata Meteorologia endogena; e riassumendone in brevi parole il concetto e lo scopo, si fermò alquanto a ragionare sopra una delle parti più nuove della medesima, cioè sulle perturbazioni magnetiche e sulle correnti elettriche telluriche considerate come dirette manifestazioni della attività endogena terrestre. Aggiunse quindi che in seguito appunto ai risultati ottenuti nel citato lavoro egli ha ripreso in una forma regolare e costante lo studio delle correnti elettriche telluriche, che interrottamente fu fatto anche da altri fisici e massime in occasione di terremoto. Fra queste egli ricerca in particolare le correnti dirette dalla terra all'atmosfera. Nel breve tempo da che il riferente cominciò coteste osservazioni, non solo potè confermare il fatto già noto dell'efflusso di elettricità dalla terra nei terremoti; ma potè vedere che tali correnti si rinforzano e si mostrano in forma di vere piccole burrasche in coincidenza con le burrasche microsismiche, le quali poi alla loro volta hanno grandi legami con le burrasche atmosferiche. Disse quindi che in vista della importanza che avrebbe potuto avere in questo studio un confronto topografico di osservazioni molteplici, pensò di tentarne la prova, invitando il ch. prof. D. Ignazio Galli, direttore dell'Osservatorio meteorologico municipale di Velletri, ad associarsi al riferente in cotesto ramo nuovo di ricerche endometeorologiche. Il Galli non solo corrispose all'invito, ma tanto per la diligenza e sagacia apportata al lavoro, quanto per il favore speciale (a quanto pare) del luogo d'osservazione, raccolse in brevissimo tempo fatti importantissimi; la cui relazione disse il riferente esser dovere di giustizia lasciare al loro indagatore, che trovavasi presente all'adunanza accademica.

Galli, prof. D. Ignazio Socio corrispondente – *Relazione dei suoi studii sulle correnti elettriche telluriche.*

Il prof. D. Ignazio, Galli socio corrispondente prese la parola narrando come per consiglio del De Rossi tenga dietro in Velletri ai fenomeni delle correnti telluriche, già studiate da altri, ma con metodo diverso. A Velletri le osservazioni furono incominciate ai 19 del prossimo passato marzo, e si fanno ogni mezz'ora con poche interruzioni. Da princi-

pio egli misurava l'intensità della corrente derivandola per mezzo d'un filo di rame isolato e facendola disperdere nell'atmosfera: ma dal 18 d'aprile può anche determinarne la direzione tanto nel senso del meridiano magnetico che nel senso del parallelo, usando d'una disposizione molto semplice e molto economica, che descrisse brevemente. I risultati generali finora ottenuti possono ricapitolarsi così. Molta lentezza nelle variazioni; corrente non mai nulla, o sempre positiva, cioè diretta dal suolo all'atmosfera; massimi, e minimi in rapporto abbastanza chiaro coi moti microsismici, coll'andamento della pressione atmosferica, e forse anche colla temperatura il minimo che abbia potuto sorprendere fu di 1° 10, il massimo di 10° 00. Gli sembra inoltre che l'aumento e la diminuzione abbiano un nesso strettissimo colla posizione dei centri burrascosi, che dall'Atlantico si dirigono sull'Europa, poichè i massimi coincidono col passaggio della burrasca dall'emisfero occidentale nell'orientale, colla sua vicinanza e colla sua velocità di traslazione. Questo legame coi grandi movimenti dell'aria, inintravista già dal compianto padre Secchi, dà a queste ricerche una importanza meteorologica tutta speciale, perchè se ne potrà trarre un fondato criterio, da aggiungersi ai già noti, per prevedere i prossimi cambiamenti del tempo, massime se si tenga conto della direzione che hanno le correnti meridiana ed equatoriale. La meridiana, precisamente come trovarono il padre Secchi a Roma e il prof. Matteucci presso Torino, va ordinariamente da Sud a Nord: ma pare che s'inverta per la influenza delle più forti burrasche. La equatoriale va da Est a Ovest, ma all'avvicinarsi dei centri di depressione diviene nulla e poi s'inverte anch'essa, più prontamente della prima, e però merita di essere studiata con maggior cura. Il giorno 17 d'aprile, appena disposto tutto ciò che era necessario all'osservazione, e nel momento che il centro d'una grande burrasca venutaci dall'Algeria correva velocissima verso l'Italia settentrionale, si ebbe una corrente dal Nord al Sud che fece deviare l'ago galvanometrico di 58°, e un'altra dall'Ovest all'Est che lo deviò di 35°. Da tutto ciò il prof. Galli concluse che questo studio promette moltissimo, e meriterebbe che fosse fatto in più luoghi, perchè possa cavarsene il maggior frutto nel minor tempo possibile. Spera in fine che a giudicare dalle circostanze locali, specialmente rapporto alla natura dei diversi terreni, possa essere usato in modo più facile e meno dispendioso il voltametro in luogo del galvanometro, poichè egli ha già impiegato la corrente tellurica all'ettrolisi dell'acqua, e ne ha avuti risultati molto soddisfacenti.

Serpieri, prof. P. Alessandro – *Sui caratteri della elettricità indotta.*

Il P. Alessandro Serpieri socio corrispondente presentò per mezzo del segretario la seguente nota sui caratteri della elettricità indotta.

« Voglio manifestare un facile esperimento, che dovrebbe por fine, a mio giudizio, a tutte le questioni, che da 25 anni si fanno sulla natura della elettricità indotta, a cui si dà il titolo di *dissimulata*.

Si prenda il noto apparecchio detto molinello elettrico (asta e punte): si tenga in mano per la sua asta, facendola comunicare con la terra; e si accosti al conduttore della macchina elettrica, caricata senza posa. Subitamente il molinello gira, e continua a girare finchè si carica la macchina. Dunque l'elettrico indotto esce per le punte del molinello; e come v'ha produzione continua di ambedue le elettricità, così non può nascer dubbio che non esca di continuo anche la elettricità contraria alla induttrice.

Se non si fa la comunicazione con la terra, si incontrano facilmente delle condizioni, nelle quali il molinello resta immobile.

Variando in più modi l'esperimento spesso ho incontrato questo fatto curiosissimo, che mi è sembrato un effetto composto, proveniente cioè dall'azione simultanea di più cause, compresa quella dell'emissione per le punte. Ma l'esperimento fatto nel modo che ho detto è più chiaro e parlante; e ne fa ben certi della tensione ordinaria conservatasi in ambedue gli elettrici indotti.

Da questa semplice descrizione si può argomentare, qual sia la mia opinione intorno ai caratteri proprii dell'elettricità dissimulata. Ammetto, ed ho sempre ammesso dopo la famosa lettera del Melloni, che non vi sia differenza fra gli stati che prende l'elettricità nella boccia di Leida e negli altri fatti d'induzione; e in ciò vado d'accordo col Volpicelli, a cui non può negarsi il merito di aver bene dimostrata questa verità di fatto: ma non ammetto che per dare spiegazione dello stato di dissimulazione sia necessario ricorrere alla ipotesi di una qualsiasi mutazione nelle intime qualità e virtù della elettricità: anzi ritengo che la dissimulazione sia l'effetto naturalissimo della libera e piena operazione delle forze, che gli elettrici seguitano ad esercitare in tutte le direzioni. La dissimulazione è per me sinonima del potenziale zero prodotto in un conduttore dalle azioni di contrarie elettricità; ma se vi sono punte, può aversi una specie di equilibrio dinamico col rinnovamento continuo dell'elettrico; e in ogni caso restan libere le operazioni all'intorno, potendo pure generarsi altre superficie di livello, sulle quali il potenziale non è zero.

Boncompagni, Principe D. Baldassarre – *Presentazione di una memoria del P. T. Pepin.*

Il sig. Principe D. Baldassarre Boncompagni a nome del socio corrispondente straniero P. T. Pepin presentò una memoria di matematica col titolo: « *Sur quelques questions indetérminées du second degré et du quatrième* », che trovasi stampata nel fascicolo presente.

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

1. Lettera dell'Emo Card. Protettore centenente la sovrana sanzione alla nomina del Cav. Placido Sabatucci Membro Ordinario dell'Accademia.

2. Lettera di S. E. Monsig. Ludovico Haynald è del ch. Sig. Conte Pietro di Brazzà , in ringraziamento della nomina a soci corrispondenti residenti all'estero : e del socio aggiunto D. Luigi Boncompagni Ludovisi.

3. Annunzio della dolorosa perdita fatta dall'Accademia nella classe dei suoi membri ordinari per la morte della esimia Contessa Elisabetta Fiorini Mazzanti, la cui operosità nei lavori dell'accademia ne rende la mancanza al tutto irreparabile.

4. In considerazione dei meriti della predetta Contessa Fiorini Mazzanti venne deliberato di secondare il desiderio mostrato dalla Sig.ª Contessa Enrichetta Fiorini , figlia della medesima , accordando a questa il dono della continuazione delle pubblicazioni accademiche.

5. Venne accordata la continuazione dell' invio degli Atti accademici alla Biblioteca Comunale di Verona.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Sig. Comm. A. Cialdi, Presidente – Mons. F. Regnani – Prof. A. Statuti – P. G. Foglini – Prof. M. Azzarelli – Cav. Guidi – Prof. V. de Rossi Re – Dott. M. Lanzi – Principe D. B. Boncompagni – P. F. S. Provenzali – M. S. De Rossi Segretario.

La seduta aperta legalmente alle ore $4^3/_4$ p. fu chiusa alle ore 7 p.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti della R. Accademia delle scienze di Torino, ecc.* Vol. XIV. Disp. 2ª (Gennaio 1879). — Stamperia Reale di Torino, ecc. In 8.°
2. CHILLEMI PATANÈ (Michele) — *Annali della Accademia di scienze, Lettere ed Arti in Catania, ecc.* — Anno I, Fasc. II. — Febbraio 1879. — Catania, ecc. 1879. In 8.°
3. DORNA (Alessandro) — *Applicazione dei principii della Meccanica Analitica, ecc.* — Torino, ecc. 1879. In 4.°
4. *Ellogium Ioannis Iosephi Bianconii, ecc.* — Bononiae, ecc. 1879. In 8°
5. HAYNALD (Dr. Ludwig). — *Denkrede auf Philipp Parlatore, ecc* — Autorisirte Uebersetzung. — Budapest, ecc. 1879. In 8.°
6. GILBERT (Ph.) — *Note sur l'interprétation géométrique du mouvement apparent d'un point pesant à la surface de la terre, ecc.* In 8.°
7. *Revue bibliographique universelle, ecc.* — Deuxième série — Tome neuvième — XXVe de la collection — Quatrième livraison — Avril. — Paris, ecc. 1879. In 8.°
8. *Rendiconto della R. Accademia delle scienze Fisiche e Matematiche, ecc.* — Fascicoli 2°—3° Anno XVIII. — Febbrajo, Marzo. In 8.°
9. WOLYNSKI (Dott. Arturo) — *Medaglie di Niccolò Copernico, ecc.* — Firenze, ecc. In 8.°
10. —— *Nuovi documenti inediti del processo Galileo Galilei, ecc.* — Firenze, ecc. In 8.°
11. —— *Il Fac-simile della prefazione di Niccolò Copernico, ecc.* In. 4.°
12. WOLF (Dr. Rudolf) — *Astronomische Mittheilungen*, XLVIII, XLIX. In 8.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE VI^a DEL 25 MAGGIO 1879

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. ALESSANDRO CIALDI

MEMORIE E NOTE

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

CENNI BIOGRAFICI
SU LA CONTESSA ELISABETTA FIORINI MAZZANTI

DEL CONTE AB. FRANCESCO CASTRACANE

Roma nell'essere la Sede di Colui, che è Successore di S. Pietro e Vicario di Gesù Cristo, è conseguentemente centro dell'orbe cattolico, e come tale è la più splendida manifestazione della civiltà Cristiana, la quale nei suoi monumenti non solo, ma più nelle istituzioni e in ogni sorta di morale progresso gloriosamente si raffronta, con le memorie e le grandiose rovine della civiltà pagana. Queste stupende rovine riconducono il pensiero al momento, nel quale innumerevoli torme di schiavi seminudi eccitati dallo scudiscio di barbari aguzzini vedevansi affrante cavare e muovere enormi massi, che modellati dallo scalpello venivano a grande stento elevati a formare le colossali moli destinate a sfidare l'azione distruttrice del tempo. Nell'epoca pagana va unita la memoria dei sontuosi teatri con la rivoltante oscenità degli spettacoli, i circhi richiamano alla mente sbigottita le immani efferatezze dei combattimenti dei gladiatori, e lo scempio di innumerevoli Martiri di ogni sesso e di ogni età, che per il delitto di avere abbracciato la fede di Cristo a spettacolo di moltitudini briache erano

dati pasto alle fiere. A questo la Cristiana civiltà pone a confronto la magnificenza delle Chiese, le quali fornirono abbondante materia al libero lavoro, aprendo larghissimo campo alle sublimi creazioni del genio di Michelangiolo, di Raffaello, e della numerosa schiera di pittori, di scultori, di architetti, che ne mantennero la tradizione; le numerose e ricchissime Biblioteche aperte sempre agli studiosi, e gli Ospedali riccamente dotati a sollievo delle umane sofferenze, e i Monti di Pietà intesi a redimere il povero dalle vessazioni dell'usura. Portato dell'idea Cristiana fu l'emancipazione della donna, la quale (come fra gli altri luculentemente dimostrò il celebre publicista Spagnuolo Giacomo Balmes) dalla condizione di cosa spettante al marito nell'antica Roma, venne riconosciuta compagna datagli da Dio, a quello soggetta per vincolo di amore, destinata ad aiuto dello sposo nella educazione e allevamento della prole, e nella condotta dell'azienda domestica, e nella trattazione ancora di affari più gravi a vantaggio della comune famiglia. L'idea della donna forte venne data dalla Divina Sapienza, e la si legge sublimemente svolta e descritta nelle Parabole di Salomone, e quello è il codice venerando e imprescrittibile a determinare i doveri insieme e i diritti della donna nella umana convivenza. Mentre nel Libro ispirato leggesi lodata la donna, che adoperossi negli umili lavori delle mani e le di cui dita dieder moto al fuso; che fu larga di aiuto con i poverelli, e volle i suoi caldamente vestiti; che curò per se e per il marito l'ornato conveniente al suo nobile stato; viene ancora descritta ad apprezzare e a comperare terre e ad accrescere il domestico patrimonio piantando vigne, ed esercitando mercatura con straniere nazioni; e finalmente viene ricordata e lodata per avere pronunziato discorsi di sapienza – *Os suum aperuit sapientiæ* – Ecco l'ideale della donna secondo il codice eterno, ideale il più perfetto e il più sublime; quindi il raggiungerlo non può essere dato se non che a qualche eletta donna, la quale abbia sortito elevazione di mente da aspirare alla Scienza, e rettitudine di cuore e carattere temperato per far precedere a quella l'adempimento dei doveri più umili e la pratica delle virtù casalinghe e quindi gradatamente elevarsi ad occupazioni più gravi, fin anche alle ricerche della scienza.

Fu pregio di Roma il presentare nelle sue donne nomi preclari per qualità e virtù che la Scrittura loda nella donna forte, ed in ogni età fra le donne Romane vennero ammirati splendidissimi esempli delle più belle virtù. Ma in Elisabetta Fiorini Mazzanti, la di cui recente perdita deploriamo, si ebbe il compimento di tutte le più alte qualità, che decanta il Libro ispirato

come l'ideale della donna forte. Io che ebbi il vantaggio di conoscerla e d'intrattenermi famigliarmente con Lei negli ultimi quindici anni, che portato a studi attinenti a quello nel quale l'illustre Defonta si distinse, ne ebbi continuo eccitamente ed aiuto nello argomento tutto nuovo, che presi a coltivare, quale è quello delle Diatomee, con il dono di interessanti raccolte fattene a Terracina, ebbi largo campo ad ammirare in Essa la virtù della donna Cristiana, e unita a singolare modestia la qualità di distinta cultrice degli studi botanici e quindi testimonio delle rare doti di Quella ho reclamato l'onore di intrattenervene , o Signori. Così le lodi tanto meritate da Lei, che avemmo attiva collaboratrice, possa essere eccitamento ad emularla in tutto a quelle, che dotate di mente elevata sentansi portate a fare che il tempo, che può loro avanzare dalle domestiche cure di madri di famiglia, meglio che in letture frivole o in inutili trattenimenti, sia impiegato nello studio attraente e nella meditazione della Natura.

Non di ricca, ma sufficientemente agiata nobile Famiglia nacque Elisabetta Fiorini in Terracina il 3 Giugno 1799, (1) in quella aurea mediocrità, che ad onorevoli tradizioni associa i mezzi necessari ad una buona educazione, mentre sentesi l'opportunità e il bisogno di provedere all'avvenire. Venuta alla luce in epoca di rivolgimenti, i quali portarono grave scossa alla modesta fortuna domestica, e obbligarono i genitori a riparare per alcun tempo nella terricciuola di S. Felice alle falde del Monte Circello, e quindi consigliarono a trasferirsi a Roma, le prime impressioni della Bambina dovettero influire nella tenera mente, dandogli una serietà di carattere, che fu la nota dominante in tutta la vita , rendendola amante delle nobili occupazioni della mente, e sdegnosa di tutto ciò che era frivolo e inutile. La tristezza dei tempi ed il disesto aggiuntosi nella fortuna per replicate perdite ed infortuni sofferti, nel mentre che obligava la famigliola al ritiro e ad una vita modesta, addusse nuovo dolore, togliendo alla Fanciulletta l'appoggio della madre, immaturamente rapita all'affezione della figlia e del marito. Questi in tanto infortunio scosso ma non vinto, qual uomo di forte carattere e di retto sentire, tutto il suo amore ripose nella

(1) Elisabetta ebbe genitori Giuseppe Fiorini e Teresa Scirocchi, ambidue di Terracina. Il nonno fu Luca Fiorini, il quale come primo magistrato ebbe l'onore di presentare al Sommo Pontefice Pio VI le chiavi della città allorchè per la prima volta si recava in Terracina da Lui tanto beneficata. Quindi si raccoglie come la Famiglia Fiorini fosse delle più distinte del luogo. Lo stesso dicasi della Famiglia Scirocchi, che noveravasi in quel tempo fra le più ricche, la quale però presto decadde per spese inconsiderate.

figlia, tutto il suo impegno pose nell' educazione di questa, studiandosi renderla non solamente tale quale in quel tempo solevasi ottenere nelle famiglie civili, ma in ogni miglior modo allevata e istruita in quanto fosse per contribuire a farne una persona compita sotto ogni riguardo. Con questo il Fiorini otteneva l'intento, che dovrebbe prefiggersi ogni buon padre, ogni savio educatore; avvezzando le giovani menti alla occupazione, in pari tempo precludendo la via al tedio con la varietà dei trattenimenti e degli studi, tenuto sempre grandissimo calcolo della capacità delle menti infantili, le quali saviamente eccitate sviluppano, sopracaricate, attutiscono.

Con tale preoccupazione il Fiorini con savio pensiero volle farsi maestro della propria Figlia, incominciando nella età di cinque anni ad ammaestrarla nella Francese favella, quale a sette anni parlava correntemente sotto la scorta, che gli procurò, di una governante Francese. Nè si contentò il procacciare alla Figlia l'uso della lingua francese, mentre nel riflesso della utilità, che può presentare il conversare con tante dotte persone, che da ogni parte si conducono ad ammirare la Roma moderna e l'antica, e a trarre profitto dalla letteratura straniera, volle che si adoperasse pure intorno alla lingua Inglese e alla Tedesca, e la cognizione di quelle lingue riescì sommamente utile negli studi ai quali dedicossi in appresso. Al corredo delle lingue straniere si intende bene come volle fossero accoppiati gli studi di Storia, di Geografia, e di quant'altro si richiede in una educazione completa, quale volle donare all'unica Figlia. La straordinaria attitudine di questa ad apprendere fece che il Padre amoroso La desiderasse ricca di tutte quelle più belle qualità e doti, che formano l'adornamento di una giovanetta bene allevata, e ne ingentiliscono l'animo e ne sviluppano il sentimento del bello. Perciò volle che apprendesse sotto abilissimi maestri il disegno e la figura, e nel Pianoforte. Gli diede maestro l'esimio e virtuoso Sirletti; però soverchio ritegno e trepidanza nella esecuzione alla presenza di persone estranee dopo due anni Le fece tralasciare totalmente lo studio della musica, sentendosi di preferenza portata a più seri studi. Difatti attese allo studio della lingua latina e di belle lettere, e rammentomi come la Fiorini mi diceva di averne avuto a maestro il dotto ma vecchio Battistini; però aggiungeva che quel buon vecchio, quantunque affezionatissimo, non La curò abbastanza, per cui ricordava con amarezza di non averne potuto trarre grande profitto.

Tale fu la prima educazione di Elisabetta che una più completa non si sarebbe forse potuto incontrare nella sua epoca; e fu grande lode del

Padre suo il procurargliela, e questo ancora ci rende conto del temperamento di Elisabetta, confermandosi il detto di Orazio « *Fortes creantur fortibus* ». Ma la vita di quasi continua occupazione e studio non poteva riescire adatta allo sviluppo fisico della Fiorini, cosicchè non è da maravigliare che ne divenisse alquanto gracile e cagionevole. Nè sfuggì la cosa all'occhio vigile del Padre, il quale perciò conducevala per alcun tempo alla campagna, ove l'aere più puro, le vivificanti emanazioni degli alberi, con stimolare il movimento del sangue della giovanetta ne rianimava il colorito, e Le suscitava tal sentimento di benessere, che presa dal fascino della contemplazione della Natura dolevasi dover ritornare al folle strepito della città. Quindi la sua mente presa dalla bellezza della campagna, dove aveva lasciato il cuore, non è a dire quanto dilettevolmente ascoltasse chi le ragionava delle svariate e grandiose scene del creato o le descrivesse un tramonto di Sole o le dipingesse l'ammirabile scena e la successione delle tinte di una aurora e levata di sole estivo veduta dalla sommità di una collina fra il garrire degli uccelli e le carezze della brezza matutina, che promove lo sbocciare dei fiori irrorati dalla rugiada.

Fu in tale condizione di spirito che udì parlare dell'illustre Brocchi, e accesesi di desio di farne la conoscenza, mentre sempre amò conoscere quelli che avendosi acquistato fama o in scienze o in altra utile disciplina, potesse ripromettersene giovamento. Nè l'ambizione di fare la personale conoscenza di un Naturalista quale il Brocchi poteva essere meglio giustificata, essendone già a tutti noto il suo merito quale Botanico distinto, preclaro Geologo, e insigne Malacologo, e questo faceva che la Fiorini disperasse ottenere l'onore di una visita di persona di tanta rinomanza non credendo modestamente poter mai poggiare tanto alto. E chi Le avrebbe mai detto che quell' istesso Brocchi sarebbe stato a Lei maestro e guida nel culto di Flora, e che anche assente in lunghi ed avventurosi viaggi l'avrebbe favorita mantenendo con Lei interessante commercio epistolare ? Di tale conoscenza fatta Essa più volte mi narrava come di uno dei più lieti avvenimenti della sua vita, quando un amico della famiglia Fiorini l'Ab. Cimarelli condusse il Brocchi in sua casa. Da quel momento l'illustre Scienziato prese di tratto in tratto a visitare la Fiorini, la Quale parlando un dì a Lui della propria tendenza allo studio di alcun ramo della Storia Naturale, Questi prese con particolare bontà a parlarle della Botanica, quale studio più specialmente adatto ad una signora, offe-

rendosi con squisita gentilezza a maestro nel venire della primavera, e tale intenzione fece manifesta al Padre e agli amici nel desinare. Quel Brocchi, il quale trovavasi assorto nella pubblicazione della classica opera su l'antico suolo di Roma, fedele alla sua promessa dentro il Febbraio del 1821 và a visitare la sua giovane allieva con un fiore in mano un *Narcissus pseudo-Narcissus*, perchè su quello possa imprendere a distinguere e a nominare le parti e gli organi principali del fiore. Così diede principio ad un regolare corso di lezioni sul sistema Linneano e sul determinare le classi, i generi e le specie, e così la nostra Fiorini davasi tutta lieta a raccogliere piante nei suoi passeggi, prendendo in seguito a preparare e a determinare o gli esemplari da se raccolti o quelli che con dilicato pensiero il Brocchi stesso con il vascolo ad armacollo andava a raccogliere nei giorni umidi o ventosi a risparmio della gracile salute dell'allieva. I progressi che Questa faceva e ogni difficoltà superata erano soggetto di compiacenza e di orgoglio per il Maestro, il quale ne intratteneva la sera un crocchio di amici, tutte persone di scienza e di alte qualità paesani e forestieri che seralmente ritrovavansi al caffè a geniale convegno.

Ma non passava lungo tempo che la fama crescente del Brocchi procuravagli onorevoli e lucrose proposizioni per parte del Vicerè d'Egitto, il quale intendeva utilizzare le profonde cognizioni geologiche di Quello nell'attivare miniere di carbone. Per la quale ragione astretto a interrompere il corso delle lezioni botaniche il Brocchi volle raccomandata l'Allieva al distinto botanico Professore Ernesto Mauri, quale diceva di se più valente in botanica, ma che non mai lo avrebbe superato nell'affezione.

Dipartitasi mestamente dal Brocchi al sopravvenire dei calori estivi Elisabetta era condotta dal Padre suo a Castellone (ora Formia) già villa di Cicerone, e la scelta era determinata dalla salubrità e dalla amenità del luogo e dalla vicinanza del distinto medico Notarjanni, il quale alla singolare perizia nell'arte salutare congiungeva la qualità di botanico, cosicchè da lui Elisabetta avrebbe potuto trarre eccellenti consigli per la salute e per l'occupazione sua favorita. Fu in quel campestre soggiorno, che la giovane Botanica diedesi a correre le campagne, e a raccogliere piante con prò della salute, e pascolo della mente, e dentro pochi giorni potè inviare al suo maestro Brocchi non ancora partito per l'Egitto un pacco di piante da se raccolte e determinate affinchè gliene desse il suo avviso. Quegli indicata alcuna lieve menda rispondeva raccomandando alla giovane allieva costanza nello studio intrapreso, e indirizzavale un Prof. Moretti, il quale

percorreva la Penisola intento a radunare i materiali per una Flora-Italica, la pubblicazione della quale fu più tardi lode del Prof. Bertoloni, il quale pure fu per tale oggetto in commercio epistolare con la giovane Allieva di Brocchi. Ricondotta sul finir dell'Ottobre in Terracina come clima più dolce e confacente alla gracile salute della Fiorini, Questa sfruttò il suo nuovo soggiorno per aumentare i suoi erbarj con quanto raccoglieva da se o riceveva dalla cortesia di un ingegnere Donati preposto alla cura delle bonificazioni Pontine, dalle quali riportavale specialmente i vegetali palustri. Il Monte Circello pure presentava interessantissimo campo a ricerche botaniche offerente una flora speciale caratterizzata dal *Camerops humilis*, specie di palma ivi spontanea e perfettamente indigena, la quale palma è noto essere caratteristica di altra regione botanica più meridionale.

Questi esercizi di erborizzazioni fecero che la Fiorini al ricondursi in Roma potesse riconoscere trenta specie non ancora registrate nella Flora Romana, quali ad insinuazione di Brocchi pubblicava nel giornale di Arcadia. A queste trenta specie altre ne aggiunse la giovane cultrice di Flora, pure appartenenti alla Flora Romana, le quali non furono note come tali ai provetti Botanici Sebastiani e Mauri, autori di detta Flora, per cui non le avevano potuto inserire nell'opera pubblicata su quel tema. Queste nuove specie costituenti insieme una centuria vennero in seguito pubblicate sotto il titolo di = *Appendice al prodromo della Flora Romana* = per l'impulso del Principe di Canino D. Carlo Bonaparte Naturalista di chiarissima fama, il quale si piacque frequentare la nostra Fiorini, ed eccitarne lo zelo allo studio, impedendo possibilmente che la troppo naturale timidezza e modestia di Quella non facesse ritenere la lucerna sotto il moggio; al quale scopo Le procurò corrispondenza di distinti botanici, inviti a congressi scientifici, e fattone conoscere il non comune merito le ottenne diploma di socia corrispondente dell'Accademia di orticultura di Bruxelles. Operosa sempre la Fiorini studiò e descrisse l'ampelografia dei dintorni di Roma, il quale lavoro servì all'Acerbi nella descrizione delle viti d'Italia, che il suddetto con ottimo pensiero a documento di detta descrizione volle unite in un vasto vigneto presso Castel Goffredo, e fu merito del Ch. D.r Dematteis, che ebbe sempre particolarissima stima per la Fiorini, che a Questa per il suddetto studio si rivolgesse l'Acerbi.

Nel mentre che la giovanetta Fiorini tutto zelo abbandonavasi alla geniale occupazione degli studi botanici, il Padre suo con ottimo accorgimento volle che la figlia man mano venisse ancora a prendere cognizione non solamente dell'azienda domestica, la quale più specialmente è devoluta alla donna,

ma altresì che incominciasse ad addestrarsi alla amministrazione e cura del patrimonio. Nè avendo guari tardato a riconoscere le singolari attitudini di Elisabetta, la sua natura svegliata e perspicace, amò affidarle completamente l'amministrazione, mentre uomo di antica fede e gravato dal peso degli anni sentivasi meno adatto a scansare ed eludere le subdule arti e maniere di gente scaltrita e di malafede, che non mancavano trarne indebito profitto con danno dell'avvenire della amatissima Figlia. Da quel momento Questa dovette avere sempre innanzi gli occhi, che se per Essa era bello deliziarsi a meglio intendere la bellezza del Creato, questo però non doveva togliere che sua prima cura fosse la gestione degli affari e le domestiche incombenze. E tale fu per la nostra Fiorini la costante regola di vita, con la quale esàttamente conformossi all' imitazione della donna forte della Scrittura. E bello era il vedere la giovane Fiorini intenta ad esaminare vecchi libri di amministrazione e rovistare polverosi fasci di carte, e istrumenti notarili e scritti legali, per dicifrare lo stato primitivo dell'asse avito, a scernere e pesare la portata delle subìte vicende, e a rintracciare il possibile recupero di qualche capitale. L'ammiratrice della bella natura, la giovane Botanica, la di cui rinomanza risonava in lontane parti d' Italia, posti in disparte erbari e libri, attendeva a regolar conti di affittuari ed inquilini, in congressi con periti agrimensori e legali, eccitava l'ammirazione di tutti. Per tal modo in breve volgere di anni fu veduto la giovane Elisabetta matura di senno far risorgere il patrimonio, ricuperando crediti, appurando pendenze, transigendo abilmente in casi di dubbie liti, riconducendo l'agiatezza in sua casa. Così dopo laboriose occupazioni a impossessarsi della posizione e dell'andamento amministrativo potè di nuovo ritrovar tempo da dedicare al favorito culto di Flora.

Però la mente elevata della Fiorini non le permetteva il limitarsi a coltivare quella parte della scienza botanica, intorno la quale adoperavasi qualunque cultore di Flora in quell'epoca: la tendenza in essa innata di scrutare quanto fosse più recondito e il presentimento che dallo studio degli organismi più umili si sarebbe potuto trarre argomento a riconoscere i fenomeni della vita nelle piante superiori, la condussero ad occuparsi di preferenza delle più umili forme della vita organica vegetale e fra queste diede la preferenza ad una delle più graziose pianticelle che tapezzano i prati uliginosi, i fessi delle roccie, i tronchi degli alberi e le mura irrorate da soverchia umidità, i muschi. A tale preferenza fu opportuno incentivo l' essere giunto al Mauri un manipolo di secche borracine invia-

togli da un botanico Tedesco. Il Mauri, che mai aveva coltivato studi crittogamici, conoscendo l'indole svegliata della già sua Allieva, gli propose intraprenderne un qualche studio a tentare di determinare le specie contenute in quell' invio. La nostra Elisabetta, quantunque sentisse la difficoltà di mettersi in un nuovo campo di studio, eccitata dall' attesa del piacere che deriva dall'ostacolo superato diessi animosa all'impresa, cercando ajuto da qualche libro su la materia, che Le fu fornito dal Professore Tenore e con la scorta della Briologia Britannica dell' Hooker si accinse a determinare le forme generiche e le specifiche, valendosi di una lente di ingrandimento. Per tal modo famigliarizzatasi la giovine cultrice di Flora ai principali tipi briologici, potè applicare le acquistate cognizioni a determinare i diversi esemplari di borracine, che aveva occasione di raccogliere nelle passeggiate, che ordinariamente si dirigevano al Colosseo e agli altri superbi monumenti dell'antica Roma, quando i tepori primaverili non avessero talvolta invitato ad aggirarsi negli ombrosi viali della villa Borghese. Frutto di questi studi e delle osservazioni quotidiane fu la determinazione di trenta specie di muschi Romani, e l'Elenco ne fu pubblicato nel Giornale Arcadico. Quale fosse la maraviglia dei Botanici Italiani più provetti nel vedere una giovine Signora muovere con piè sicuro nell'arduo arringo degli studi briologici e crittogamici, ce ne fanno fede i Professori Balsamo Crivelli e De Notaris, i quali nel pubblicare la Briologia Milanese non credettero poter far meglio che dedicare il loro lavoro alla Fiorini. Questa rese di pubblica ragione il suo saggio di Muschi Romani nel 1823, e così vedasi come la mente elevata di Lei la portò a prevenire qualunque altro Botanico Italiano nel difficile studio dei muschi.

L'abitudine di aborrimento dall' ozio e di ordine nelle sue azioni, alla quale sin dai primi anni venne informata la Fiorini, fece che, quantunque sua prima cura dovesse essere la gestione dell'azienda patrimoniale e le ordinarie cure domestiche, potesse altresì trovar tempo da occupare nell'educare la mente indirizzandola alle più delicate ricerche dei fenomeni della vita vegetale. Quello poi che validamente contribuì a tenere maggiormente eccitata tale sua tendenza fu la frequenza dei dotti e di scienziati, che ne ricercarono la conoscenza, e ne praticarono la casa, attratti dalla fama che già divulgavasi della giovine cultrice di Flora, della quale già erano note più scientifiche produzioni. Quante volte Essa stessa con visibile compiacenza mi narrava delle piacevoli e interessanti conversazioni avute con scienziati Italiani e stranieri della più bella fama, e delle corrispondenze epistolari,

42

che mantenne con quelli, traendone giovamento ai suoi studi. Mi narrava fra i tanti dell' insigne Naturalista Inglese Leach, il quale trattenendosi lungamente in Roma frequentava la sua casa, e mi aggiungeva come si adoperasse ad attirarla allo studio di Entomologia e di Malacologia, estendendo delle apposite grammatiche, e come a più invogliarla le facesse dono di una bella collezione di farfalle indigene.

Però sul tema delle conoscenze più interessanti fatte dalla Fiorini la nota più tenera risonava alla ricordanza di Brocchi, al Quale precipuamente doveva la scelta della geniale occupazione della sua vita, e del Quale attendeva con impazienza il ritorno. E già il triennale impegno assunto dal Brocchi con il Governo Egiziano era su lo spirare, e il Brocchi nello scriverne al suo amicissimo Professore De Matteis nominava Fiumicino per punto di approdo, onde più presto restituirsi agli amici e alla cara Roma. Ma era scritto in cielo che questo ritorno del Brocchi tanto desiderato da tutti non dovesse aver luogo, chè, richiamato per altra breve missione alla Nubia e al Senaar per ordine del Vicerè, dalla malignità di quel clima fu tratto alla tomba in terra barbara e straniera nel momento che era per rendersi finalmente all' Italia, a Roma, agli amici. Uomo raro se non unico per elevatezza di mente e vastità di cognizioni; insigne Naturalista e Chonchigliologo, Geologo e Mineralogo sommo, Botanico distinto, facondo e brillante parlatore; ebbe tutte le qualità per attrarre l' attenzione di tutti e cattivarsi gli animi; cosichè non è da maravigliare che la nostra Fiorini ne fosse presa di ammirazione, e sensibilissima al beneficio dell' avutone insegnamento ed alle finissime attenzioni usatele nessuno più frequentemente nominasse che il Brocchi nè di altri tanto deplorasse la perdita.

Nel mentre che il Fiorini con occhio di compiacenza rimirava la giovine Elisabetta unicamente occupare il suo tempo nell' adempimento dei suoi doveri, nel curare gli interessi affidatile, dando il rimanente allo studio delle dottrine botaniche, nell' accumularglisi degli anni non poteva a meno di guardare sollecito e pauroso all' avvenire, riflettendo alla posizione nella quale si sarebbe trovata l' amorosa sua Figlia priva dell' appoggio paterno o di altro che potesse in qualche modo equivalere. Quindi il frequente instare perchè Elisabetta si scegliesse uno sposo degno di lei, le quali istanze venivano validamente rafforzate dal consiglio di persone savie ed autorevoli fra quelle che piacevansi frequentare la casa Fiorini. A tali insinuazioni piegossi finalmente Elisabetta, e nello scegliere lo sposo diede novella e più luminosa prova della maturità di carattere, che fu la qualità più saliente

della quale andò sempre distinta nel corso della vita. Fra le non numerose ma altrettanto elette conoscenze della nostra Fiorini, eravi un giovine giureconsulto di bella fama, il Cav. Luca Mazzanti, il quale prevenendo l'età a diecisette anni fu in grado di procacciarsi la laurea in Diritto, e prima di compiere il suo ventiduesimo anno venne rivestito di publico incarico: e tanto meritossi la fiducia dei governanti da venirgli in seguito affidato il reggimento di diverse città. Questi pertanto fu il prescelto, e tutti quelli che avevano a cuore la felicità della giovine Fiorini bene augurando dell'avvenire fecero plauso alla scelta. Fervido ingegno, prontezza di mente, cuore generoso e sensibile alle altrui miserie, erano qualità da assicurare al Mazzanti la costante tenerezza della Sposa; cosichè nella perfetta consonanza degli effetti la benedizione del cielo su la loro unione si dimostrò con la nascita di tre bambine, quantunque due di queste vennero quasi subito richiamate in seno a Dio. Ma era scritto in cielo che una unione così perfetta di due cuori non dovesse lungamente durare: affermata e benedetta avanti l'altare il giorno 20 Settembre 1829, il 13 Ottobre 1841 vide violentemente disgiunta al troncarsi del filo vitale del Mazzanti rapito alla Sposa in seguito a dolorosa malattia di cinque mesi con cristiana rassegnazione tollerata.

Con questa irreparabile perdita ebbe principio il periodo più triste della vita della nostra Fiorini per un seguito di durissime prove, che le sopravvennero; nel quale periodo luminosamente campeggiò la fortezza singolare di animo e la soda virtù, per la quale potè sopportare tanti e così gravi dolori. Morto il Mazzanti tutta la tenerezza e tutte le affezioni della inconsolabile Elisabetta si concentrarono nell'unica superstite figlia Veneranda e nel vecchio padre, ed unico scopo alla vita per la nostra Fiorini fu l'educazione religiosa morale e letteraria della figlia per prepararla alle più severe discipline. In Essa pertanto veniva ripetendo quello stesso metodo di coltura e di educazione, che aveva nella propria esperienza riconosciuto più opportuno, e meglio conducente allo scopo. La giovinetta dotata di acuto e perspicace ingegno venivasi formando nella lettura dei classici, e singolarmente piacevasi nella Cantica dell'Alighieri, recitandone a memoria i tratti più notevoli, e con singolare giustezza ne interpretava alcune frasi più oscure. Per tal modo in Veneranda veniva sviluppando il gusto, in pari tempo che informavasi alla purezza ed eleganza dello stile, che tanto giova, e che meglio direi essere necessario a quelli che aspirino alla coltura scientifica.

Nel mentre che la nostra Elisabetta concentrava ogni suo studio alla educazione della figlia, e le rare qualità di questa e la perfetta corrispondenza alle materne sollecitudini Le facevano quasi obliare i dolori sofferti, venne ad infermare il vecchio Padre di lunga e dolorosa malattia, che lo ridusse a morte. La diuturna alternativa di timori e di speranze, l'angoscia prolungata per la previsione dell'esito fatale, le continue emozioni per ripetuti atti di tenerezza e ultimi abbracciamenti, minarono la salute della eccessivamente sensibile giovinetta, cosicchè alla Vedova desolata sopraggiunsero simultaneamente e si accumularono la perdita irreparabile dell'amatissimo Padre, e la più tetra prospettiva di vedersi rapire l'unica figlia, ultimo conforto alla sua vita inconsolabile. La disgraziata coincidenza delle fortissime morali emozioni subìte e della epoca critica dello sviluppo, determinarono nella quindicenne giovinetta una clorosi, la quale producendo sconcerto nei sistemi nervoso e circolatorio dava origine a dolorosissime e strane forme di patimenti. Nulla in tal frangente venne intentato dalla amorosissima madre, non cambiamento di aria e distrazioni, conducendosi a Napoli, quindi a Terracina, e quindi di nuovo nell'inverno a Roma; nulla profittarono le cure dei Medici più esperti e di maggior grido; mentre, dando rari esempi di maturità di senno e di ogni più bella virtù cristiana, munita di tutti i conforti della Religione, l'anima benedetta sciolta dai vincoli della carne volò in seno a Dio.

Può immaginarsi posizione più dolorosa di quella cui fu ridotta la nostra Fiorini? in breve scorcio di tempo orbata di marito, di padre, e della unica figlia, giovinetta di qualità rare, nella quale aveva riposto ogni cura, ogni ambizione a formarne un modello compiuto sotto ogni riguardo per educazione del cuore, informandone in pari tempo la mente ad ogni genere di dottrina, che potesse convenire a donna della più elevata condizione e coltura. Buon per Lei, che fin dai primordi della vita educata alla dura scuola della avversità, apprese a riguardare l'esistenza terrena quale una palestra, ove siamo mandati a esercitarci alla dura lotta per meritarci così premio non perituro in cielo. Questi e simili riflessi, che tanto opportunamente la Fede ci suggerisce nei più duri momenti delle avversità, fecero che la nostra Fiorini, pagato largo tributo alla natura, spargendo lacrime inconsolabili su le ceneri della Figlia, in pari tempo sentisse nell'animo trafitto una voce, che le diceva: a che piangere una figlia, che non hai perduta, ma che beata in cielo prega per Te, e Ti attende a partecipare dell'istesso gaudio? Così la desolata madre in luogo di cercare nella dimenticanza lenimento al dolore, da donna forte serbò sempre innanzi agli occhi gli oggetti, che avevano servito

alla figlia, affinchè nell'averla continuamente presente alla memoria, potesse in certo modo vivere in un misterioso e soave commercio di affetti con l'estinta.

Però in tale condizione di cose lo studio e le corrispondenze epistolari, che a quello riferivano, contribuirono in qualche modo a lenire il dolore e per i conforti che gli venivano indirizzati, e per l'utile distrazione che le veniva procurata nel richiamarla ai fenomeni osservati della vita vegetale, o alla critica dei tipi organici da lei raccolti. A conoscere il valore scientifico della Fiorini, è sufficiente lo svolgere i fasci di lettere dei botanici più distinti che hanno fiorito negli ultimi tempi, e nella età nostra, e che mantennero con Lei commercio epistolare. Giovanni Battista Brocchi le indirizzava lunghe ed amichevoli lettere durante la sua dimora in Egitto: l'illustre crittogamista francese Camillo Montagne mantenne attivissimo commercio di lettere di argomento scientifico, il qual commercio cessò soltanto alla morte del celebre Botanico, del quale la Fiorini tessè la Necrologia, che presentò all'Accademia dei Nuovi Lincei nella Sessione V dell'anno XIX l'8 Aprile 1866. Il Chiarissimo Botanico Inglese Filippo Webb, il quale nelle lunghe dimore, che faceva in Roma, frequentava la casa della Fiorini, ed in sua compagnia piacevasi erborare nella campagna presso Roma, per lunghi anni mantenne con lei relazione di lettere aggirantisi tutte sul tema favorito degli studi botanici. Ma mi dilungherei soverchio se ad uno ad uno volessi ricordare gli scienziati, che usarono scrivere alla Fiorini, come fra gli Italiani il Mauri, il Bertoloni, il Gussone, il De Notaris, il Tenore, il Parlatore, il Savi, il Cesati, il Targioni: fra gli stranieri ricorderò Alfonso de Brebisson, i Fratelli Tulasne, Renato Lenormand, Leonardo Schlichtendal, Alfonso de Candolle, Reichenbach, Rabenhorst, Schimper, Geheeb.

Ma troppo grande era il vuoto rimastole dal vedersi in breve tempo rapiti marito, padre, e l'unica figlia, cosicchè lo studio e l'occupazione delle scientifiche corrispondenze potessero valere a sollevarla, e le permettessero occupare la mente nella contemplazione delle maraviglie del creato, quando ne veniva continuamente distolta dalle acerbe punture di un cuore esulcerato. In Lei era un' assoluta necessità l' avere persona nella quale riporre la sua affezione; fu pertanto savio consiglio di una intima amica l'insinuarle di scegliersi una fanciulla, della quale curare l'educazione in propria casa, ed averne così conforto di compagnia, ed in seguito ancora assistenza. La memoria dell' estinto Professor Mauri e la gratitudine per gl' insegnamenti avutine, Le fece ricordare che il fratello di quello era rimasto vedovo con più figli. Proposto dunque al Mauri di affidare una figliuola alle cure della

Fiorini, che sarebbe alla bambina come madre, nell'interesse della figlia stessa acconsentì di buon grado. Quindi la quasi undicenne Enrichetta d'allora in poi corrispose colle sue belle qualità e con verace gratitudine alle cure di quella che apprese a chiamare con il dolce nome di madre. Così la condizione della nostra Fiorini, divenne più tollerabile, e le dolci e insinuanti maniere della Enrichetta con il tempo Le procurarono la suprema sodisfazione che prova un cuore ben fatto nell'impartire un beneficio, e in pari tempo quasi potè illudersi di avere in Quella rediviva la figlia. Che anzi avendo Enrichetta perduto anche il padre, l'orfanella venne legalmente adottata in figlia dalla Fiorini, la quale in alcune memorie autografe, che ho sott'occhi così si esprime su tale riguardo: « rimasta (Enrichetta) priva di pa-
» dre, mi feci un dovere di adottarla in figliuola : ed essa ha formato nel
» resto di mia vita l'unico conforto con l'assidua sua assistenza e compa-
» gnia; e nelle sue braccia spero chiudere i miei occhi nella pace del Si-
» gnore, e seco con i miei cari ricongiungermi in Cielo ».

Per tal modo, ricuperata alquanto quella serenità di spirito così necessaria a chiunque intenda a studi gravi e di scienza, Elisabetta riconducessi agli antichi amori, cioè allo studio tanto per Lei attraente della botanica. Recatasi a Firenze, nell'andare a diporto per i superbi viali del granducale giardino di Boboli nel bearsi dell'amenissima vista, che colà si dispiega, in un giorno che era stato preceduto da lungo periodo di piogge, gli venne fatto di osservare in terra una lurida e strana produzione, che raccolta ed osservata riconobbe essere il *Nostoc comune*. In pari tempo scrutando con attenzione quanto le si parava allo sguardo indagatore ebbe opportunità di raccogliere sui tronchi degli alberi e sui muri altra forma affine, ma lichenoidea, quale riportata a casa, e sottoposta al microscopio, determinò per *Collema pulposum*. Da minuto esame istologico e dal confronto della chimica composizione la Fiorini fu tratta a dedurne la identità delle due forme, a meno della superiorità dell'apparecchio imeniale della seconda forma, ossia del Collema. Di tale ardita deduzione tenne discorso in una adunanza dell'Accademia dei Georgofili nel presentare a quel consesso una nota su tale argomento. E maggiore conferma acquistava l'opinione della sostanziale identità dei due organismi in Roma, allorchè Le era dato accoppiarvi l'osservazione delle esterne forme dal nascere allo sviluppo, dalla quale osservazione evidentemente emergeva il passaggio graduale dal primo al secondo con costante corrispondenza dell'intima struttura, non che dei medesimi chimici principii. Questi ulteriori e più completi studi sull'identità del Nostoc e del

Collema porsero materia a più elaborata memoria, la quale distinta in più capitoli e corredata di tavole illustrative disegnate dalla Autrice venne pubblicata negli Atti dell'Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei, alla quale con nuovo esempio la Fiorini venne ascritta, mentre le pubblicazioni del *Prodromus Floræ Romanæ*, e della *Bryologia Romana*, oltre alla nota sopra due nuove alghe delle acque Albule aggiunta all'analisi chimica e allo studio medico di quelle celebri acque per parte dei Professori Latini e Viale-Prelà, La dimostrarono ben meritevole di tale onore.

Da quel momento la nostra Fiorini, quantunque di delicata complessione e di cagionevole salute, impiegò sempre nello studio le poche ore che le rimanevano libere delle occupazioni domestiche e dall'adempimento dei propri doveri, e di questo fanno ampia testimonianza le diverse note da Essa lette nelle tornate Accademiche, la maggior parte delle quali ebbero ad argomento l'illustrazione di qualche ficea o di altri organismi crittogamici. Nel passare qualche mese in Terracina per sorvegliare l'andamento del suo patrimonio, traeva partito dalle quotidiane passeggiate, che faceva lungo il litorale, per sorvegliare e raccogliere le diverse produzioni vegetali, quali vedeva sviluppare in seno ad alcune acque minerali, che ivi portano tributo al mare. Di là traeva ampia materia da soggettare ad un buon microscopio di Ohrhauser e di Hartnak, del quale continuamente giovavasi nelle minute ricerche, e del quale fece uso sin agli ultimi momenti prima che venisse colpita dal malore, che la condusse alla tomba. In tali circostanze fu colpita dal singolare aspetto, che presentava una strana organizzazione, la quale riconobbe per un gruppo di numero sterminato di Diatomee appartenenti al genere *Amphora*, ed inchiuse in una specie di matrice gelatinosa jalina, e dalla disposizione di questo mucco matricale credette distinguere la diatomacea con il nome specifico di *Amphora bullosa*. Di questa interessante raccolta e di altre non poche racchiudenti diatomacee generosamente mi fece dono, allorchè presentatole da comune amico Le feci conoscere il mio proposito di darmi tutto allo studio di quella così interessante famiglia vegetale, e sottoponevo al suo giudizio i miei primi tentativi di immagini fotomicrografiche. Non oblierò mai quanto io ne ho riportato di eccitamento e di validissimo ajuto nel mio nuovo studio dai suoi suggerimenti e dal farmi conoscere e prestarmi gentilmente alcune memorie e opere iconografiche sulle Diatomee che Essa possedeva nella sua scelta raccolta di libri di argomento botanico.

Intanto nell'anno 1874 in Firenze, nell'occasione che la Società di Orticultura organizzava una grandiosa esposizione, per iniziativa del compianto

Professore Filippo Parlatore contemperaneamente adunavasi un congresso internazionale di botanici a solennizzare maggiormente l'erezione di un busto alla memoria dell'insigne botanico Inglese Webb, il quale quantunque straniero legò la sua biblioteca e i suoi grandiosi erbarj opera di tutta la sua vita all'Erbario Centrale di Firenze, lasciando in pari tempo un annuo assegno, il quale avesse da servire alla conservazione e all'aumento di quello. Di tale troppo meritato tributo da pagare alla memoria di così insigne benefattore antecedentemente il Parlatore scriveva alla Fiorini, che conosceva essere stata in tanta relazione con il Webb, e la veniva sollecitando perchè non avesse da mancare di assistere a tale solennità. Quantunque la Fiorini per l'avanzata età e più per lo stato abituale di debolezza e per la salute cagionevole fossesi ridotta ad escire di rado dalla casa, e quindi il pensiero del viaggio le desse sgomento, pure alle istanze del Ch. Parlatore si arrese, mossa specialmente dal riflesso, che prepotè nel suo animo gentile, di pagare così un tributo alla memoria di quel Webb, dal quale aveva ricevuto tanto onore nelle non brevi sue dimore in Roma. In Firenze e alle sedute del congresso, al quale io pure ebbi l'onore di essere invitato, vidi il conto grandissimo che botanici della maggior rinomanza fecero dei meriti scientifici della Fiorini, quando fin dalla prima adunanza fra il plauso universale venne chiamata a sedere a lato alla presidenza, ed in ogni altra occasione fu fatta segno alle maggiori onoranze.

Il crescente peso degli anni e la malferma salute affievolivano bensì le forze della Fiorini, ma la mente e lo spirito serbava un'energia che si sarebbe detta giovanile, cosichè sentiva al vivo e altamente deplorava quanto vedeva innovarsi da quelli, che sembrarono porre ogni loro ambizione nel distruggere quanto il tempo consacrò, sotto lo specioso titolo di togliere di mezzo qualche inconveniente, di porre rimedio a qualche difetto inseparabile da ogni umana istituzione. Quelli, che al pari di me hanno avuto il vantaggio di avvicinare la Fiorini in questi ultimi anni, possono testimoniare della disapprovazione, che a chiare note esprimeva, di quanto ososssi a danno della Religione e della morale Cristiana. Al presente mi limiterò a ricordare la sconsigliata determinazione di manomettere il primo e più interessante monumento dell'antica Roma il Colosseo, la di cui istoria ricorda la gloria della Religione di Cristo e i trionfi dei Martiri, che barbaramente furono sgozzati fra quelle mura e ivi furono dati a pascolo di tigri e leoni, e che con il loro sangue ne inzupparono il terreno. Questa circostanza fece che il Colosseo fosse dopo l'epoca pagana considerato monumento

sacro, e che venisse dedicato qual tempio alla memoria delle miriadi di Martiri ivi caduti confessando impavidi la fede di Cristo. Che se la sua arena nascondeva in pari tempo le disposizioni primitivamente date al luogo per rappresentarvi naumachie e spettacoli di altro genere, e serbava insieme le traccie del Basso Impero e del Medio Evo, quando i Frangipani ci si fortificarono, non era titolo sufficiente a cangiare interamente la faccia del monumento, o potevasi farlo parzialmente con erigere delle volte, le quali nel permettere l'accesso alla parte sotterranea serbassero intatto il piano della arena. Nè si può altrimente lodare il consiglio di chi a meglio conservare quelle grandiose rovine volle raderne quel manto di verdura, che ne rendeva la vista tanto poetica e pittoresca. È fuori di dubbio che le radici degli alberi e degli arbusti nell'insinuarsi fra le commissure potrebbero a lungo andare essere origine di gravi lesiòni: al contrario le piante erbacee e le borracine nel ricoprire quelle costruzioni, che ressero per molti secoli, contribuiscono alla conservazione di quelle difendendone la superficie dall'azione dell'aria e delle meteore. La nostra Fiorini, che da giovane aveva nutrito il disegno di redigere una florula speciale del Colosseo e dei principali antichi monumenti di Roma, e ne aveva raccolto i materiali e riuniti i documenti, con ottimo accorgimento volle rendere di publica ragione la florula del Colosseo, affinchè rimanesse almeno la memoria delle ricchezze botaniche, che già coronarono il vetusto monumento, e che avevano richiamato l'attenzione degli scienziati, alcuno dei quali ne fece soggetto di speciale lavoro monografico, che però fu tutt'altro che privo di notevoli mende. Un tale lavoro dalla Fiorini fu per parti inserito negli Atti della Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei. Quella monografia non può certamente pretendere ad essere riguardata come un catalogo completo della specie vegetali, che coronavano il vetusto monumento, ivi importate dell'azione dei venti o per ministero di volatili; ma l'elenco ne è abbastanza ricco, e le brevi note, che ne accompagnano la enumerazione, attestano in pari tempo lo zelo della cultrice di Flora, e ne fa apprezzare il singolare valore scientifico e la critica sagace.

La florula del Colosseo fu l'ultimo lavoro della Fiorini, la quale in questo frattempo sentivasi giornalmente afievolire le forze, ridotta in uno stato di singolare emaciazione. Essa era di salute cagionevole, meglio per vizio di abitudini eccessivamente riguardose, nelle quali era stata dalla fanciullezza allevata, di quello che per difetto di costituzione, che era normale e sana. Affetta nel procedere della età da cronica bronchite ebbe negli ultimi anni

alcuni fortissimi accessi, che la misero a pericolo di vita, ma quasi insperatamente vedevasi restituita all'amore di quella, che aveva adottato per figlia, la quale la ricambiò costantemente con il più tenero amore figliale. Ma sul principio di questo anno la nostra Elisabetta fu udita lagnarsi di atroci dolori alla bocca, i quali furono attribuiti ad influsso di un dente affetto da carie e a conseguente affezione delle gengive. Intanto repentinamente aggravava per forte accesso di bronchite con minaccia di congestione polmonare, che la riducevano a filo di vita. Ma anche questa crisi veniva superata dagli opportuni rimedi apprestati dall'arte salutare ajutati dal buon temperamento della inferma. Però era scritto in Cielo, che quando la Enrichetta volgeva a Dio il suo animo riconoscente nel vedere campata da questo nuovo pericolo la dilettissima sua madre adottiva, allora appunto dovesse apprendere che quella preziosa esistenza era irrimediabilmente minata da acerbissimo malore. Alla prima ispezione del medico curante, allorchè l'inferma accusò i dolori atroci che le cagionava una ulceretta alla lingua quegli dovette riconoscere trattarsi di una ulcere cancrenosa. Per la grave circostanza chiamato il Chiarissimo Professore Ceccarelli confermò pienamente il giudizio emesso dal medico curante, dichiarando il malore irrimediabile, mentre le condizioni della inferma e la sua grave età non permettevanle il tentare l'operazione chirurgica.

Il tremendo prognostico velato alla figlia dalla scientifica terminologia, presentavasi in tutta la sua atrocità ai conoscenti che frequentavano la casa per avere notizie della inferma e a me che singolarmente venivo onorato della confidenza della figlia e della madre. Questa vedevasi allora allora salvata dal soccombere vittima della bronchite, onde strascinare la vita per qualche mese fra i dolori acerbissimi dell'ulcere, che ne avrebbe lentamente corrosa la lingua. L'atrocità di tale destino, che agli occhi della carne apparirebbe sotto l'aspetto di immane crudeltà di Quegli che tutto regge e tutto move, la Religione e la Fede ci insegna a riguardare quale effetto della Divina Misericordia, mentre dovendosi alla Giustizia di Dio l'espiazione di qualsiasi lieve menda le sofferenze e i dolori pazientemente tollerati nella vita presente ci abbreviano o anche ci liberano dal pagare tanto più duro e rigoroso conto nell'altra vita, per essere così purificati e resi degni della visione beatifica di Dio. Un tale pensiero fu incessantemente presente alla mente della nostra inferma profondamente religiosa e sinceramente cristiana, e questo la confortò in mezzo ai più crudeli dolori. La memoria dei patimenti ineffabili di Quegli che vestì umana carne per redimerci dal peccato, La

confortò a rassegnarsi al divino volere, allora che dovette sentire approssimarsi la fine. Ridotta a potere a stento articolare parola, non potendo ingerire altro che alimenti liquidi, e questo ancora con atroci dolori, vedevasi tranquilla e rassegnata , e appena il dolore talvolta le strappava un lieve lamento. Unico suo conforto il Sacramento della Eucaristia, che a sua istanza le fu ripetutamente amministrato durante la malattia. Il suo volto atteggiavasi a letizia e a sorriso alle frequenti visite del suo Confessore , che avrebbe voluto continuamente presso il suo letto, e udirne i religiosi suggerimenti. Con sollecitudine ricercò e ottenne speciale benedizione del Successore di San Pietro, del Quale aveva ad ogni occasione deplorato i conculcati diritti, avendo voluto che il suo nome fosse registrato in calce alle proteste dei fedeli Romani reclamanti contro i molteplici sacrilegi attentati diretti a danno della Chiesa.

Intanto il malore ogni dì più aggravava, e pur troppo vedevasi l'implacabile processo destruttivo, il quale dalla lingua estendevasi alle fauci e alle parti adiacenti. Impedita quasi interamente la deglutizione , si aggiunse il tormento della fame e la conseguente estrema inanizione. Notte e giorno l'inferma assistita dalla sua Enrichetta (la quale ad onta delle dissuasioni del medico e degli amici per il grave pericolo a cui si esponeva, volle sempre dormire nell'istessa camera), non ismentì mai la pazienza esemplare e l'eroica rassegnazione, la quale, nel mentre che era di edificazione per tutti, fu soggetto di maraviglia e di serie considerazioni a un distinto scienziato, che non poteva persuadersi che la Fede potesse dare tanta forza a sopportare dolori tanto atroci. Negli ultimi giorni una giovanetta di nobilissima famiglia Genovese, dimorante nella medesima casa, con mirabile carità Cristiana chiese ed ottenne di sostituire l'amica Enrichetta in qualche ora di necessario riposo, che questa dovesse prendere, e quale suora di carità, inumidiva ad ogni tanto le labbra della inferma, e la veniva confortando, e con pie parole ne volgeva il pensiero a Dio. Attorniata da tale amorosa assistenza Elisabetta Fiorini, dopo che nella lunga e acerbissima malattia ebbe dato continue prove di singolare pietà e di esemplare pazienza , vide appressarsi la fine dei suoi giorni , e insieme il cessare dei suoi patimenti : chiesti e ottenuti tutti i conforti della Chiesa Santa il giorno 23 Aprile placidamente spirò.

E non avevo io ragione di affermare sin dal principio che quantunque Roma nelle sue donne presentò nomi preclari per le qualità e virtù , che la Scrittura Santa loda nella donna forte, in Elisabetta Fiorini Mazzanti si ebbe il compimento delle più alte qualità ricordate per l'ideale della donna

che l'ispirato Scrittore delle Parabole propose ad esempio? Accennando le diverse fasi della sua vita, e seguendola passo a passo l'abbiamo veduta corrispondere alla singolare coltura avuta nella sua educazione, affettuosa verso il Padre (chè nella fanciullezza rimase orba di madre) secondando le sue premure con mostrarsi sin dai primordi aliena da ogni leggierezza, e prediligendo la compagnia di persone distinte per ogni genere di sapere. Giovanetta, dal Padre viene iniziata alla amministrazione dell'asse patrimoniale, e superando l'età, per tal modo si diporta che le ne affida interamente il carico. Ordinata nelle sue azioni, sodisfatti tutti i diversi suoi doveri, trova tempo a coltivare la Scienza Botanica, e in quella si distingue per interessanti pubblicazioni, che gli procacciano bella fama, per la quale, ascritta a numerose distinte Accademie (1), scienziati italiani e stranieri si piacciono mantenere con lei corrispondenze epistolari, e taluni gli intitolano i loro lavori, e con il suo nome vogliono ricordati nuovi generi o specie di organismi da loro per la prima volta riconosciuti e descritti (2). Con tutto questo, semplice nel conversare, affabile con tutti e singolarmente modesta ed umile, ebbe sopra tutto a cuore di far vedere come la vera scienza ci svela la infinita sapienza del Creatore, che si mostra in tutta la sua grandezza anche negli infimi organismi. Quindi la Fiorini fu modello

---

(1) TITOLI ACCADEMICI DELLA CONTESSA ELISABETTA FIORINI MAZZANTI

Socia corrispondente della Accademia di Orticultura di Bruxelles.
Id. della Accademia Agraria di Pesaro.
Id. della R. Accademia delle Scienze di Torino.
Id. della Pontificia Accademia Tiberina.
Id. della Accademia di Arcadia.
Id. della Accademia Economico-Agraria di Perugia.
Id. della Accademia Economico-Agraria dei Georgofili di Firenze.
Id. della Società Medico-Fisica Fiorentina.
Socia Ordinaria della Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei.
Socia corrispondente della Leopoldiana di Dresda dei Curiosi della Natura con Diploma speciale.

(2) Il Parlatore nella sua Flora Italiana vol. 5. Firenze 1848 dedicava alla Fiorini il nuovo genere *Fiorinia* da Lui fatto per la specie *Aira pulchella* di Tenore. Il Parlatore scriveva poi nelle osservazioni (pag. 223.) « Ho intitolato questo genere ad onore della egregia mia amica, la » signora Contessa Elisabetta Fiorini Mazzanti di Roma, che si è resa benemerita della flora » italiana con l'appendice al prodromo della flora romana e con la briologia romana, opere che » hanno giustamente messo il di lei nome in cima di quante donne han coltivato in Italia l'ama- » bile scienza di Flora e all'istesso rango di quello di illustri botanici italiani. » L'illustre botanico francese Montagne membro dell'Istituto nella sua Sylloge oltre al ricordare un *Eurotium fructigenum*. Martius, trovato dalla Fiorini sopra ciliege sciroppate, ad Essa intitolò una nuova specie il *Rhynchonema Fiorinae*, e fra i pirenomiceti stabili un nuovo genere *Mazzantia*, tipo del quale è la *Spheria Gallii*. Fries. Finalmente l'insigne Briologo di Halle Dr. Carlo Müller riconosciuta la novità di una borracina giunta dal regno di Schoa e come tale inviatagli dalla Fiorini la nominò *Pilotrichella Fiorini-Mazzantiae*. n. s. Müller.

di religiosa pietà, e tanto più tenne a farne pubblica professione posposto ogni umano rispetto, protestandosi sempre e ad ogni occasione devota al Successore di San Pietro, ascoltandone ossequente la voce. In pari tempo compassionevole verso ogni miseria, severa con sè era indulgente verso gli altri, mentre ne attribuiva l'errore a ottenebrazione di mente. La sua carità poi manifestavasi in prima coi domestici, le miserie dei quali generosamente sollevava; sempre larga con i poveri, oltre al far parte di pie congregazioni di carità, e al contribuire a opere di beneficenza, li soccorreva ammalati, inviando loro medicine e vitto, o vecchi e inabili al lavoro li assisteva con periodici sussidi. In tutto la Fiorini si mostrò donna forte, e tale si vide quando, in breve lasso di tempo, la morte le rapì le tre esistenze a lei più care, il marito, il padre e l'unica superstite figlia. Ma la prova maggiore di sua più che virile fortezza, la dava nell'ultima sua malattia, quando con l'ammirazione di tutti ai crudeli morsi dell'ulcere cancrenosa, che le corrodeva la lingua, se talvolta l'atrocità del dolore le strappava un gemito, pure viddesi eroicamente rassegnata, cosicchè la sua morte la dimostrò al più alto segno donna forte, donna della più eminente virtù cristiana.

Signori: io vi ho narrato brevemente le principali fasi della vita di Elisabetta Fiorini, la di cui recente perdita deploriamo. In Essa vi ho mostrato il frutto di una educazione accurata e superiore a quella che solevasi in quel tempo dare alle sue pari. Conseguenza di quella la condotta esemplare della Fiorini quale figlia affettuosa, sposa fedele, ottima ed amorosissima madre; di costumi irriprovevoli nello stato matrimoniale e nel vedovile; di inconcussi principj, aliena sempre da quanto sapesse di leggerezza, severa con sè, dolce e compassionevole con gli altri; attenta a tutti i suoi doveri, larga verso i poveri; in una parola, Elisabetta Fiorini fu il modello di donna Cristiana, la quale, avendo sortito da Dio rare doti di una mente elevata e carattere nobile e generoso, ritrasse in sè le qualità encomiate nelle Parabole di Salomone per la donna forte. Quale poi sia stato il merito scientifico dell'illustre nostra Socia lo intendete meglio che io Ve lo dica, specialmente riferendovi all'epoca nella quale sorse, e ricordando gli anni, nei quali vennero alla luce i suoi lavori. Il suo merito scientifico lo dicono le molte corrispondenze epistolari con Essa mantenute da Botanici e Naturalisti di più alta rinomanza; ce ne danno conto i non pochi vegetali fanerogamici e crittogamici, che vanno distinti del suo nome, e che Le furono dedicati

da Botanici di più bella fama; ce lo narrano in fine le numerose Società scientifiche che del suo nome vollero fregiato il loro albo, e le innumerevoli testimonianze di onore avute da distinti personaggi italiani e stranieri, che ne ambirono la conoscenza, le quali testimonianze ridondarono altresì a decoro della nostra Accademia. Questa perciò deve aggiungere tale nuova perdita alle tante altre avute in questi ultimi anni, e sopra tutte quella irreparabile dell'illustre sopra tutti P. Angelo Secchi. Che ci resta dunque in tali frangenti? quello che fa una schiera di prodi soldati, allorchè le artiglierie nemiche lasciano interrotte le file: serriamo i ranghi e avanti; sotto il duplice vessillo della Religione e della Scienza adoperiamo tutte le nostre forze a pro di Quelle e del civile consorzio emulando le virtù degli estinti.

OPERE PUBBLICATE DALLA CONTESSA ELISABETTA FIORINI MAZZANTI

Prodromus Florae Romanae. Roma 1821.

La Briologia Romana, publicata nel 1823. Dedicata ai suoi maestri Giovanbattista Brocchi e Ernesto Mauri.

Su la identità dei Nostoc e dei Collemi. Roma 1857.

Sopra due nuove alghe delle acque Albule 1857.

Sunto di un rapporto del Professor Montagne 1858.

Nota sopra una nuova Diatomea *Amphora bullosa* 1861.

Sopra alcune nuove Microficee trovate nelle acque minerali di Terracina. Marzo 1861.

Nota sopra una specie di *Palmodiction*, e sopra un singolare organismo di Alga unicellulare 1864.

Osservazione su la materia colorante della *Calotrix janthiphora*.

Necrologia del Professore Montagne dell'Istituto di Francia.

Nota su la *Cladophora Viadrina*, Kutzing. 1868.

Descrizione delle Oscillarine delle miniere di Corneto. Publicata nel Commentario della Società Critt–Ital. Fasc. 3°

Cenni su la vegetazione della Caduta delle Marmore. 1859.

Sunto dell'opera dell'Ab. Carnoy su le ricerche anatomiche e fisiologiche dai funghi. 1870.

Nota critica su l'anormalità di un organismo crittogamico del Colosseo 1871.

Nota sopra due nuove specie crittogamiche 1874.

Florula del Colosseo, pubblicata negli Atti dell'Accademia Pontificia dei Nuovi Lincei.

SULLA ORIGINE DELLE VALENZE PARI E DISPARI

NOTA

DEL P. F. S. PROVENZALI D. C. D. G.

Nella penultima sessione annunziai all'Accademia che avuto riguardo ai pesi atomici tutti i corpi semplici possono considerarsi formati da un certo numero di atomi e sotto-atomi dei quattro organogeni idrogeno, carbonio, ossigeno e azoto. Siffatti numeri, come apparisce dalle tavole seguenti, sono pari per i corpi di valenza pari e dispari per quelli che hanno valenza dispari

Corpi di valenza pari

Solfo 32 = 2 O
Tellurio 128 = 8 O
Magnesio 24 = 2 C
Titanio 48 = 4 C
Silicio 28 = 2 Az
Ferro 56 = 4 Az
Cadmio 112 = 8 Az
Calcio 40 = 2 O + 8H
Zirconio 90 = 3 O + 3 Az
Cerio 92 = 4 O + 2 Az
Lantanio 92 = 4 O + 2 Az
Zinco 64,8 = 4 O + 8 $\frac{H}{10}$
Mercurio 200 = 8 O + 6 C
Bario 137,2 = 8 O + 92 $\frac{H}{10}$
Platino 196,8 = 12 O + 48 $\frac{H}{10}$
Iridio 196,8 = 12 O + 48 $\frac{H}{10}$
Alluminio 27,4 = 2 C + 34 $\frac{H}{10}$

Selenio 78 = 3 C + 3 Az
Cromo 52,4 = 4 C + 44 $\frac{H}{10}$
Manganese 54,8 = 4 C + 68 $\frac{H}{10}$
Tungsteno 184 = 6 C + 8 Az
Rodio 101,2 = 8 C + 52 $\frac{H}{10}$
Palladio 106,2 = 8 C + 102 $\frac{H}{10}$
Rutenio 103,6 = 8 C + 76 $\frac{H}{10}$
Erbio 170,6 = 14 C + 26 $\frac{H}{10}$
Cobalto 58,6 = 4 Az + 26 $\frac{H}{10}$
Niccolo 58,6 = 4 Az + 26 $\frac{H}{10}$
Rame 63,4 = 4 Az + 74 $\frac{H}{10}$
Strontio 87,2 = 6 Az + 32 $\frac{H}{10}$
Molibdeno 95,8 = Az + 118 $\frac{H}{10}$
Stagno 117, 8 = 8 Az + 58 $\frac{H}{10}$
Osmio 198,6 = 14 Az + 26 $\frac{H}{10}$
Piombo 206,4 = 14 Az + 101 $\frac{H}{10}$

Corpi di valenza dispari

Bromo 80 = 5 O
Argento 108 = 9 C
Tantalio 182 = 13 Az
Bismuto 210 = 15 Az
Litio 7 = 7 H
Boro 11 = 11 H
Sodio 23 = O + 7 H
Potassio 39,1 = 2 O + 71 $\frac{H}{10}$
Uranio 120 = 3 O + 6 C
Vanadio 51,2 = 3 O + 32 $\frac{H}{10}$
Niobio 94 = 5 O + Az

Antimonio 122 = 5 O + 3 Az
Indio 113,4 = 7 O + 14 $\frac{H}{10}$
Fluore 19 = C + 7 H
Fosforo 31 = 2 C + 7 H
Arsenico 75 = 6 C + 3 H
Rubidio 85,2 = 6C + 12 $\frac{H}{10}$
Iodio 127 = 9 Az + H
Cesio 132,5 = 9 Az + 65 $\frac{H}{10}$
Oro 196,3 = 14 Az + 3 $\frac{H}{10}$
Tallio 203,5 = 14 Az + 75 $\frac{H}{10}$

Ammesso che questi numeri esprimano qualche cosa più di una furtuita combinazione di cifre, l'origine delle valenze pari e dispari dei corpi semplici si potrà ripetere dal numero pari o dispari degli elementi ponderabili che li costituiscono. Nella teoria meccanica dell'azione chimica facilmente s'intende che a ciascuno di tali elementi deve corrispondere un centro di rarefazione eterea ossia un punto in cui è possibile l'unione chimica con altri corpi. In tale ipotesi rimarrebbe spiegato il fatto che le diverse valenze di un medesimo corpo variano o secondo la progressione dei numeri pari ovvero secondo quella dei numeri dispari, di maniera che la differenza fra due valenze in un medesimo corpo è quasi sempre un numero pari.

ESPOSIZIONE ELEMENTARE DELLA QUADRATURA DEGLI SPAZI CURVILINEI LIMITATI DALLE LINEE DEL 2° ORDINE

NOTA

DEL PROF. MATTIA AZZARELLI

1. Da un mio amico sono stato richiesto di una esposizione elementare della quadratura degli spazi curvilinei limitati dalle curve coniche, e da qualche altra curva maggiormente nota, colle condizioni che fosse una applicazione della teorica dei limiti, e venisse preceduta da quei principj giudicati sufficienti alla sua intelligenza, senza dovere ricorrere a veruna opera in particolare.

Avendo, per quanto da me si poteva, soddisfatto a tale dimanda, e ritenendo che questo tenue lavoro possa essere di qualche utilità ad una classe meno elevata di obbligati cultori della scienza, mi sono fatto ardito presentarlo a questo dotto consesso.

PRELIMINARI

2. Teorema di Moivre.

Una espressione della forma

$$\cos\varphi + \sqrt{-1}\,\text{sen}\,\varphi$$

s'inalza a potènza di grado intero e positivo moltiplicando l'arco pel grado.

Si pongano

$$\begin{aligned} x_1 &= \cos\varphi_1 + \sqrt{-1}\,\text{sen}\,\varphi_1 \\ x_2 &= \cos\varphi_2 + \sqrt{-1}\,\text{sen}\,\varphi_2 \end{aligned} \qquad (1)$$

dalle quali, moltiplicando tra loro primi e secondi membri, dedurremo

$$x_1\,x_2 = \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + \sqrt{-1}\,\text{sen}\,(\varphi_1 + \varphi_2);$$

poniamo che si abbia ancora

$$x_3 = \cos\varphi_3 + \sqrt{-1}\,\text{sen}\,\varphi_3,$$

ripetendo la medesima operazione otterremo

$$x_1\,x_2\,x_3 = \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) + \sqrt{-1}\,\text{sen}\,(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)$$

e generalmente

$$x_1 x_2 x_3 \ldots . x_n = \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \ldots + \varphi_n) + \sqrt{-1}\,\text{sen}\,(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \ldots + \varphi_n). \quad (2)$$

Si supponga ora che tutti gli archi divengano eguali, cioè sia

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_3 = \ldots . = \varphi_n$$

sarà allora

$$x_1 = x_2 = x_3 = \ldots = x_n,$$

e la (2) diverrà

$$x^n{}_1 = \cos n\,\varphi_1 + \sqrt{-1}\ \text{sen}\ n\varphi_1.$$

Se ora venga elevata alla potenza di grado n tanto il primo che il secondo membro della prima delle (1) avremo ancora

$$x^n{}_1 = (\cos\varphi_1 + \sqrt{-1}\ \text{sen}\ \varphi_1)^n$$

dunque

$$(\cos\varphi_1 + \sqrt{-1}\ \text{sen}\ \varphi_1)^n = \cos n\varphi_1 + \sqrt{-1}\ \text{sen}\ n\varphi_1$$

3. Prob. Assegnare la somma di una serie di seni e coseni gli archi dei quali formano una progressione aritmetica.

Poniamo

$$x = \cos\varphi + \sqrt{-1}\ \text{sen}\ \varphi,$$

pel teorema di Moivre sarà pure

$$x^n = \cos n\varphi + \sqrt{-1}\ \text{sen}\ n\varphi.$$

Fatto qui

$$n = 0, = 1, = 2, = 3, \ldots . = n-1$$

otterremo

$$1 = 1$$

$$x = \cos\varphi + \sqrt{-1}\ \text{sen}\ \varphi$$

$$x^2 = \cos 2\varphi + \sqrt{-1}\ \text{sen}\ 2\varphi$$

$$x^3 = \cos 3\varphi + \sqrt{-1}\ \text{sen}\ 3\varphi$$

. . . .

$$x^{n-1} = \cos(n-1)\varphi + \sqrt{-1}\ \text{sen}\ (n-1)\varphi$$

e queste sommate ci porgono

$$1 + x + x^2 + \ldots + x^{n-1}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} 1 + \cos\varphi + \cos 2\varphi + \ldots + \cos(n-1)\varphi \\ + \left[\operatorname{sen}\varphi + \operatorname{sen}2\varphi + \ldots + \operatorname{sen}(n-1)\varphi\right]\sqrt{-1} \end{array} \right. \qquad (3)$$

Il primo membro essendo una progressione geometrica esso è rappresentato da

$$\frac{1-x^n}{1-x}$$

ove posto il valore della x sarà

$$\frac{1-x^n}{1-x} = \frac{1-(\cos n\varphi + \sqrt{-1}\operatorname{sen} n\varphi)}{1-\cos\varphi - \sqrt{-1}\operatorname{sen}\varphi}$$

che metteremo sotto la seguente forma, moltiplicando numeratore e denominatore del secondo membro per

$$1 - \cos + \sqrt{-1}\operatorname{sen}\varphi$$

onde otteniamo:

$$\frac{1-x^n}{1-x} = \frac{(1-\cos\varphi)(1-\cos n\varphi) + \operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}n\varphi + \sqrt{-1}\left[\operatorname{sen}n\varphi(\cos\varphi-1) - \operatorname{sen}\varphi(\cos n\varphi - 1)\right]}{2(1-\cos\varphi)}$$

dalla quale trasformando risulta

$$\frac{1-x^n}{1-x} = \frac{\operatorname{sen}\frac{n\varphi}{2}\cos(n-1)\frac{\varphi}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\varphi}{2}} + \sqrt{-1}\,\frac{\operatorname{sen}\frac{n\varphi}{2}(\operatorname{sen} n-1)\frac{\varphi}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\varphi}{2}}$$

e quindi dal confronto con la (3) abbiamo

$$\left.\begin{array}{l} 1 + \cos\varphi + \cos 2\varphi \ldots + \cos(n-1)\varphi = \dfrac{\operatorname{sen}\frac{n\varphi}{2}\cos(n-1)\frac{\varphi}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\varphi}{2}} \\ \\ \operatorname{sen}\varphi + \operatorname{sen}2\varphi + \ldots + \operatorname{sen}(n-1)\varphi = \dfrac{\operatorname{sen}\frac{n\varphi}{2}\operatorname{sen}(n-1)\frac{\varphi}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\varphi}{2}} \end{array}\right\} \quad (4)$$

4. Poniamo ora che sia da sommarsi la serie:

$$\sum = \cos\theta + \cos(\theta+\varphi) + \cos(\theta+2\varphi) + \ldots + \cos(\theta+(n-1)\varphi);$$

se qui sviluppiamo ciascun termine, e ne facciamo la somma, troviamo

$$\Sigma = \begin{cases} \cos\theta\left[1 + \cos\varphi + \cos 2\varphi + \ldots + \cos(n-1)\varphi\right] \\ -\operatorname{sen}\theta\left[\operatorname{sen}\varphi + \operatorname{sen}2\varphi + \ldots + \operatorname{sen}(n-1)\varphi\right] \end{cases}$$

ove sostituiti i valori dati dalle (4), dopo alcune riduzioni troveremo

$$\Sigma = \frac{\operatorname{sen}\frac{n\varphi}{2}\cos\left(\theta + (n-1)\frac{\varphi}{2}\right)}{\operatorname{sen}\frac{\varphi}{2}} \qquad (5)$$

Colla medesima facilità troviamo la somma della serie dei seni

$$\Sigma' = \operatorname{sen}\theta + \operatorname{sen}(\theta+\varphi) + \operatorname{sen}(\theta+2\varphi) + \ldots + \operatorname{sen}(\theta+(n-1)\varphi)$$

i quali sviluppati e sommati ci danno:

$$\Sigma' = \begin{cases} \operatorname{sen}\theta\left(1 + \cos\varphi + \cos 2\varphi + \ldots + \cos(n-1)\varphi\right) \\ +\cos\theta\left(\operatorname{sen}\varphi + \operatorname{sen}2\varphi + \ldots + \operatorname{sen}(n-1)\varphi\right) \end{cases}$$

ove fatte le medesime sostituzioni e riduzioni, otteniamo

$$\Sigma' = \frac{\operatorname{sen}\frac{n\varphi}{2}\operatorname{sen}\left(\theta + (n-1)\frac{\varphi}{2}\right)}{\operatorname{sen}\frac{\varphi}{2}} \qquad (6)$$

5. I risultati ottenuti sotto il numero (4) possono dedursi ancora per altra via egualmente elementare partendo da una identità.

Sia di fatti:

$$n\varphi = \varphi + (n-1)\varphi$$

della quale prendendone il seno e coseno si ha

$$\operatorname{sen} n\varphi = \operatorname{sen}\varphi\cos(n-1)\varphi + \cos\varphi\operatorname{sen}(n-1)\varphi$$

$$\cos n\varphi = \cos\varphi\cos(n-1)\varphi - \operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}(n-1)\varphi$$

Se in queste poniamo successivamente

$$n = 1, = 2, = 3, = \ldots\ldots = n-1$$

$$\operatorname{sen}\varphi = \operatorname{sen}\varphi$$

$$\operatorname{sen}2\varphi = \operatorname{sen}\varphi\cos\varphi + \cos\varphi\operatorname{sen}\varphi$$

$$\text{sen } 3\varphi = \text{sen } \varphi \cos 2\varphi + \cos\varphi \text{ sen } 2\varphi$$

. . .

$$\text{sen } (n-1)\,\varphi = \text{sen } \varphi \cos (n-2)\,\varphi + \cos\varphi \text{ sen } (n-2)\,\varphi\,;$$

$$\cos \varphi = \cos \varphi$$

$$\cos 2\varphi = \cos \varphi . \cos \varphi - \text{sen } \varphi . \text{ sen } \varphi$$

$$\cos 3\varphi = \cos \varphi \cos 2\varphi - \text{sen } \varphi . \text{ sen } 2\varphi$$

. . .

$$\cos (n-1)\,\varphi = \cos\varphi \cos (n-2)\,\varphi - \text{sen } \varphi \text{ sen } (n-2)\,\varphi .$$

Si faccia per comodo

$$s = \text{sen } \varphi + \text{sen } 2\varphi + \ldots + \text{sen } (n-2)\,\varphi + \text{sen } (n-1)\,\varphi$$

$$c = 1 + \cos \varphi + \cos 2\varphi + \ldots + \cos (n-2)\,\varphi + \cos (n-1)\,\varphi$$

ne risulteranno le due seguenti

$$s = \text{sen } \varphi\,(c - \cos (n-1)\,\varphi) + \cos \varphi\,(s - \text{sen } (n-1)\,\varphi)$$

$$c - 1 = \cos \varphi\,(c - \cos (n-1)\,\varphi) - \text{sen } \varphi\,(s - \text{sen } (n-1)\,\varphi)$$

dalle quali si ricavano le medesime espressioni che furono trovate col primo metodo.

6. Assegnare le formole pel calcolo delle somme

$$\sum_1^n \cos.^2 r\varphi\,;\ \sum_1^n \cos.^3 r\varphi\,;\ \sum_1^n \cos.^4 r\varphi\,;\ \ldots$$

Posto

$$x = \cos \varphi + \sqrt{-1} \text{ sen } \varphi$$

ne risulta

$$\frac{1}{x} = \cos \varphi - \sqrt{-1} \text{ sen } \varphi$$

e quindi le due seguenti

$$x^r = \cos r\varphi + \sqrt{-1} \text{ sen } r\varphi$$

$$\frac{1}{x^r} = \cos r\varphi - \sqrt{-1} \text{ sen } r\varphi$$

le quali sommate danno

$$2 \cos r\varphi = x^r + \frac{1}{x^r} \qquad (7)$$

Quadrando avremo

$$2^2 \cos^2 r\varphi = x^{2r} + \frac{1}{x^{2r}} + 2$$

ma

$$x^{2r} + \frac{1}{x^{2r}} = 2 \cos r . 2\varphi$$

dunque sostituendo e riducendo è

$$2 \cos^2 r\varphi = \cos r . 2\varphi + 1 .$$

Si ponga ora

$$r = 1, = 2, = 3, = \ldots . = n$$

e si sommi troveremo

$$2 \sum_1^n \cos^2 r\varphi = \cos 2\varphi + \cos 2 . 2\varphi + \cos 3 . 2\varphi + \ldots + \cos n . 2\varphi + n$$

e per le (4) convenientemente modificate sarà

$$\sum_1^n \cos .^2 r\varphi = \frac{\operatorname{sen}\left(n + \frac{1}{2}\right) 2\varphi}{2^2 \operatorname{sen} \varphi} + \frac{n}{2} \qquad (8)$$

Ripresa la (7) ed elevata al cubo si ha

$$2^3 \cos^3 r\varphi = x^{3r} + \frac{1}{x^{3r}} + 3\left(x^r + \frac{1}{x^r}\right)$$

ed essendo

$$2^3 \cos^3 r\varphi = 2 \cos r . 3\varphi \ ; \ x^r + \frac{1}{x^r} = 2 \cos r\varphi$$

si avrà colla sostituzione e riduzione

$$2^2 \cos^3 r\varphi = \cos r . 3\varphi + 3 \cos r\varphi$$

ove fatto

$$r = 1, = 2, = 3, \ldots . . = n$$

sommando troviamo

$$2^3 \sum_1^n \cos^3 r\varphi = \cos 3\varphi + \cos 2 . 3\varphi + \ldots + \cos n . 3\varphi$$

$$+ 3 (\cos \varphi + \cos 2\varphi + \ldots + \cos n\varphi)$$

e quindi

$$\sum_1^n \cos^3 r\varphi = \frac{\operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right) 3\varphi}{2^3 \operatorname{sen}\frac{3\varphi}{2}} + 3\,\frac{\operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right)\varphi}{2^3 \operatorname{sen}\frac{\varphi}{2}} \qquad (9)$$

Operando nello stesso modo troviamo le seguenti, tenendo conto delle sole somme delle potenze di grado pari

$$\sum_1^n \cos^4 r\varphi = \frac{\operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right) 4\varphi}{2^4 \operatorname{sen} 2\varphi} + 4\,\frac{\operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right) 2\varphi}{2^4 \operatorname{sen}\varphi} + \frac{3n}{2^3} \qquad (10)$$

$$\sum_1^n \cos^6 r\varphi = \frac{\operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right) 6\varphi}{2^6 \operatorname{sen} 3\varphi} + 6\,\frac{\operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right) 4\varphi}{2^6 \operatorname{sen} 2\varphi} + \frac{15 \operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right) 2\varphi}{2^6 \operatorname{sen}\varphi} + \frac{20n}{2^6} \qquad (11)$$

$$\sum_1^n \cos^8 r\varphi = \frac{\operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right) 8\varphi}{2^8 \operatorname{sen} 4\varphi} + 8\,\frac{\operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right) 6\varphi}{2^8 \operatorname{sen} 3\varphi} + \frac{28 \operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right) 4\varphi}{2^8 \operatorname{sen} 2\varphi}$$

$$+ \frac{56 \operatorname{sen}\left(n+\frac{1}{2}\right) 2\varphi}{2^8 \operatorname{sen}\varphi} + \frac{70n}{2^8} \qquad (12)$$

dalle quali apparisce evidente la legge tanto pei coefficienti, quanto per gli archi.

7. Colla medesima facilità possiamo avere le formule pel calcolo delle somme delle potenze simili dei seni degli archi i quali formino una progressione aritmetica.

Si riprendano le formole

$$x^r = \cos r\varphi + \sqrt{-1}\, \operatorname{sen} r\varphi$$

$$\frac{1}{x^r} = \cos r\varphi - \sqrt{-1}\, \operatorname{sen} r\varphi$$

dalle quali colla sottrazione ne deduciamo

$$x^r - \frac{1}{x^r} = 2\sqrt{-1}\, \operatorname{sen} r\varphi \qquad (13)$$

che elevata al quadrato, abbiamo

$$x^{2r} + \frac{1}{x^{2r}} - 2 = -2^2 \operatorname{sen}^2 r\varphi$$

ma

$$x^{2r} + \frac{1}{x^{2r}} = 2 \cos r.\, 2\varphi$$

dunque sostituendo è

$$2 \cos r.\, 2\varphi - 2 = -2^2 \operatorname{sen}^2 r\varphi$$

dalla quale

$$2 \operatorname{sen}^2 r\varphi = 1 - \cos r.\, 2\varphi$$

Se qui si danno ad r tutti i possibili valori

$$r = 1, = 2, = 3, = \ldots = n$$

otterremo n eguaglianze le quali hanno per somma simbolica

$$\sum_1^n (\operatorname{sen}^2 r\varphi) = n - \sum_1^n (\cos r\, 2\varphi)$$

che si muta per la (8) in

$$2 \sum_1^n (\operatorname{sen}^2 r\varphi) = \frac{n}{2} - \frac{\operatorname{sen}\,(n + \frac{1}{2})\, 2\varphi}{2^2 \operatorname{sen}\varphi}. \qquad (14)$$

Pel calcolo delle somme delle potenze dei seni avvertiremo essere, elevando al cubo la (13)

$$x^{3r} - \frac{1}{x^{3r}} - 3\left(x^r - \frac{1}{x^r}\right) = -2^3 \sqrt{-1}\, \operatorname{sen}^3 r\varphi$$

ma

$$x^r - \frac{1}{x^r} = 2 \sqrt{-1}\, \operatorname{sen} r\varphi\,; \quad x^{3r} - \frac{1}{x^{3r}} = 2 \sqrt{-1}\, \operatorname{sen} r\, 3\varphi$$

dunque per la sostituzione ne deduciamo

$$2 \sqrt{-1}\, \operatorname{sen} r.\, 3\varphi - 3.\, 2 \sqrt{-1}\, \operatorname{sen} r\varphi = -2^3 \sqrt{-1}\, \operatorname{sen}^3 r\varphi$$

dalla quale sommando e dividendo per $2\sqrt{-1}$ avremo

$$\sum_1^n 2^2 \operatorname{sen}^3 r\varphi = 3 \sum_1^n \operatorname{sen} r\varphi - \sum_1^n \operatorname{sen} r.\, 3\varphi.$$

In questa sostituiti i valori dati dalle (4) si ottiene con facilità la formola che dà la somma delle potenze terze dei seni gli archi dei quali formano una progressione aritmetica.

8. Assegnare le formole pel calcolo delle somme delle potenze simili dei numeri naturali a partire dall'unità. Si ponga l'identità.

$$n = 1 + n - 1 \qquad (13)$$

e si elevi al quadrato, avremo

$$n = 1 + 2\,(n - 1) + (n - 1)^2$$

nella quale si faccia successivamente

$$n = 1, = 2, = 3, = \ldots\ldots$$

e si avranno le seguenti

$$1^2 = 1$$

$$2^2 = 1 + 2.\ 1 + 1^2$$

$$3^2 = 1 + 2.\ 2 + 2^2$$

$$4^2 = 1 + 2.\ 3 + 3^2$$

$$\ldots\ldots\ldots$$

$$n^2 = 1 + 2(n-1) + 1(n-)^2$$

le quali hanno per somma

$$n^2 = n + 2 \sum_1^{n-1} (n-1)$$

e da questa ricaviamo

$$\sum_1^{n-1} (n-1) = \frac{n(n-1)}{1.\ 2}$$

e per un numero n di termini avremo

$$\sum_1^{n} (n) = \frac{n(n+1)}{1.\ 2} \qquad (14)$$

che ci dà la somma di un numero qualunque delle potenze di primo grado dei numeri naturali a partire dall'unità.

9. Se ora la (13) si eleva alla terza potenza, si ha

$$n^3 = 1 + 3(n-1) + 3(n-1)^2 + (n-1)^3$$

nella quale fatto

$$n = 1, = 2, = 3, = \ldots\ldots$$

troviamo

$$1^3 = 1$$

$$2^3 = 1 + 3.\ 1 + 3.\ 1^2 + 1^3$$

$$3^3 = 1 + 3.\ 2 + 3.\ 2^2 + 2^3$$

$$4^3 = 1 + 3.\ 3 + 3.\ 3^2 + 3^3$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$n^3 = 1 + 3(n-1) + 3(n-1)^2 + (n-1)^3$$

le quali addizionate ci danno

$$n^3 = n + 3 \sum_1^{n-1} (n-1) + 3 \sum_1^{n-1} (n-1)^2$$

e quindi

$$\sum_1^{n-1} (n-1)^2 = \frac{1}{3} \left[n^3 - n - \frac{3n(n-1)}{2} \right]$$

che facilmente si riduce a

$$\sum_1^{n-1} (n-1)^2 = \frac{n(n-1)(2n-1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

e quando si voglia la somma fino al numero n^2 risulterà

$$\sum_1^{n} (n^2) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \qquad (15)$$

la quale ci dà la somma delle potenze seconde dei numeri naturali a partire dall' unità.

10 Se nella funzione

$$\frac{n(n+1)}{1 \cdot 2}$$

si pone successivamente

$$n = 1, = 2, = 3, = 4, \ldots\ldots$$

si ottiene la serie

$$1, 3, 6, 10, [illegible], 21, \ldots\ldots \frac{n(n+1)}{1 \cdot 2}$$

che si dicono numeri triangolari, perchè col numero delle unità di ciascuno di tali numeri si può formare un triangolo equilatero.

Per assegnare la formola che dia la somma dei numeri triangolari a principiare dall' unità ci serviremo del termine generale, prendendo la somma di ognuna delle sue parti, onde designando per N_t un numero qualunque triangolare, avremo

$$\sum_1^{n} (N_t) = \frac{1}{2} \left[\sum_1^{n} (n^2) + \sum_1^{n} (n) \right]$$

nella quale sostituiti i valori dati dalle (14), (15) otteniamo la seguente

$$\sum_1^{n} (N_t) = \frac{n(n+1)(n+2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \qquad (14)$$

11. Se la (13) si eleva alla quarta potenza troveremo

$$n^4 = 1 + 4\,(n-1) + 6\,(n-1)^2 + 4\,(n-1)^3 + (n-1)^4$$

e posto

$$n = 1, = 2, = 3, = \ldots\ldots$$

avremo

$$1^4 = 1$$

$$2^4 = 1 + 4.\ 1 + 6.\ 1^2 + 4.\ 1^3 + 1^4$$

$$3^4 = 1 + 4.2 + 6.2^2 + 4.\ 2^3 + 2^4$$

$$4^4 = 1 + 4.3 + 6.\ 3^2 + 4.3^3 + 3^4$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$n^4 = 1 + 4(n-1) + 6\,(n-1)^2 + 4\,(n-1)^3 + (n-1)^4$$

che addizionate danno

$$n^4 = n + 4\sum_1^{n-1}(n-1) + 6\sum_1^{n-1}(n-1)^2 + 4\sum_1^{n-1}(n-1)^3$$

nella quale fatte le sostituzioni dei valori delle somme

$$\sum_1^{n-1}(n-1),\ \sum_1^{n-1}(n-1)^2$$

dopo semplici riduzioni troviamo

$$\sum_1^{n-1}(n-1)^3 = \left[\frac{n\,(n-1)}{1.2}\right]^2$$

e quando si voglia la somma di un numero n di termini sarà

$$\sum_1^{n}(n^3) = \left[\frac{n\,(n+1)}{1.2}\right]^2$$

che ci dà la somma delle potenze terze dei numeri naturali a partire dall'unità.

Colla medesima facilità si potrebbero assegnare le formole per le potenze di grado maggiore di quello considerato, ma noi tralasciamo di farlo perchè l'esposto è sufficiente pel nostro scopo.

Premesse queste nozioni passeremo ora alla propostaci quadratura.

12. Quadratura della ellisse.

È assai semplice la determinazione dell'area della ellisse quando si confronta col circolo descritto sull'asse maggiore.

Rappresentiamo difatti per x, y le çoordinate di un punto qualunque della ellisse, e detta Y la ordinata della circonferenza corrispondente alla medesima ascissa x, avremo per esse due curve le seguenti equazioni

$$Y^2 = a^2 - x^2; \quad y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)$$

dalle quali

$$\frac{Y^2}{y^2} = \frac{a^2}{b^2} \text{ ed } \frac{Y}{y} = \frac{a}{b},$$

e quindi

$$\frac{Y_1}{y_1} = \frac{Y_2}{y_2} = \frac{Y_3}{y_3} = \ldots\ldots = \frac{Y_n}{y_n} = \frac{a}{b}$$

ove

$$y_1, y_2, y_3, \ldots\ldots y_n$$

$$Y_1, Y_2, Y_3, \ldots\ldots Y_n$$

sono le ordinate delle due curve corrispondenti alle medesime ascisse.

S'immagini ora diviso il semi-asse maggiore della ellisse in un numero n grandissimo di parti eguali, e notiamo per α una di esse, avremo ancora

$$\frac{Y_1\alpha}{y_1\alpha} = \frac{Y_2\alpha}{y_2\alpha} = \frac{Y_3\alpha}{y_3\alpha} = \ldots\ldots = \frac{Y_n\alpha}{y_n\alpha} = \frac{a}{b}$$

dalla quale

$$\frac{Y_1\alpha + Y_2\alpha + Y_3\alpha + \ldots\ldots + Y_n\alpha}{y_1\alpha + y_2\alpha + y_3\alpha + \ldots\ldots + y_n\alpha} = \frac{a}{b}$$

Le somme componenti il primo membro danno tanti rettangoli iscritti gli uni nella circonferenza e gli altri nella ellisse, e tanto maggiormente tali somme si avvicinano alle aree del circolo e della ellisse quanto più decresce α: dunque quest'aree sono i limiti di quelle somme, onde avremo nel limite

$$\frac{\pi a^2}{S} = \frac{a}{b}$$

dalla quale

$$S = \pi ab,$$

onde l'area della ellisse è equivalente a quella di un circolo il raggio del quale sia medio proporzionale geometrico tra i suoi semi-assi.

12. L'area della ellisse può aversi ancora direttamente, cioè indipendentemente da quella del circolo.

Supponiamo primieramente che si faccia uso delle coordinate circolari

$$x = a \operatorname{sen}\varphi, \quad y = b \cos\varphi$$

per definire la posizione di qualsivoglia punto della linea. In queste l'ampiezza φ è contata a partire dal semi-asse minore. La totale ampiezza del quadrante ellettico l'intenderemo divisa in un numero n grandissimo di parti eguali, onde sia

$$\frac{\pi}{2} = n\alpha :$$

le coordinate corrispondenti alle divisioni $k\alpha$, $(k+1)\alpha$ saranno

$$x_k = a \operatorname{sen} k\alpha, \qquad y_k = b \cos k\alpha$$

$$x_{k+1} = a \operatorname{sen}(k+1)\alpha, \quad y_{k+1} = b \cos(k+1)\alpha.$$

Se ora intendiamo guidate tutte le ordinate, possiamo immaginare che sieno stati iscritti un numero n di rettangoli, la somma dei quali ha per limite la quarta parte della ellisse. Per avere un rettangolo qualunque R_k avvertiremo che la sua base è data da

$$x_{k+1} - x_k = a(\operatorname{sen}(k+1)\alpha - \operatorname{sen} k\alpha)$$

e l'altezza è

$$y_k = b \cos k\alpha$$

onde

$$R_k = ab(\operatorname{sen}(k+1)\alpha - \operatorname{sen} k\alpha)\cos k\alpha .$$

che si riduce ad

$$R_k = ab\left(\operatorname{sen}\alpha \cos^2 k\alpha - \operatorname{sen}^2 \frac{\alpha}{2} \operatorname{sen} 2k\alpha\right)$$

e considerando la somma avremo

$$\sum_1^n (R_k) = ab\left[\operatorname{sen}\alpha \sum_1^n (\cos^2 k\alpha) - \operatorname{sen}^2\frac{\alpha}{2} \sum_1^n (\operatorname{sen} 2k\alpha)\right]$$

Ora per le (4), (8) abbiamo

$$\sum_1^n (\operatorname{sen} 2k\alpha) = \frac{\operatorname{sen}\dfrac{n\alpha}{2} \operatorname{sen}\left(\dfrac{n\alpha}{2} + \dfrac{\alpha}{2}\right)}{\operatorname{sen}\dfrac{\alpha}{2}}$$

$$\sum_1^n (\cos^2 k\alpha) = \frac{\text{sen}\,(2\,n\alpha + \alpha)}{4\ \text{sen}\alpha} + \frac{n}{2}$$

dunque sostituendo avremo

$$\sum_1^n (R_k) = ab\left[\frac{\text{sen}\,(2n\alpha + \alpha)}{4} + \frac{n\alpha}{2} \cdot \frac{\text{sen}\alpha}{\alpha} - \text{sen}\,\frac{\alpha}{2}\,\text{sen}\,\frac{n\alpha}{2}\,\text{sen}\left(\frac{n\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2}\right)\right]$$

ovvero

$$\sum_1^n (R_k) = ab\left[\frac{\text{sen}\,(\pi + \alpha)}{4} + \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\text{sen}\alpha}{\alpha} - \text{sen}\,\frac{\alpha}{2}\ \text{sen}\,\frac{\pi}{4}\ \text{sen}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right)\right]$$

e passando al limite troviamo

$$\lim \sum_1^n (R_k) = \frac{1}{4} \cdot \pi\, ab$$

onde per l'area della intera ellisse abbiamo, come altrove, $\pi\, ab$.

13. Questo medesimo valore può essere dedotto ancora nel modo seguente.

In una ellisse qualunque si rappresenti per r un raggio vettore, per un punto di coordinate x, y abbiamo

$$r = a + \frac{ex}{a}.$$

Rappresenti φ l'angolo che il raggio vettore forma coll'asse delle ascisse avremo

$$e + x = r\cos\varphi \text{ ed } x = r\cos\varphi - e$$

che sostituito ci dà

$$r = \frac{b^2}{a\,(1 - c\cos\varphi)}$$

e quindi

$$r^2 = \frac{b^4}{a^2\,(1 - c\cos\varphi)^2}.$$

Lo spazio angolare π esistente al disopra dell' asse maggiore nel punto fuoco s'intenda che sia stato diviso in un numero grandissimo n di parti eguali ad α onde sia

$$\pi = n\alpha$$

I corrispondenti raggi vettori si rappresentino per

$$r_1,\ r_2,\ r_3, \ldots\ldots\ r_n:$$

se con questi si descrivono dei settori circolari corrispondenti agli angoli α, la somma di essi tanto maggiormente si avvicina all'area della ellisse, quanto più piccolo è l'angolo α, per modo che quell'area è il limite della somma di tutti i settori.

Conveniamo di rappresentare con S_k il settore corrispondente a k divisioni, avremo

$$S_k = \frac{1}{2} r_k^2 \alpha ;$$

ma l'equazione corrispondente per la ellisse ci dà

$$r_k^2 = \frac{b^4}{a^2} (1 - c \cos k\alpha)^{-2}$$

che sviluppato colle leggi Newtoniane è

$$r^2_k = \frac{b^4}{a^2} \left[1 + 2c \cos k\alpha + 3 c^2 \cos^2 k\alpha + 4c^3 \cos^3 k\alpha + 5 c^4 \cos^4 k\alpha + \ldots\ldots \right].$$

Sostituito questo sviluppo nel valore di S_k abbiamo per un settore qualunque

$$S_k = \frac{b^4}{2a^2} \left[\alpha + 2c\, \alpha \cos k\alpha + 3c^2 \alpha \cos^2 k\alpha + 4 c^3 \alpha \cos^3 k\alpha + 5c^4 \alpha \cos^4 k\alpha + \ldots\ldots \right.$$

ove attribuiti i valori

$$k = 1, = 1, = 3, \ldots\ldots, = n$$

e fatta la somma avremo

$$\sum_1^n (S_k) = \frac{b^4}{2a^2}\left[n\alpha + 2\, c\alpha \sum_1^n (\cos k\alpha) + 3\, c^2 \alpha \sum_1^n (\cos^2 k\alpha) + 4 c^3 \alpha \sum_1^n (\cos^3 k\alpha) \ldots\ldots \right]$$

Per avere il limite di questa somma conviene porre $\alpha = 0$, e ricorrendo alle formole del §. 6°, troveremo essere

$$\lim.\ \alpha \sum_1^n \cos k\alpha = 0$$

$$\lim.\ \alpha \sum_1^n \cos^2 k\alpha = \frac{\pi}{2}$$

$$\lim.\ \alpha \sum_1^n \cos^3 k\alpha = 0$$

$$\lim.\ \alpha \sum_1^n \cos^4 k\alpha = \frac{1.\,3\,\pi}{2^3}$$

$$\lim. \alpha \sum_1^n \cos^5 k\alpha = 0.$$

$$\lim. \alpha \sum_1 \cos^6 k\alpha = \frac{5\,\pi}{2^4}$$

. . . .

che sostituiti ci danno

$$\lim (S_k) = \frac{b^4\,\pi}{2a^2}\left(1 + \frac{1.3}{2}\,c^2 + \frac{3.5}{2^3}\,c^4 + \frac{5.7}{2^4}c^6 + \ldots\ldots\right)$$

ma essendo nella ellisse

$$\frac{a^3}{b^3} = \frac{a^3}{(a^2 - b^2)^{3/2}} = (1 - c^2)^{-\frac{3}{2}}$$

sviluppando abbiamo

$$\frac{a^3}{b^3} = 1 + \frac{3}{2}\,c^2 + \frac{3.5}{2^3}\,c^4 + \frac{5.7}{2^4}\,c^6 + \ldots\ldots$$

e cosi per l'area della metà della ellisse risulta

$$\lim\ (S_k) = \frac{b^4\pi}{2a^2} \times \frac{a^3}{b^3} = \frac{\pi\,ab}{2}.$$

14. Se ora poniamo che i raggi vettori partano dal centro avremo allora per un punto qualunque della ellisse

$$r^2 = b^2 + \frac{e^2x^2}{a^2}$$

e ritenute le stesse denominazioni è

$$x = r\cos\varphi:$$

dunque avremo

$$r^2 = \frac{a^2\,b^2}{a^2 - e^2\cos^2\varphi} = b^2\,(1 - c^2\cos^2\varphi)^{-1}$$

e quindi

$$r^2 = b^2\,(1 + c^2\cos^2\varphi + c^4\cos^4\varphi + c^6\cos^6\varphi + \ldots\ldots\ldots).$$

Si supponga che il quadrante della ellisse venga diviso in numero n grandissimo di parti eguali φ onde abbiasi

$$\frac{\pi}{2} = n\varphi:$$

dopo questa divisione è chiaro che potremo supporre n settori circolari, e la somma dell'aree di questi costituisce un area variabile la quale tanto meno differisce da quella dell'ellisse, quanto maggiore è il numero n: onde la somma dei settori ha per limite l'area dell'ellisse.

Rappresentando anche qui con (S_k) un settore corrispondente alla divisione k del quadrante sarà

$$S_k = \frac{1}{2} r^2_k \varphi$$

e quindi

$$S_k = \frac{b^2}{2} (1 + c^2 \cos^2 k\varphi + c^4 \cos^4 k\varphi + c^6 \cos^6 k\varphi + \ldots,,.) \varphi$$

ove dovremmo porre

$$k = 1, = 2, = 3, \ldots\ldots = n$$

e sommare, e perciò simbolicamente avremo

$$\sum_1^n (S_k) = \frac{b^2}{2} \left[n\varphi + c^2 \varphi \sum_1^n (\cos^2 k\varphi) + c^4 \varphi \sum_1^n (\cos^4 k\varphi) + c^6 \varphi \sum_1^n (\cos^6 k\varphi) + \ldots\ldots \right]$$

Sostituiti i valori dati dalle formole del § 6°, e passando al limite, otteniamo

$$\lim \sum_1^n (S_k) = \frac{\pi b^2}{4} \left(1 + \frac{c^2}{2} + \frac{3c^4}{2^3} + \frac{5c^6}{2^4} + \ldots\ldots \right);$$

ma essendo

$$\frac{a}{b} = (1 - c^2)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{c^2}{2} + \frac{3c^4}{2^3} + \frac{5c^6}{2^4} + \ldots\ldots$$

avremo

$$\lim (S_k) = \frac{\pi ab}{4}$$

per una quarta parte dell'area della ellisse –

15. Quadratura degli spazi iperbolici

Si prendano gli assintoti per assi coordinati, allora per un punto qualunque della iperbole sarà

$$xy = \frac{a^2 + b^2}{4} = m^2$$

la sua equazione, avvertendo che a, b sono l'uno il semi-asse principale, e l'altro secondario.

Poniamo che x, y rappresentino le coordinate del punto M mentre quelle del vertice A saranno

$$OP_1 = P_1A = x_0$$

Ciò posto, s'intenda che l'intervallo P_1 P sia h e che venga diviso in un numero n grandissimo di parti eguali ad α onde abbiasi

$$h = n\alpha:$$

si guidino quindi pei punti di divisione delle rette parallele all'asse delle ordinate, e pei punti nei quali esse tagliano la curva si conducano delle parallele all'asse delle ascisse. Da questa costruzione ne risultano un numero n di paralellogrammi compresi tra l'assintoto OX ed il ramo AM.... della curva. Ora se venisse successivamente duplicato il numero n ne risulterebbe un numero doppio, quadruplo... di parallelogrammi, e la somma di questi sempre più si avvicina all'area compresa tra l'assintoto, la curva e le due ordinate estreme. Dunque se diremo R_r il parallelogrammo corrispondente alla divisione r^{esima} avremo

$$AP_1 PM = \lim \sum_1^n (R_r).$$

Ora, posto PAO $= \varphi$, si ha

$$R_r = \alpha . P_r M_r \operatorname{sen} \varphi$$

ma per la equazione della iperbole abbiamo

$$P_r M_r = y_r = \frac{m^2}{x_0 + r\alpha}$$

dunque

$$R_r = \frac{m^2 \alpha \operatorname{sen} \varphi}{x_0 + r\alpha} = \frac{m^2 \alpha \operatorname{sen} \varphi}{x_0} \left(1 + \frac{r\alpha}{x_0}\right)^{-1},$$

e sviluppando sarà

$$\left(1 + \frac{r\alpha}{x_0}\right)^{-1} = 1 - \frac{r\alpha}{x_0} + \frac{r^2\alpha^2}{x_0^2} - \frac{r^3\alpha^3}{x_0^3} + \ldots .,$$

quindi avremo sostituendo

$$R_r = \frac{m^2 \operatorname{sen} \varphi}{x_0} \left(\alpha - \frac{r\alpha^2}{x_0} + \frac{r^2\alpha^3}{x_0^2} - \frac{r^3\alpha^4}{x_0^3} + \ldots \ldots\right)$$

nella quale dovremo porre

$$r = 1, = 2, = 3, = 4 \ldots\ldots = r$$

onde ottenere tutti i possibili parallelogrammi, e così avremo

$$\sum_1^n (\mathrm{R}_r) = \frac{m^2 \operatorname{sen} \varphi}{x_o} \left[n\alpha - \frac{\alpha^2}{x_o} \sum_1^n (r) + \frac{\alpha^3}{x_o^2} \sum_1^n (r^2) - \frac{\alpha^4}{x_o^3} \sum_1^n r^3 + \ldots \right],$$

ma per le formole stabilite ai paragrafi 9, 11 abbiamo

$$\sum_1^n (r) = \frac{n (n+1)}{1 \cdot 2}$$

$$\sum_1^n (r^2) = \frac{n (n+1)(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$\sum_1^n (r^3) = \left[\frac{n (n+1)}{1 \cdot 2} \right]^2$$

. . . . .

dunque

$$\sum_1^n (\mathrm{R}_r) = \frac{m^2 \operatorname{sen} \varphi}{x_o} \left[n\alpha - \frac{1}{x_o} \frac{n\alpha (n\alpha + \alpha)}{1 \cdot 2} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{x_o^2} \frac{n\alpha (n\alpha + \alpha)(2n\alpha + \alpha)}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{1}{x_o^3} \left[\frac{n\alpha (n\alpha + \alpha)}{1 \cdot 2} \right]^2 (r^3) + \ldots\ldots \right]$$

e perchè

$$n\alpha = h$$

così avremo

$$\sum_1^n (\mathrm{R}_r) = \frac{m^2 \operatorname{sen} \varphi}{x_o} \left[h - \frac{h (h + \alpha)}{1 \cdot 2} \right.$$

$$\left. + \frac{1}{x_o^2} \frac{h (h+\alpha)(2h+\alpha)}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{1}{x_o^3} \left[\frac{h (h + \alpha)}{1 \cdot 2} \right]^2 + \ldots\ldots \right]$$

la quale nel limite ci dà

$$\lim. \sum_1^n (\mathrm{R}_r) = \frac{m^2 \operatorname{sen} \varphi}{1} \left(\frac{h}{x_o} - \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{x_o^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{h^3}{x_o^3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{h_o^4}{x_o^4} + \ldots\ldots \right),$$

ma è noto essere

$$\log. \left(1 + \frac{h}{x_o} \right) = \frac{h}{x_o} - \frac{1}{2} \frac{h^2}{x_o^2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{h^3}{x_o^3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{h^4}{x_o^4} - \ldots\ldots$$

dunque

$$\lim \sum_1^n (R_r) = m^2 \operatorname{sen} \varphi \log \left(\frac{x_0 + h}{x_0} \right)$$

e quindi

$$AP_1 MP = \frac{a^2 + b^2}{4} \operatorname{sen} \varphi \log \left(\frac{x_0 + h}{x_0} \right).$$

Se qui poniamo

$$x_0 + h = x$$

sarà per l'area iperbolica compresa tra l'assintoto, la curva e due ordinate corrispondenti alle ascisse x_0, x

$$AP_1 MP = \frac{a^2 + b^2}{4} \operatorname{sen} \varphi \log \frac{x}{x_0}.$$

Poniamo che x_0 sia l'ascissa del vertice A della curva, avremo allora

$$x_0 = \frac{a}{2 \cos \varphi}$$

perchè è isoscele il triangolo $OP_1 A$.

16. Nota l'area $AP_1 MP$ possiamo determinare quella compressa tra la curva, il raggio vettore ed il semi-asse principale.

A questo fine all'area trovata si aggiunga quella del triangolo AOP_1 che è data da

$$OAP_1 = \frac{a^2}{4} \operatorname{tang} \varphi$$

ed avremo

$$OAMPO = \frac{a^2}{4} \operatorname{tang} \varphi + \frac{a^2 + b^2}{4} \operatorname{sen} \varphi \log \frac{2x \cos \varphi}{a}.$$

Ora se a quest'area si toglie quella del triangolo OMP cioè

$$OMP = \frac{xy}{2} \operatorname{sen} \varphi = \frac{a^2 + b^2}{8} \operatorname{sen} 2\varphi$$

otterremo

$$OMA = \frac{a^2}{4} \operatorname{tang} \varphi + \frac{a^2 + b^2}{4} \operatorname{sen} \varphi \log \frac{2x \cos \varphi}{a} - \frac{a^2 + b^2}{8} \operatorname{sen} 2\varphi$$

la quale è nota quando venga data l'ascissa del punto sulla curva iperbole.

Se si trattasse qui di una iperbole equilatera, essendo allora $a = b$, otterremo

$$OMA = \frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{2}\log\frac{x\sqrt{2}}{a} - \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{2}\log\frac{x\sqrt{2}}{a}.$$

Se le medesime sostituzioni vengono eseguite nell'altra espressione dell'area si trova allora

$$AP_1\,PM = \frac{a^2}{2}\log\frac{x\sqrt{2}}{a}$$

e così nella iperbole equilatera è

$$AP_1\,PM = AOM_r$$

17. Nota l'area assintotica della iperbole equilatera si domanda la espressione di quella porzione di area che è compresa tra la curva, l'asse delle ascisse, ed una ordinata qualunque, cioè AQM_r.

A questo fine si dicano

$$OQ = x_1,\ QM_r = y_1$$

le coordinate valutate lungo gli assi. È facile riconoscere direttamente che tra le coordinate x, y ed x_1, y_1 esistono le seguenti relazioni

$$x_1 = \frac{x+y}{\sqrt{2}}\ ;\ y_1 = \frac{x-y}{\sqrt{2}}$$

dalle quali derivano

$$x = \frac{x_1+y_1}{\sqrt{2}}\ ,\ y = \frac{x_1-y_1}{\sqrt{2}}.$$

Ora

$$AQM_r = OQM_r - OAM_r$$

e quindi

$$AQM_r = \frac{x_1 y_1}{2} - \frac{a^2}{2}\log\frac{x\sqrt{2}}{a}$$

ma

$$x\sqrt{2} = x_1 + y_1$$

dunque

$$AQM_r = \frac{x_1 y_1}{2} - \frac{a^2}{2}\log\left(\frac{x_1+y_1}{a}\right).$$

Per fare dipendere da questa formola la determinazione dell'area di una iperbole qualunque immaginiamo che siano a, b i suoi semi–assi, e nello

stesso tempo a sia ancora il semi-asse di una iperbole equilatera: considerando una ascissa comune x, per le due ordinate avremo

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{x^2 - a^2} \; ; \; Y = \sqrt{x^2 - a^2}$$

onde

$$\frac{Y}{y} = \frac{a}{b}$$

dalla quale

$$Y = \frac{a}{b} y \, .$$

18. Ciò posto consideriamo le due iperbole antecedenti, e prendiamo una ascissa comune. Questa ascissa la intenderemo divisa in un numero n grandissimo di parti eguali, onde guidate dai punti di divisione, le ordinate alle due curve, per la iperbole qualunque le rappresenteremo con

$$y_1 , y_2 , y_3 , \ldots . y_n$$

e per la iperbole equilatera con

$$Y_1 , Y_2 , Y_3 , \ldots . Y_n$$

Rappresentando con α l'intervallo infinitesimo compreso tra due qualunque ordinate consecutive, possiamo formare n rettangoli iscritti, e le somme di questi hanno per limite le aree relative limitate da una parte dalle due curve, e dall'altro dall'asse delle ascisse, e da una ordinata estrema.

Ora essendo

$$\frac{Y_1}{y_1} = \frac{Y_2}{y_2} = \frac{Y_3}{y_3} = \ldots = \frac{Y_n}{y_n} = \frac{a}{b}$$

avremo ancora

$$\frac{\alpha Y_1}{\alpha y_1} = \frac{\alpha Y_2}{\alpha y_2} = \frac{\alpha Y_3}{\alpha y_3} = \ldots = \frac{\alpha Y_n}{\alpha y_n} = \frac{a}{b}$$

e quindi

$$\frac{\alpha Y_1 + \alpha Y_2 + \alpha Y_3 + \ldots + \alpha Y_n}{\alpha y_1 + \alpha y_2 + \alpha y_3 + \ldots + \alpha y_n} = \frac{a}{b}$$

Ma il numeratore del primo membro ha per limite l'area della iperbole equilatera, e che è nota, ed il denominatore ha per limite l'area della iperbole qualunque che denoteremo con A onde sarà

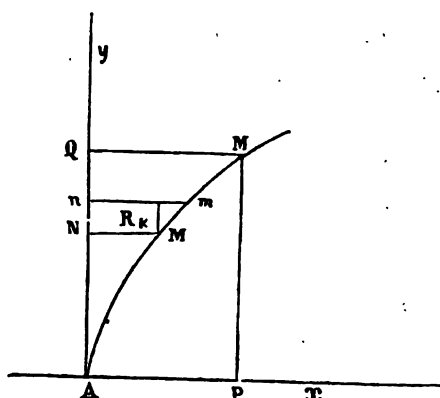
$$A = \frac{b}{a}\left(\frac{x'y'}{2} - \frac{a^2}{2}\log.\left(\frac{x'+y'}{a}\right)\right)$$

nella quale x', y' sono le coordinate della iperbole equilatera, ma per essa abbiamo, per una comune ascissa

$$y' = \frac{a}{b}y$$

e convenendo di notare con x, y le corrispondenti coordinate per la iperbole qualunque, sarà

$$A = \frac{xy}{2} - \frac{ab}{2}\log\left(\frac{ay + bx}{ab}\right).$$

20. Quadratura della parabola

Sia

$$y^2 = 2px$$

l'equazione di una parabola: immaginiamo che l'ordinata y venga divisa in un numero n grandissimo di parti eguali, onde sia

$$y = n\alpha$$

Posto che AP, AQ siano le coordinate del punto M s'intenda che da tutti i punti di divisione di AQ, segmento dell'asse delle ordinate, sieno guidate delle parallele all'asse delle ascisse x, come NM, nm e nei punti ove esse incontrano la parabola, sieno condotte delle parallele all'asse delle ordinate, come Mr, si otterrà un determinato numero di rettangoli, e la somma di essi è minore dell'area mistilinea compresa tra l'arco AM della parabola, il segmento AQ dell'asse delle ordinate e la parallela QM all'asse delle ascisse. Ora se venisse duplicato il numero n delle divisioni, si duplicherebbe pure il numero dei rettangoli, e la loro somma si avvicinerebbe maggiormente all'area mistilinea, onde questa è il limite della somma variabile dei rettangoli. Dopo ciò immaginiamo che sia AN $= k\alpha$ e notiamo con R_k il rettangolo NMmn, avremo per espressione dell'area sua

$$R_k = NM \times \alpha$$

ma essendo $k\alpha$ ed MN le coordinate del punto M per la equazione della parabola avremo

$$k^2 \alpha^2 = 2p . \mathrm{MN}, \text{ onde } \mathrm{MN} = \frac{k^2 \alpha^2}{2p}$$

e così l'area di un rettangolo qualunque sarà

$$\mathrm{R}_k = \frac{1}{2p} \cdot k^2 \alpha^3 \; .$$

Se poniamo qui

$$k = 1, = 2, = 3, \ldots\ldots = n$$

otteniamo

$$\sum_1^n (\mathrm{R}_k) = \frac{1}{2p} (1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots\ldots + n^2) \alpha^3 = \frac{\alpha^3}{2p} \sum (n^2)$$

ove sostituito il valore di $\sum (n^2)$ dato dalla (15) si ottiene

$$\sum_1^n (\mathrm{R}_k) = \frac{\alpha^3}{2p} \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{1 . 2 . 3} = \frac{1}{2p} \cdot \frac{n\alpha (n\alpha + \alpha) 2n\alpha + \alpha)}{1 . 2 . 3}$$

ovvero

$$\sum_1^n (\mathrm{R}_k) = \frac{1}{2p} \cdot \frac{y (y + \alpha) 2y + \alpha)}{1 . 2 . 3}$$

la quale trasportata al limite ci dà

$$\mathrm{AMQ} = \lim \sum_1^n (\mathrm{R}_k) = \frac{y^3}{2 . 2p} = \frac{xy}{3} \; .$$

Ora può aversi l'area APM perchè

$$\mathrm{APM} = \mathrm{APMQ} - \mathrm{AMQ} = xy - \tfrac{1}{3} xy = \tfrac{2}{3} xy :$$

dunque l'area parabolica compresa tra la curva, una ordinata, e l'asse equivale ai due terzi del rettangolo circoscritto.

21. Quadratura degli spazi cicloidali.

Sia r il raggio del circolo generatore la cicloide, la sua base è $2\pi r$. Immaginiamo che la circonferenza di raggio uno concentrica alla generatrice sia stata divisa in un numero grandissimo di parti eguali cioè sia

$$\frac{2\pi}{n} = \alpha \, , \; 2\pi = n\alpha$$

onde una delle parti infinitesime della base sarà $r\alpha$. Ora se dagli n punti di divisione della base intendiamo inalzate le respettive ordinate potremo formarci n rettangoli iscritti, e la somma di essi, variabile con la n, ha per limite l'area della cicloide. Vediamo dunque di assegnare l'espressione del-

l'area di uno qualunque di essi rettangoli. A questo scopo intendiamo che sieno k, $k+1$ due numeri interi consecutivi minori di n, le coordinate corrispondenti saranno

$$x_k = rk\alpha - r \operatorname{sen} k\alpha$$

$$y_k = r - r\cos k\alpha$$

$$x_{k+1} = r(k+1)\alpha - r \operatorname{sen}(k+1)\alpha$$

$$y_{k+1} = r - r\cos(k+1)\alpha.$$

Ora l'altezza del rettangolo ci è data da y_k e la base da $x_{k+1} - x_k$, ovvero da

$$x_{k+1} - x_k = r\alpha - r(\operatorname{sen}(k+1)\alpha - \operatorname{sen} k\alpha)$$

che per la trigonometria si riduce ad

$$x_{k+1} - x_k = r\left[\alpha - 2\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}\cos\left(k\alpha + \frac{\alpha}{2}\right)\right]$$

e notato con R_k il rettangolo corrispondente sarà

$$R_k = r^2\left[\alpha - 2\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}\cos\left(k\alpha + \frac{\alpha}{2}\right)\right](1 - \cos k\alpha).$$

Eseguendo le moltiplicazioni sarà

$$R_k = r^2\left[\alpha - 2\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}\cos\left(k\alpha + \frac{\alpha}{2}\right) - \alpha\cos k\alpha + 2\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}\cos k\alpha\cos\left(k\alpha + \frac{\alpha}{2}\right)\right].$$

dalla quale, eseguite alcune trasformazioni, risulta

$$R_k = r^2\left[\alpha - \operatorname{sen}\alpha\ \cos k\alpha - 2\operatorname{sen}^2\frac{\alpha}{2}\operatorname{sen} k\alpha - \alpha\cos k\alpha + \operatorname{sen}\alpha\cos^2 k\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha\ \operatorname{sen} 2k\alpha\right]$$

Si ponga dopo ciò

$$k = 1, = 2, = 3, \ldots\ldots = n$$

e si sommino tutti i risultati, simbolicamente avremo

$$\sum_1^n (R_n) = r^2\left[n\alpha - \operatorname{sen}\alpha\sum_1^n(\cos k\alpha) - 2\operatorname{sen}^2\frac{\alpha}{2}\sum_1^n(\operatorname{sen} k\alpha) - \alpha\sum_1^n(\cos k\alpha)\right.$$
$$\left. + \operatorname{sen}\alpha\sum_1^n(\cos^2 k\alpha) - \operatorname{sen}^2\alpha\sum_1^n(\operatorname{sen} 2k\alpha)\right],$$

e se di questa ne prendiamo il limite per $\alpha = 0$, $n = \infty$ facilmente troveremo

$$\lim \sum_1^n (R_k) = 3\pi r^2,$$

perchè

$$\lim \operatorname{sen} \alpha \sum_1^n (\cos k\alpha) = 0 \;,\; \lim \operatorname{sen}^2 \frac{\alpha}{2} \sum_1^n (\operatorname{sen} k\alpha) = 0$$

$$\lim \; \alpha \sum_1^n (\cos k\alpha) = 0 \;,\; \lim \operatorname{sen}^2 \alpha \sum_1^n (\operatorname{sen} 2k\alpha) = 0.$$

Per assegnare il limite del termine

$$\operatorname{sen} \alpha \sum_1^n (\cos^2 k\alpha)$$

avvertiremo essere per la (8)

$$\operatorname{sen} \alpha \sum_1^n (\cos^2 k\alpha) = \frac{(\operatorname{sen} (n + \frac{1}{2})\alpha}{2^2} + \frac{n\alpha}{2} \cdot \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\alpha}$$

e quindi

$$\lim \operatorname{sen} \alpha \sum_1^n (\cos^2 k\alpha) = \pi$$

Dunque l'area della cicloide equivale a tre volte quella del circolo generatore.

22. Assegnare l'area della lemniscata di Bernoulli.

Si consideri l'equazione

$$r^2 = a^2 \cos 2\varphi$$

nella quale l'angolo φ può acquistare tutti i valori compresi tra o e $\frac{\pi}{4}$.

Immaginiamo dunque che quest'arco venga diviso in n parti eguali, cioè poniamo

$$\frac{\pi}{4} = n\alpha$$

e considerando il settore circolare corrispondente alla divisione k avremo

$$S_k = \frac{1}{2} r_k^2 \alpha$$

nella quale sostituito il valore di r_k^2 avremo

$$S_k = \frac{a^2}{2} \alpha \cos 2 k\alpha$$

nella quale k può acquistare tutti i valori compresi tra 0 ed $n - 1$, onde dall'ultima equazione deduciamo

$$\sum_0^{n-1} (S_k) = \frac{a^2}{2} \sum_0^{n-1} (\alpha \cos 2k\alpha),$$

ed essendo

$$\sum_0^{n-1} (\cos 2k\alpha) = \frac{\text{sen } n\alpha \cos (n\alpha - \alpha)}{\text{sen } \alpha}$$

otterremo

$$\sum_0^{n-1} (S_k) = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{\alpha}{\text{sen } \alpha} \text{ sen } n\alpha \cos (n\alpha - \alpha)$$

che trasportata nel limite è

$$\lim \sum_0^{n-1} (S_k) = \frac{a^2}{2} \cdot \text{sen } \frac{\pi}{4} \cos \frac{\pi}{4} = \frac{a^2}{4} \cdot$$

Dunque l'area della quarta parte della lemniscata è equivalente alla quarta parte del quadrato costruito col parametro a.

23. Quadratura dello spazio curvilineo contenuto dalla linea

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2x^2 + b^2y^2$$

che rappresenta il luogo geometrico delle projezioni del centro di una ellisse di semi–assi a, b sulle successive sue tangenti.

Per facilitare maggiormente le nostre ricerche faremo uso delle coordinate polari, ponendo

$$x = r \cos \varphi \text{ , } y = r \text{ sen } \varphi$$

e così otterremo

$$r^2 = a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \text{ sen}^2 \varphi$$

e dando tutto in coseno sarà

$$r^2 = (a^2 - b^2) \cos^2 \varphi + b^2$$

Si supponga che l'angolo φ al polo sia stato diviso in un numero n grandissimo di parte eguali onde sia

$$\varphi = n\alpha$$

e così l'area curvilinea corrispondente a quella ampiezza φ resta divisa in n settori circolari. Se il numero n si duplica, anche quello dei settori si duplica, e la somma di essi sempre più tende ad avvicinarsi in valore all'area mistilinea compresa tra l'asse polare, il raggio vettore, e la corrispondente curva.

Si rappresenti con k un numero intero minore di n, il settore corrispondente si rappresenti con S_k, e si avrà:

$$S_k = \frac{1}{2} r_k^2 \alpha.$$

ma essendo per la curva data

$$r_k^2 = (a^2 - b^2) \cos^2 k\alpha + b^2$$

avremo

$$S_k = \frac{1}{2} (a^2 - b^2) \alpha \cos^2 k\alpha - \frac{1}{2} b^2\alpha.$$

E chiaro che se qui facciamo

$$k = 1, = 2, = 3, = \ldots\ldots = n$$

otteniamo gli n settori dei quali ne dovremo prendere la somma ed il limite, e per questo simbolicamente avremo

$$\lim \sum_1^n (S_k) = \frac{1}{2} (a^2 - b^2) \lim (\alpha \cos^2 k\alpha) + \frac{1}{2} b^2 \lim n\alpha :$$

ma essendo

$$\lim n\alpha = \varphi \text{ , } \lim \cos^2 k\alpha = \frac{\text{sen } 2\varphi}{2^2} + \frac{\varphi}{2}$$

risulta

$$\lim \sum_1^n (S_k) = \frac{1}{2} (a^2 - b^2) \left(\frac{\text{sen } 2\varphi}{2^2} + \frac{\varphi}{2}\right) + \frac{1}{2} b^2 \varphi$$

e quando si ponesse $\varphi = \frac{\pi}{2}$ ne viene

$$\lim \sum_1^n (S_k) = \frac{\pi}{2} \left(\frac{a^2 + b^2}{4}\right).$$

Se si considerasse la curva che deriva dal projettare il centro di una iperbole qualunque sopra le consecutive tangenti, si troverebbe

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2 x^2 - b^2 y^2$$

e per l'area corrispondente ad una ampiezza qualunque φ avremo

$$\lim \sum_1^n (S_k) = \frac{1}{2} (a^2 + b^2) \left(\frac{\text{sen } 2\varphi}{2^2} + \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{1}{2} b^2 \varphi$$

24. Sia finalmente la curva

$$r = a (1 + \cos \varphi)$$

che è nota sotto il nome di cardioide

Immaginiamo che si voglia l'area corrispondente ai limiti $\varphi = 0$, $\varphi = \pi$ che ne danno la metà, e perciò s'intenda che π venga diviso in un numero n grandissimo di parti eguali, onde sia

$$\pi = n\alpha$$

Partiranno allora dal polo un numero indefinitamente grande di raggi vettori ai quali corrisponderanno tanti settori circolari, e la somma variabile di essi ha per limite l'area limitata dalla curva proposta. Per avere uno di questi settori, sia k un numero intero inferiore ad n e così avremo

$$S_k = \frac{1}{2} r_k^2 \alpha.$$

Ciò posto quadrando la relativa equazione della curva sarà

$$r_k^2 = a^2 (1 + 2 \cos k\alpha + \cos^2 k\alpha)$$

e quindi

$$S_k = \frac{a^2}{2} (\alpha + 2\alpha \cos k\alpha + \alpha \cos^2 k\alpha)$$

e sommando sarà

$$\sum_1^n (S_k) = \frac{a^2}{2}\left(n\alpha + 2\sum_1^n (\alpha \cos k\alpha) + \sum_1^n (\alpha \cos^2 k\alpha)\right)$$

e per l'area

$$\lim \sum_1^n (S_k) = \frac{a^2}{2}\left(\pi + 2 \lim \sum_1^n (\alpha \cos k\alpha) + \lim \sum_1^n (\alpha \cos^2 k\alpha)\right)$$

Ora abbiamo

$$\sum_1^n (\cos k\alpha) = \cos \alpha + \cos 2\alpha + \ldots + \cos n\alpha = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{n\alpha}{2} + \frac{n\alpha}{2}\right) \cos \frac{n\alpha}{2}}{\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} - 1$$

e

$$\sum_1^n (\alpha \cos k\alpha) = 2 \frac{\frac{\alpha}{2}}{\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}} \times \operatorname{sen}\left(\frac{n\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos \frac{n\alpha}{2} - \alpha$$

ovvero

$$\sum_1^n (\alpha \cos k\alpha) = 2 \frac{\frac{\alpha}{2}}{\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} \times \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos \frac{\pi}{2} - \alpha$$

che nel limite

$$\lim \sum_1^n (\alpha \cos k\alpha) = 0.$$

Dalla (8) abbiamo

$$\sum_1^n (\cos^2 k\alpha) = \frac{\operatorname{sen}(2n\alpha + \alpha)}{2^2 \operatorname{sen} \alpha} + \frac{n}{2}\ .$$

e perciò

$$\sum_1^n (\alpha \cos^2 k\alpha) = \frac{1}{2^2} \cdot \frac{\alpha}{\operatorname{sen} \alpha} \times \operatorname{sen}(2\pi + \alpha) + \frac{n\alpha}{2}$$

la quale nel limite si muta in

$$\lim \sum_1^n (\alpha \cos^2 k\alpha) = \frac{\pi}{2}$$

dunque

$$\lim \sum_1^n (S_k) = \frac{3\pi a^2}{2}$$

e per l'area totale racchiusa dalle cardioide abbiamo evidentemente

$$S = 3\pi a^2$$

cioè l'area rinchiusa dalla curva proposta equivale all'area di tre circoli raggio equale al parametro a.

NUOVO COMPRESSORE D'ARIA

NOTA

DELL' ING. FILIPPO GUIDI

Tutti conoscono i vantaggi che si possono avere dalle forze motrici idrauliche, dopo gli studi fatti, ed i perfezionamenti ottenuti sugli apparecchi per comprimere l'aria atmosferica, in Italia specialmente, ove abbiamo un numero fortissimo di cadute d'acqua, fra le quali non poche di volume imponente, ma spesso in burroni e luoghi inaccessibili, nei quali il costruire un opificio ed una strada per accedervi importerebbe un capitale decuplo di ciò che vale la forza motrice da utilizzarsi. Non è certo l'aria compressa il miglior mezzo per trasmettere le forze motrici, se tengasi conto del rendimento, ma è cosa veramente incantevole il vedere animato un opificio nell' interno di una città o d'una borgata, mentre la caduta d'acqua che genera la forza motrice sarà lontana di qualche chilometro.

Del pari è bello ed utile l' impiego dell'aria compressa ad animare locomotive per brevi tratti di ferrovie di comunicazione con tronchi principali.

Dall'aria compressa adunque, coll'andare del tempo, si trarrà certamente molto e molto profitto ovunque, e specialmente in Italia per l'abbondanza di forze motrici idrauliche, e per la penuria dei carboni fossili: quindi è molto interessante tener dietro ai perfezionamenti recentemente trovati pei compressori d'aria : e non dispiacerà, spero, la comunicazione, che ho l'onore di fare all'Accademia di un compressore rotante da me immaginato.

I compressori conosciuti sono di due specie ben distinte; appartengono alla prima quelli che comprimono l'aria nel modo il più semplice ed il più diretto, cioè con colonna d'acqua che agisce col proprio peso, senza alcun intermediario, sull'aria racchiusa in un recipiente, il quale viene alternativamente empito e vuotato: e tali compressori sono appunto chiamati compressori a colonna. Sono della seconda specie quei compressori costituiti da due parti, cioè dal recettore idraulico e da una tromba comprimente di antica forma. I primi sarebbero più utili, e l'esperienza ha dimostrato potersene avere il 60 per cento della forza teorica dell'acqua motrice, rendimento assai maggiore di quello dei secondi, i quali naturalmente hanno resistenze passive nel recettore e nella tromba. In media un buon recettore idraulico

offre il rendimento del 75 per cento; ed una buona tromba ad aria può dare il 50 per cento della forza applicata: quindi il risultato finale giunge appena al 37, o 38 per cento. Se poi si tiene conto della forza viva perduta nella elevazione di temperatura dell'aria durante la compressione, e dell'abbassamento nella espansione, nell'agire che fa dipoi in un motore analogo a quei mossi dal vapore, allora il rendimento dei primi si può ritenere in media del 40 per cento, e quello dei secondi del 27.

Ma dai compressori a colonna s'ebbero in pratica varii inconvenienti, e gravissimi specialmente nelle esplosioni prodotte da colpi d'ariete, non rari ad accadere se venga turbato per qualunque evenienza il regolare deflusso dell'acqua nei tubi: e perciò si dovette rinunciare al vantaggio del maggiore rendimento di questi compressori, e generalmente furono adottati i motori con trombe comprimenti.

Ora il compressore da me proposto offre i vantaggi dei compressori a colonna ed appartiene in istretto senso a quella specie; ma avendovi divisa l'azione in piccoli recipienti, che si succedono rapidamente, e senza giuoco di valvole, son tolti quasi per intiero gl' inconvenienti sovraesposti.

Nella tavola annessa veggasi (Fig. 1ª) un tubo T avente nell'estremo superiore un piccolo pertugio e nell'estremo inferiore una apertura quadrilunga d, nella quale figura si converte a grado a grado la sezione circolare del tubo stesso.

Sei di questi tubi (Fig. 2ª) son collocati attorno ad un tubo centrale Q, e tutti sono abbracciati da un cerchio nella estremità inferiore lasciando soltanto libere le aperture d.

Il sistema è ruotante attorno un asse verticale in guisa che le aperture inferiori dei tubi si presentano successivamente al grande tubo D, che conduce l'acqua comprimente, la quale penetra in ciascun tubo dal momento che l'apertura d si presenta nel punto r sino a che esce nel punto s. In questo tempo l'aria, ch'era contenuta nel tubo, è compressa ed obligata ad uscirne dal piccolo pertugio superiore alzando la valvoletta a: allorchè poi il tubo abbia oltrepassato l'ala m ne accade il vuotamento, in guisa che si possa presentare vuoto nuovamente sotto l'azione della colonna comprimente.

Il calcolo da farsi per l'andamento regolare di questo motore si è che nel tempo t impiegato dalla apertura d, dal punto r ad s avvenga l'immissione del volume d'acqua voluto per la compressione, e che nel tempo t' impiegato dalla stessa apertura d dall'uscire fuori dell'ala m sino all'entrare

nuovamente sotto l'ala n sia avvenuto il completo vuotamento. E quindi chiamando v e v' le velocità medie di deflusso nell'empimento e nel vuotamento dovrà essere $t : t' = v' : v$. È chiaro poi che la velocità di deflusso nell'empimento si avrà dal tener calcolo della altezza della colonna comprimente, e della contropressione che si va generando per la compressione dell'aria entro il tubo. Per la legge di Mariotte, supposto il tubo cilindrico, la contropressione cresce in ragion diretta semplice dell'empimento, e quindi il deflusso decrescerà in ragione delle radici quadrate delle altezze che vanno continuamente diminuendo nella colonna comprimente : sarà facile adunque trovare il termine medio fra i limiti di compressione che saranno determinati nei varii casi. E così facile sarà il determinare la velocità media di deflusso pel vuotamento, tenendo conto dell'altezza della colonna entro il tubo sul centro dell'orificio d al principio del vuotamento, e non trascurando la velocità centrifuga che influirà sulla erogazione pel tratto infimo del tubo, ove cioè il tubo è aperto esternamente dall'orificio d.

Del resto l'azione di questo compressore sembra molto chiara : e dalla ispezione delle figure s'intende come l'aria compressa dal tubo centrale Q passi nella condottura o in un serbatojo per mezzo di un premistoppa p : aggiungerò soltanto che la disposizione degli orificii d rispetto al centro del sistema dovrà esser tale, che accada una reazione, durante l'empimento dei tubi, tendente a far ruotare l'apparecchio, ed in ciascun caso dovrà darsi maggiore o minore braccio di leva a tale reazione, a seconda che si preveggano dover essere più o meno forti le resistenze da vincersi : ma sarà necessario aggiungere un piccolo recettore idraulico R nello stesso asse, e sotto il compressore, perchè un getto ausiliare d'acqua regolato da un pendolo eccentrico renda l'andamento dell'apparecchio assolutamente regolare. Dirò finalmente che gioverà tenere immediatamente dopo il compressore, un piccolo serbatojo, il quale sollecitamente si possa mettere alla pressione stabilita in ogni caso come normale, e ciò tanto pel buon andamento dell'apparecchio, quanto per la comodità di porlo facilmente in azione.

Una o più eliche Bourdon di forti dimensioni comunicanti col piccolo serbatojo ora accennato, possono servire ottimamente a dar movimento ad una valvola a farfalla entro il grande tubo D, in guisa che al principio della azione, essendo il piccolo recipiente senza pressione, le eliche tengano la valvola in posizione da impedire il corso dell'acqua entro il tubo, e moderino così essenzialmente la velocità di deflusso entro i tubi T: e stabilita che sia nel piccolo serbatojo la pressione normale, le eliche dilatate liberino dall'impedimento il corso dell'acqua, e la compressione nei tubi T accada con tutta la forza necessaria.

COMUNICAZIONI

Sabatucci Cav. Placido. – *Registrazione autografica delle vibrazioni impresse al microfono.*

Il cav. Placido Sabatucci espose un istrumento imaginato da lui, per mezzo del quale con artificio semplicissimo si rendono grafiche le vibrazioni impresse al microfono, che per mezzo del telefono erano sensibili solamente all'orecchio. L'apparecchio consiste in un elettromagnete, la cui àncora ha una appendice munita di una punta scrivente sopra una lista di carta, che scorre per movimento di orologeria. Quest'àncora mantenuta ad una certa distanza dall'elettromagnete per mezzo di una molla le si accosta o più o meno per le variazioni dell'intensità nel suo magnetismo, che vi producono le diverse onde elettriche prodotte dalle vibrazioni del microfono. In tal maniera qualunque suono, qualunque parola è tradotta sulla carta con segni propri e caratteristici.

Armellini Prof. Tito. – *Riflessioni sul microfono reso autografico.*

Il prof. T. Armellini aggiunse sul medesimo argomento ciò che segue.

Il microfono reso autografico per l'artificio del cav. Sabatucci, mi offre le seguenti riflessioni, che ho l'onore di sottomettere all'Accademia.

1. Esso ci somministra un mezzo di comporre un alfabeto, di cui già ho notato l'embrione. Ogni sillaba ha un segno proprio e caratteristico. Quindi la scrittura microfonica può essere letta, quando siasi bene stabilito il sopraindicato alfabeto sillabico.

2. Ecco dunque che il microfono può divenire telegrafo, e tale di cui l'organo trasmettitore non abbisogna d'altro meccanismo che della parola detta: l'organo ricevitore invece trasforma la parola nella scrittura. Un tal telegrafo poi è superiore a qualunque altro finora inventato per la celerità con cui trasmette: è la celerità del discorso, senza risolverlo nei suoi elementi alfabetici.

3. Dicasi lo stesso per la musica. Ad ogni suonata eseguita da un istrumento musicale, risponde una serie di segni proprii, che decifrati possono essere tradotti negli ordinari segni musicali.

4. Viceversa, scrivendo colla scrittura microfonica, se con artificio simile a quello del fonografo possono tali segni destare le corrispondenti vibrazioni del microfono, queste a sua volta produrranno nel telefono a distanza vibrazioni tali, capaci di rigenerare e le parole, e i suoni.

Ecco dunque che senza suonatori ed istrumenti musicali, potranno eseguirsi melodie e concerti, e farli sentire a qualunque distanza per mezzo dei fili telegrafici.

5. Quindi un maestro di musica potrà scrivere una sinfonia, senza bisogno di entrare nei particolari di ciascun istrumento: ma con tali segni, nei quali si compendia la risultante dei diversi elementi fonici: che anzi potranno uscirne nuove combinazioni armoniche, e voci inaspettate d'istrumenti che punto non esistono.

6. Il carattere microfonico si risolve in una serie di curve continue più o meno ampie, che rassomigliano agli elementi dell'alfabeto manoscritto.

7. Investigandone la ragione, la ritroviamo nella legge, con cui si succedono le vibrazioni, tanto in ordine all'intervallo di tempo che le separa quanto in ordine alla relativa loro intensità.

8. Analizzando questo fatto, siamo spinti a confermare quanto già avevamo avuto l'onore di esporre all'Accademia fin dai primi saggi del telefono, vale a dire:

Il principio dinamico che determina nel nostro sensorio dell'udito la sensazione di una sinfonia è riposto in una serie di impulsi non equidistanti di tempo, non eguali nella loro intensità.

9. Però ove con qualunque artificio, fuori degli istrumenti musicali, potessimo esser capaci di produrre su lamine movimenti obbedienti all'indicata legge, queste si renderebbero atte a ricrearci con le sensazioni medesime che ci desterebbe la sinfonia di una piena orchestra.

Sono queste le imagini che sorgono nell'estremo orizzonte della scienza in forza delle invenzioni di Bell, dell'Hughes, dell'Edison, e del Sabatucci.

De Rossi Prof. M. S. – *Altri risultati ottenuti sullo studio delle correnti elettriche telluriche.*

Il Prof. M. S. De Rossi facendo seguito alle comunicazioni date all'Accademia nella tornata antecedente da lui e dal Prof. D. Ignazio Galli di Velletri intorno agli studi da loro intrapresi sulle correnti elettriche telluriche, riferì gli ulteriori esperimenti da lui fatti col Galli in Rocca di Papa e Velletri. Fra questi notò principalmente l'essersi essi, per iniziativa del Galli, serviti della corrente del suolo ad udire le vibrazioni del microfono sismico senza l'intervento delle pile elettriche. In questo esperimento constatarono la perfetta coincidenza dei suoni e delle variazioni e sospensioni dei medesimi ascoltati contemporaneamente con un microfono percorsò dalla corrente artificiale delle pile e con un altro percorso dalla corrente derivata dal suolo.

L'ora tarda non permise poscia al riferente di descrivere altre esperienze da lui organizzate sulle correnti medesime e già coronate da buoni risultati; colle quali disse aver preso di mira i tre scopi seguenti.

1. L'assicurarsi della natura tellurica di coteste correnti e in quanta parte possono esser modificate dall'azione di pila che hanno i mezzi di presa adoperati nel suolo.

2. Quale sia la vera direzione di queste correnti e quanta ne sia la costanza in ciascun senso.

3. Quale sia la miglior maniera di ammagazzinare la forza di coteste correnti telluriche per applicarla ad usi pratici ed a ricerche scientifiche di generi diversi.

Intorno a quest'ultimo punto notò ciò che riguarda il microfono sismico; d'averlo cioè per mezzo della corrente tellurica potuto usare seppellendolo affatto sotto terra a qualunque profondità; e per contrario aver potuto

udire i suoi microfonici anche passeggiando in campagna col solo configgere nel suolo in due punti anche vicini due chiodi o due pezzi di metallo qualunque.

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

Il Segretario presentò a nome del socio aggiunto sig. Prof. Giuseppe Tuccimei un opuscolo sulla *Philioxera vastatrix Planchon*: ed a nome della sig.ª Contessa Enrichetta Fiorini il discorso pronunziato dal sig. Prof. Pedicino in lode della illustre Contessa Elisabetta Fiorini Mazzanti nella stanza di lei prima del trasporto funebre.

Il Segretario esibì, a nome dell'insigne Accademia Romana di belle Arti denominata di s. Luca, il programma del concorso Poletti al premio di uno scritto di belle arti per l'aprile 1880.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Ordinari. – Comm. A. Cialdi, Presidente – P. F. Ciampi – Prof. Tito Armellini – P. F. S. Provenzali – Prof. M. Azzarelli – Comm. C. Descemet – Mons. F. Regnani – Conte Ab. F. Castracane – Principe D. B. Boncompagni – Cav. F. Guidi – Cav. P. Sabatucci – Prof. M. S. de Rossi, Segretario.

Onorari. – Cav. Avv. C. Palomba – Monsig. V. Vannutelli – Can. D. E. Fabiani.

Aggiunti. – Prof. G. Giovenale.

La seduta aperta legalmente alle ore $5\frac{1}{2}$ p. fu chiusa alle $7\frac{1}{2}$ p.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Association française pour l'avancement des sciences, congres de Paris* 1878. — Paris au Secrétariat de l'Association 76, rue de Rennes. In 8.°
2. BELLAVITIS (Prof. Giusto) — *Quindicesima Rivista di Giornali. Lettura fatta al R. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti nel gennaio* 1879. In 8.°
3. BONCOMPAGNI (B.) — *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle scienze Matematiche e Fisiche, ecc.* — Tomo XII. (Gennaio-Febbraio 1879.) — Roma, ecc, 1879. In 4.°
4. *Bullettino Meteorologico dell'Osservatorio del Collegio Reale Carlo Alberto in Moncalieri, ecc.* = (Vol. XIII. — 30 Novembre Num. 11. 1878). — Torino, ecc. In 4.°
5. CAPPANERA (Lamberto) — *La Natura, ecc.* — (Vol. III. — Num. 7—8. 1.° e 16 Aprile 1879). In 8.°
6. DORNA (Alessandro) — *Applicazione dei principii della Meccanica Analitica, ecc.* — Torino, ecc. In 4.°
7. *Discorso pronunziato dal prof. Pedicino in lode della illustre defunta* Contessa Elisabetta Fiorini Mazzanti *nella stanza di lei prima del trasporto funebre.* (Estratto dall'*Opinione* n. 114). 1879. In 8.°
8. *Monatsbericht der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin.* — Januar Februar 1879. Berlin, ecc. 1879. In 8.°
9. *Osservatorio di Moncalieri. Osservazioni Meteorologiche fatte nelle Stazioni Italiane presso le Alpi e gli Appennini, ecc.* — Torino. — Anno VIII. Num. 111. Febbraio 1879. In 8.°
10. *Polybiblion. Revue Bibliographyque Universelle.* Partie littéraire Deuxième Série. — Tome Neuvième. — XXVe de la collection Cinquième Livraison. — Mai. — Partie Technique Deuxième Série. Tome Cinquième. — XXVIIe de la collection Quatrième et Cinquième Livraisons. — Avril-Mai. Paris, ecc. 1879. In 8.°
11. *Rassegna Medico Statistica della città di Genova, ecc.* Anno V. N.° XII. Dicembre 1878. In 4°
12. SERPIERI (A.) — *Riflessioni sulla teoria della elettricità dissimulata.* Nota letta al R. Istituto Lombardo nell'adunanza del 3 Aprile 1879. In 8.°
13. TUCCIMEI (Dott. G.) — *La Philloxera vastatrix* Planchon *Riassunto delle cognizioni possedute fino ad oggi, ecc.* Roma, ecc. In 8.°
14. VIMERCATI (G.) — *Di alcune recenti applicazioni scientifiche, ecc.* Anno XV. — 1878. Milano, ecc. 1879. In 8.°

ATTI
DELL'ACCADEMIA PONTIFICIA
DE'NUOVI LINCEI

SESSIONE VII^a DEL 22 GIUGNO 1879

PRESIDENZA DEL SIG. COMM. ALESSANDRO CIALDI

MEMORIE E NOTE

DEI SOCI ORDINARI E DEI CORRISPONDENTI

SULLA UTILITÀ D'IMPIEGARE PER LA SIDERURGIA L'IDROGENE E L'OSSIGENE ELETTROLITICI OTTENUTI DA FORZE MOTRICI IDRAULICHE.

MEMORIA

DELL'INGEGNERE FILIPPO GUIDI

Il successo infelice che sortì la celebre macchina dell'Alliance ha certamente distolta l'attenzione degli scenziati e degli industriali dalla applicazione dell'elettromagnetismo alla elettrolisi; purtuttavia mi sembra interessante far ponderare quanto sarebbe giovevole l'impiego dell'idrogene e dell'ossigene elettrolitici alla siderurgia, e specialmente pel ferro malleabile ottenuto direttamente dai minerali. Poichè se il confronto dell'idrogene elettrolitico coi gas ordinari da illuminazione fece risultare la forte inferiorità del primo; ben diverso ne potrebbe essere il giudizio quando venisse contrapposto ai combustibili impiegati nei forni fusorii, avendo in vista, e le calorìe prodotte, e l'azione chimica di ripristinazione dei metalli.

Negli alti forni impiegati pel trattamento di minerali di ferro, se ben condotti, si consumano 700 chilogrammi di carbone per 1000 di ferro; ma dai pratici si ritiene che la sola terza parte della quantità di combustibile indi-

cata possa considerarsi utilizzata, e difatti i gas incombusti, non ostante le gravi perdite di calorico che inevitabilmente debbonsi avverare per il lungo tragitto, pure sono capaci d'alimentare un secondo forno d'affinaggio ove può esser convertita in ferro malleabile quasi la stessa massa di ghisa prodotta in pari tempo dall'alto forno.

Si avverta ora che questa terza parte di combustibile ossia Chilogr. 235, bruciando nell'aria atmosferica deve elevare alla temperatura di combustione l'azoto che accompagna il comburente, ciò che vuol dire, che la massa dei gas che si combinano, invece d'essere

$$\begin{array}{rl} C = & 75 \\ O^2 = & 200 \\ \hline & 275 \end{array}$$

si aumenta invece di molto, cioè

$$\begin{array}{rl} C = & 75 \\ O^2 = & 200 \\ Az = & 665 \\ \hline & 940 \end{array}$$

e tenendo conto delle capacità calorifiche, le due masse staranno in rapporto come 275 a 1049, ossia approssimativamente come 10 a 38: dunque se il combustibile potesse bruciare nell'ossigene, da chilogrammi 235 si ridurrebbe il consumo a chilogrammi 62 incirca.

Finalmente si consideri il brevissimo tempo che occorrerebbe pel trattamento di un minerale di ferro il quale introdotto in camere adiacenti ad un forno a riverbero sarebbe portato a temperatura elevatissima dal calore perduto del forno stesso, quindi introdotto nel bacino del forno insieme alla conveniente quantità di fondente, ne accadrebbe immediatamente la riduzione del metallo, dico immediatamente perchè si tratta dell'idrogene che ha potere riducente tanto maggiore di quella del carbonio, senza tener conto dello stato allotropico, simile a quello dell'ossigeno nascente, riconosciuto nell'idrogene elettrolitico.

Il ferro così ridotto con manovre simili a quelle che si praticano nei Puddler sarebbe ammassato e condotto direttamente sotto il maglio.

Quale differenza adunque non si avrebbe col tempo necessario negli altri forni ove il minerale deve esser ridotto carburato e poi fuso? E quindi mi pare di non allontanarmi dal vero se dico che apppena una metà di tempo, e per conseguenza di combustibile, occorrerà col metodo di cui parlo.

Le recenti esperienze dello Chenot che in sostanza riportano agli antichi metodi, dimostrano quanto minor combustibile occorrerebbe per un trattamento analogo a quello che sono ad esporre.

Dunque (trascurando la differenza non sensibile fra il carbonio e l'idrogene nelle calorie prodotte dalla combustione con l'ossigene) per una tonnellata di ferro occorreranno approssimativamente chilogrammi 30 d'idrogene.

Dalle celebri esperienze di Favre e Silberman si ha che per decomporre un chilogrammo d'acqua per elettrolisi occorrono 1,648,000 dinamie, quindi per avere in ventiquattro ore chilogrammi 270 di acqua ridotta in idrogene ed ossigene bisognerà impiegare una forza costante di cavalli 68: dunque con 680 cavalli si avrebbe una produzione di dieci tonnellate di ferro malleabile al giorno, ferro squisito perchè non ebbe neppur contatto col carbone, ma fu ridotto ed elaborato mediante idrogeno ed ossigeno puri ambedue.

Si dirà, e con ragione, che l'equivalente di sopra enunciato non è che teorico, e che in pratica si è lontani dall'ottenere un simile risultato; ma risponderò che i perfezionamenti arrecati alle macchine dinamoelettriche fan sperare che presto si possa raggiungere un'equivalente non molto inferiore al teorico. Chi avrebbe mai creduto pochi anni indietro che con la forza di mezzo cavallo-vapore si sarebbe ottenuta l'argentatura con una massa di argento depositato in ventiquattro ore, di undici chilogrammi?

E se anche per mezzo di una forza di 700 cavalli-vapore si ottenesssero, non dieci, ma soltanto tre tonnellate di ferro squisito al giorno, non sarebbe questa una immensa fortuna specialmente in Italia ove abbiamo forze idrauliche per migliaia e migliaia di cavalli-vapore infruttuose assolutamente?

Farò in ultimo osservare che le industrie siderurgiche divorano masse enormi di combustibili, ed in Italia ove si difetta dei fossili si fa strage di carboni vegetali; e perciò se le forze idrauliche potessero subentrare ai combustibili in grazia delle macchine dinamoelettriche, non avremmo soltanto il vantaggio della produzione migliore ed a più buon mercato dei metalli; ma bensì ne sorgerebbe altro cespite importantissimo nella esportazione decuplicata dei carboni vegetali.

SULLA NATURA DEGLI ATOMI CHIMICI

NOTA

DEL P. F. S. PROVENZALI D. C. D. G.

Sebbene gli atomi chimici conservino sempre lo stesso peso, nè mai si scindano in masse minori, pure non è cosa improbabile che sieno anche essi de' sistemi o aggregati di parti distinte, non altrimenti delle masse sensibili, colla sola differenza che negli atomi siffatte parti non possano essere separate le une dalle altre coi mezzi di analisi al presente conosciuti. Fino dal 1815 il D.r Prout avendo osservato che molti de' pesi atomici che a quell'epoca si tenevano per bene determinati erano multipli interi del peso atomico dell'idrogeno da lui scelto ad unità di misura, emise l'ipotesi che i corpi semplici non fossero altro che idrogeno diversamente condensato, epperò che l'idrogeno fosse la materia unica e primordiale di cui si potessero intendere formati tutti i corpi. Questa ipotesi così formolata non può ammettersi, perchè i pesi atomici di non pochi corpi riferiti all'idrogeno sono certamente numeri frazionari. M. Dumas affine di mettere in armonia coi fatti l'ipotesi di Prout, perciò che riguarda l'unità specifica della materia, propose di ridurre l'unità dei pesi atomici a 0, 5 ovvero a 0, 25 del peso atomico dell'idrogeno. Per tale maniera la maggior parte dei pesi atomici vengono rappresentati da numeri interi; alcuni però come p. e. quelli dell'alluminio e del rame nonostante le riduzioni suddette rimangono frazionari. La totale scomparsa dai pesi atomici delle frazioni, non comprese dentro i limiti degli errori probabili, richiede che l'unità di misura sia per lo meno ridotta a 0,1 del peso atomico dell'idrogeno. Ciò significa che se la materia è omogenea in tutti i corpi, il suo peso atomico relativamente all'idrogeno non può essere maggiore di 0, 1. In una nota che nel maggio scorso ebbi l'onore di presentare all'Accademia dimostrai che ridotta l'unità di misura dei pesi atomici a 0, 1, il numero dei sotto-atomi, di cui si possono intendere formati gli atomi chimici, risulta pari per i corpi aventi valenza pari, e dispari per quelli di valenza dispari. Questa coincidenza numerica, mentre ci mette sulla strada di trovare la causa delle valenze pari e dispari, favorisce anche l'ipotesi che gli atomi chimici sieno essi pure aggregati di parti distinte. Se non che i pesi atomici della chimica moderna

ci somministrano delle prove più convincenti a favore dell' ipotesi medesima. Paragonando infatti fra loro i pesi atomici, quali al presente si ammettono dai chimici, siamo colpiti al vedere che non pochi corpi hanno il peso atomico multiplo intero di quelli di altri corpi. Tali sono p. e. il solfo, il titanio, il bromo, il tellurio rapporto all'ossigeno; il magnesio, l'argento, l'uranio rapporto al carbonio; l'azoto, il silicio, il ferro, il bismuto, il gallio, l'ilmenio ecc. rapporto al litio. A dare ragione di questo fatto il modo più semplice e naturale è di ammettere che tali corpi risultino dall'aggruppamento di un certo numero di atomi di ossigeno o di carbonio ovvero di litio epperò che gli atomi chimici sieno formati di parti distinte.

Oltre di che se confrontiamo assieme i pesi atomici di una stessa famiglia di corpi semplici non si può disconoscere il parallelismo che essi presentano coi pesi molecolari di una serie di radicali organici. Presa p. e. da una parte la famiglia dei metalli alcalini e dall'altra gli idrocarburi della formola $C^n H^{2n+1}$, abbiamo le due serie

Litio = 7	Metilo = 15
Sodio = 7 + 16 = 23	Etilo = 15 + 14 = 29
Potassio = 7 + 2. 16 = 39	Propilo = 15 + 2. 14 = 43
Rubidio = 3. 7 + 4. 16 = 85	Butilo = 15 + 3. 14 = 57
Cesio = 6. 7 + 5. 16 = 132	Amilo = 15 + 4. 14 = 71

Osservando queste due serie si vede che come ciascun termine della seconda si ottiene aggiungendo al termine precedente il gruppo CH^2 = 14, così ciascun termine della prima può derivare dall'addizione di un certo numero di atomi d'ossigeno = 16 ad uno o più atomi di litio = 7.

Ad una simile conclusione ci conducono le famiglie dell'ossigeno e dell'azoto come apparisce dalle tavole seguenti.

Ossigeno = 2. 7 + 2 = 16	Azoto = 2. 7 = 14
Solfo = 4. 7 + 2. 2 = 32	Fosforo = 3. 7 + 10 = 31
Selenio = 8. 7 + 11. 2 = 78	Arsenico = 5. 7 + 4. 10 = 75
Tellurio = 12. 7 + 17. 2 = 128	Antimonio = 6. 7 + 8. 10 = 122
	Bismuto = 10. 7 + 14. 10 = 210

Un chimico eminente M. Berthelot (1) è d'opinione che gli atomi chimici quanto alla struttura non possano in alcuna guisa essere paragonati ai ra-

(1) Comptes rendus 1873 t. LXXVII p. 1352 e 1399.

dicali organici, e ciò perchè nei radicali organici il calorico specifico si accosta molto alla somma dei calorici specifici dei componenti, mentre nei corpi semplici si trova invece che i calorici specifici sono inversamente proporzionali ai pesi atomici. Ma si vuole osservare che in qualsivoglia specie di composti il calorico specifico tanto più si allontana da uguagliare la somma dei calorici specifici dei componenti quanto più stabile è il composto o ciò che torna lo stesso quanto è più intima l'unione dei componenti. Gli atomi chimici avendo una stabilità senza paragone maggiore di tutti i composti conosciuti, sieno tali atomi formati di parti distinte o non lo sieno, devono dunque allontanarsi completamente dalle leggi dei calorici specifici dei composti poco stabili. Nella teoria meccanica delle forze questo diverso modo di comportarsi dei composti secondo che sono più o meno stabili sembra essere la conseguenza della maggiore o minore difficoltà che provano i componenti a concepire il moto gli uni indipendentemente dagli altri. Nei composti poco stabili, quali sogliono essere i corpi organici, ciascuno degli atomi costituenti la molecola potendo ubbidire all' impulso termico quasi come se fosse isolato, il calorico specifico del composto non potrà differire gran fatto da quello degli elementi separati. Al contrario nei composti molto stabili e soprattutto negli atomi chimici, supposti anche essi formati di parti distinte, per la gran forza con cui si tengono uniti gli atomi o i sotto-atomi, l'agitazione termica deve tutta o almeno in gran parte impiegarsi nel mettere in moto i gruppi molecolari, epperò in tali corpi il calorico specifico sarà inversamente proporzionale alle masse molecolari, e per i corpi semplici ai pesi atomici.

Ma ciò che più fa pel caso nostro è che alcuni corpi semplici come niccolo e cobalto, platino ed iridio hanno precisamente lo stesso peso atomico, che è 58, 6 per i due primi e 196, 8 per gli altri due. L'identità del peso atomico nei corpi semplici dotati di proprietà fisiche e chimiche diverse è un fatto del tutto simile all' isomerismo dei corpi composti. Ora tutti i chimici convengono nell'affermare che l' isomerismo non ha luogo se non per un diverso ordinamento o una diversa orientazione dei movimenti delle parti costituenti le molecole, di maniera che in molti composti organici dai diversi modi possibili di aggruppamento degli atomi si è potuto prevedere il numero degli isomeri possibili, nè l'esperienza ha finora mostrata falsa una sola di siffatte previsioni. È dunque assai verisimile che anche negli atomi chimici sia possibile una diversa disposizione di parti e per conseguenza che gli atomi chimici sieno formati di sotto-atomi.

A conferma di questa conclusione citeremo le belle sperienze di Tyndall (1) e di altri fisici sul potere assorbente per il calorico dei gas e dei vapori. Da tali sperienze risulta che i gas e vapori semplici hanno un potere assorbente piccolissimo relativamente ai gas e vapori composti e che in questi l'assorbimento cresce a misura che cresce il numero degli atomi chimici che entrano nella formazione delle molecole gassose o vaporose; di maniera che non pochi corpi aventi un peso molecolare assai piccolo, come il gas delle paludi, l'acido solfidrico, il gas oleofacente ecc. assorbono più calorico di altri che hanno maggiore il peso molecolare, ma sono composti di un minore numero di atomi, come p. e. l'acido cloridrico, l'anidrido carbonico ecc. L'influsso del numero degli atomi sul potere assorbente è sì grande che i più diatermici fra tutti i gas, cioè l'idrogeno, l'ossigeno e l'azoto, combinati assieme acquistano un potere assorbente 60, 100 e 150 volte maggiore, quale a un dipresso ci mostrano il vapore d'acqua, il biossido di azoto e il gas ammoniaco. Lo stesso ozono, che non differisce dall'ossigeno se non per avere la molecola formata di tre invece di due soli atomi, ha un potere assorbente che secondo Tyndall sta a quello dell'ossigeno come 136 : 1.

Quanto poi ai corpi che hanno la molecola formata dello stesso numero di atomi, se sono composti come l'acido cloridrico, l'acido bromidrico, l'ossido di carbonio, il biossido di azoto ecc. il loro potere assorbente non va crescendo a misura che cresce il peso molecolare; ma è maggiore nel biossido di azoto che nell'acido bromidrico e l'anidrido carbonico assorbe più calorico dell'acido cloridrico. Al contrario trattandosi di corpi semplici aventi la molecola formata dello stesso numero di atomi come cloro, bromo, iodio, esiste un rapporto diretto fra il calorico assorbito e il peso atomico; appunto come dovrebbe acccadere se gli atomi chimici risultassero di parti distinte tutte eguali fra loro ed omogenee.

---

(1) On the absorption and radiation of heat by geseous matter. Phil. Transactions 1862 Part 1.

DELLA SALUTARE INFLUENZA DEI COLORI SULL'ALIENAZIONE MENTALE.

NOTA

DEL PROF. FRANCESCO LADELCI

Già più volte nei giornali medici si è fatta menzione della mirabile influenza che può avere la vista dei diversi colori verso alcune alienazioni mentali, e si è notato che specialmente il colore violaceo, ed il turchino, non solo possono sedare l'intensità dei sintomi con i quali si manifestano queste malattie; ma anche possono guarirle completamente. Essendo sventuratamente questa infermità non infrequente, e delle più deplorevoli, alla quale va miseramente soggetto l'uomo, io credo molto interressante per la medicina il riferire un nuovo fatto, che non solo conferma i già da altri medici descritti; ma che può darci la norma dell'applicazione, od uso di certi dati colori in certi determinati generi di mentale alienazione.

Il soggetto di questa istoria clinica è un certo Filippo Vittori di professione pittore. Questo infelice, di temperamento sanguigno e nervoso, era pervenuto all'età di circa 65 anni allorchè, travagliato da avversa fortuna, come al presente accade a moltissimi artisti di belle arti per le deplorevoli vicende politiche che andiamo attraversando, incominciò a concepire grandi speranze di lavori e di guadagni, ed a supplire così con la fantasia a ciò che mancava di fatto, trovandosi con la sua famiglia in uno stato di vera miseria. Questo continuo esaltamento d'idee, e le quotidiane privazioni per la deficenza di mezzi pecuniari portarono il paziente ad una reale alienazione mentale, durante la quale egli si lamentava di accenzioni, e di dolore ora gravativo, ed ora acuto nel capo. Sopravvennero dipoi la mancanza del sonno l'irrequietezza, l'agitazione continua; quindi un correre frequente per la città, invitando conoscenti ed amici, che a caso incontrava, a grandi refezioni per festeggiare le ricevute artistiche commissioni; ma come si è detto, solamente supposte dalla sua esaltata fantasia: così più volte assicurò altri di essere diretto a banchieri per grandi riscossioni di danaro, e così via di seguito. Tutto ciò evidentemente dimostrava nel Vittori uno stato di alienazione mentale, prodotto da *iperestesi cerebrale*, la quale crebbe all'eccesso, e si complicò con la *meningite*, allorchè, venduto per

piccola somma di danaro il proprio letto nuziale, impiegò questo danaro nell'acquisto di vino, che diceva ristorarlo dalla grande stanchezza che soffriva, sia per effetto del male, sia ancora per il continuo camminare che faceva per la città. Intanto le dette condizioni patologiche della testa, accresciute dall'azione dell'inebriante liquore, lo fecero trascendere al furore maniaco, con tendenza a tutto lacerare ed a mordere, sino a svellere tutt'i denti che ancora gli restavano nella bocca, ed in questo misero stato fu portato l'infermo al manicomio di Santo Spirito. Venendo ora al nostro proposito dell'influenza della vista dei colori sull'alienazione mentale debbo riferire (dietro l'assicurazione datami da persona strettamente aderente al Vittori stesso) che, durante il periodo della malattia egli costantemente ricercava il colore turchino. Così più volte si portò da primari gioiellieri di Roma, scegliendo nei loro magazzini i più bei gioielli che essi avevano, che diceva dovere acquistare per commissione di un sovrano, a condizione però che fossero tutti riposti in astucci foderati di colore turchino. Ad un carrozziere ordinò un legno di gran lusso, che doveva all'esterno essere verniciato con tinta turchina, e nell'interno foderato con ricca stoffa dello stesso colore. Di più, mancandogli i mezzi per acquistare dell'oltremare, incaricò di ciò un suo allievo, e con questo colore guastò tutt'i suoi non spregevoli quadri, o incominciati, od intieramente finiti, tingendo col turchino tntte le parti ove non era il colore del cielo. Interrogato intanto perchè così operasse manifestò chiaramente che guardando quel colore sentiva calmare le terribili sofferenze della testa. Quale trattamento curativo ricevesse il Vittori nel manicomio io non conosco, ma so che alla descritta malattia cerebrale sopragiunse anche la bronchite, e che per l'una e per l'altra infermità l'infermo perdette la vita.

In questo caso clinico adunque rilevasi che il Vittori era portato costantemente alla ricerca del detto colore, perchè dalla sola vista di questo sentiva alleviare il suo male, e probabilmente ne avrebbe riportato la completa guarigione, come si è osservato in altri casi, se il paziente avesse saputo evitare altre cause morbose, che dovevano accrescere le sue sofferenze per la loro azione eccitante, quali erano in questo caso il moto continuo, l'azione del sole cui era esposto nel vagare per la città, e l'uso del vino. È indubitato che trattavasi qui di una *iperestesi cerebrale* complicata dipoi per le dette cause alla *meningite*, e che il male veniva sedato dalla vista del colore turchino, dunque sarebbe cosa ragionevole l'esporre gli altri infermi di tal genere di malattia alla vista dello stesso colore, ed è probabilissimo che

queste malattie di esaltamento mentale possono essere esacerbate dalla vista dei colori chiari ed accesi, come sono specialmente i rossi e l'arancio, i quali potrebbero agire come le altre cause eccitanti od iperstenizzanti, come dicono i moderni.

Ma nelle svariatissime forme morbose che presentano le alienazioni mentali, e che non essendo l'effetto di organiche alterazioni ammettono un metodo curativo, quali dovranno essere i colori che possano riuscire efficaci agli infermi? Se ci è dato argomentare da alcuni felici risultati della probabile efficacia di questo nuovo mezzo curativo, non per questo noi possiamo ancora stabilire quali possano essere i colori, e quali le loro gradazioni più efficàci nelle singole malattie mentali che variano anch'esse col variare degli individui che le soffrono. Quindi è che sarebbe espediente far passare successivamente ogni infermo alienato per una serie di camere espressamente addobbate, e dipinte ciascuna di uno dei colori principali che presenta lo spettro solare, facendolo ivi restare per alcune o per molte ore, osservando quali effetti in esso produce ciascun colore, per quindi fissare la sua permanenza in quella camera ove esso trova più calma e riposo. L'intensità dei colori potrebbe essere modificata per mezzo di tendine alle fenestre. So che in alcuni manicomi, specialmente dell'America si è posta già in pratica, ma in modo diverso, l'esposizione dei malati alla vista dei dati colori, ponendoli cioè in una camera ove sono delle grandi partiture variamente dipinte, per vedere ove gl'infermi più facilmente rivolgono la loro attenzione; questo metodo però a me sembra incerto potendo arrecare ad essi confusione nelle loro menti già turbate e sconvolte; per cui sembra preferibile la prima maniera di esperimento.

La igiene, la terapia, la materia medica non mancano di indicazioni curative per le alienazioni mentali; ma siccome in questo genere d'infermità forse più frequentemente che nelle altre tali mezzi restano inefficaci; così non dovrà mai trascurarsi l'esperimento dei colori negli alienati, sia per la sua semplicità, sia ancora per i felici risultati che sin ora se ne sono ottenuti.

COMUNICAZIONI

De Rossi Prof. M. S. – *Registrazioni autografiche del microfono sismico e quadro dei terremoti italiani del* 1878.

Il prof. M. S. De Rossi riferì all'Accademia i buoni risultati ottenuti applicando al suo microfono sismico il registratore autografico proposto dal cav. Sabatucci nella adunanza del mese passato. Descrisse le piccole modificazioni introdottevi per renderlo acconcio allo scopo e disse d'aver ottenuto in forma di curve colla penna sulla carta le diverse vibrazioni del suolo insensibili rivelate solo dal microfono. Di tali risultati uniti ai precedenti già riferiti sommariamente in altre sessioni disse che darà relazioni in un lavoro complessivo.

Inoltre il medesimo De Rossi presentò all'Accademia il consueto quadro grafico statistico annuale dei terremoti sensibili avvenuti in Italia nell'anno 1878, il cui numero conosciuto ascese a 557, che è il minimo contando dal 1873 in poi; lo che corrisponde col minimo anche delle macchie nel Sole.

. Boncompagni, Principe D. B. – *Presentazioni varie.*

Il Sig. Principe D. B. Boncompagni presentò il fascicolo del suo *Bullettino di Bibliografia e di storia ecc.*, una memoria del ch. P. Pepin. S. J. intitolata *Sur un théorème de Legendre*, e le due seguenti note del ch. Sig. Prof. Alessandro Dorna: *Sulla determinazione del tempo collo strumento dei passaggi trasportabile – Sullo strumento dei passaggi tascabile di Steger, e sulle equazioni fondamentali da cui dipende l'uso di esso e degli strumenti dei passaggi in generale.*

COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

1. Domanda di cambio cogli Atti della nostra Accademia fatta dal Sig. D. Rafael Roig y Torres direttore della rivista *Cronica Cientifica* di Barcellona. Il cambio venne accordato.

SOCI PRESENTI A QUESTA SESSIONE

Ordinari. — Sig. Comm. A. Cialdi, Presidente – Prof. M. Azzarelli – Mons. F. Regnani – P. F. S. Provenzali – Prof. M. Ladelci – Comm. C. Descemet – Cav. F. Guidi – Dott. M. Lanzi – Prof. A. Statuti – P. G. Lais – Prof. M. S. De Rossi, Segretario.

Onorari. — Canonico D. E. Fabiani – D. S. Vespasiani.

Aggiunti. — Prof. O. Persiani.

La seduta aperta legalmente alle ore 5 $^3/_4$ p., fu chiusa alle ore 8 p.

OPERE VENUTE IN DONO

1. *Atti della R. Accademia delle scienze di Torino, ecc.* Vol. XIV. Disp. 3ª (Febbraio 1879). — Stamperia Reale di Torino, ecc. In 8.°
2. *Atti del Reale Istituto Veneto di Scienze Lettere ed arti, ecc.* — Tomo quinto, Serie quinta — Dispensa terza, quarta, quinta e sesta. — Venezia, Tip. di G. Antonelli, 1878-79. In 8.°
3. *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche pubblicato da B. Boncompagni, ecc.* — Tomo XII, — Marzo 1879. — Roma, ecc. 1879, In 4.°
4. *Bullettino Meteorologico dell'Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri, ecc.*, Vol. XIII — 31 Dicembre 1878, Num. 13.
5. BELLAVITIS (Giulio). — *Su alcune curve di facile costruzione, ecc.* — Napoli, Tip. dell'Accademia delle scienze, ecc., 1879. In 4.°
6. *Catalogo di libri antichi e moderni, ecc.* — Roma, ecc. 1878, In 8.°
7. CERTES. (M. A.) — *Sur une méthode de conservation des Infusoires.* In 4.°
8. *Cronica Cientifica, revista internacional de ciencias, publicada por D. Rafael Roig y Torres, ecc.* — Anno II. — Num. 30—35. — Barcellona, 1879.
9. DORNA (Alessandro). — *Sullo strumento dai passaggi tascabile di Steger, ecc.* Stamperia Reale di Torino 1879. In 8.°
10. —— *Sulla determinazione del tempo collo strumento dei passaggi trasportabile ecc.* In 8°
11. LE PAIGE (M. C.) — *Mémoire sur quelques applications de la théorie des formes algébriques a la géométrie.* — Bruxelles, ecc., 1879. In 4.°
12. —— *Sur le dévoloppement de* cot x, *ecc.* In 4°.
13. —— *Sur certains covariants d'un système cubo-biquadratique.* — Bruxelles, ecc., 1878. In 8.°
14. —— *Sur la multiplication des déterminants, ecc.* — 1879. In 8.°
15. —— *Sur une propriété des formes algébriques préparées.* — Leipzig, ecc., 1879. In 8°.
16. *Monatsbericht der Königlich preussischaften Akademie der Wissenschaften zu Berlin,* — Marz, April, 1879. — Berlin, 1879. In 8.°
17. *Osservatorio di Moncalieri. — Osservazioni Meteorologiche fatte nelle Stazioni italiane, ecc.* — Sede Centrale Torino — Anno VIII. - Num IV. — Marzo 1879. In 8.°
18. PEPIN (P.) — *Sur un théorème de Legendre.* In 4°.
19. *Programma del Circolo Filologico e Società Filarmonica di Velletri.* — Velletri, ecc. 1879.
20. *Rassegna medico statistica della Città di Genova.* — Anno VI — N. I—II.

INDICE DELLE MATERIE
DEL VOLUME XXXII.
(1878-1879)

MEMORIE E NOTE

Pagine

COMUNICAZIONI

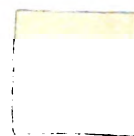
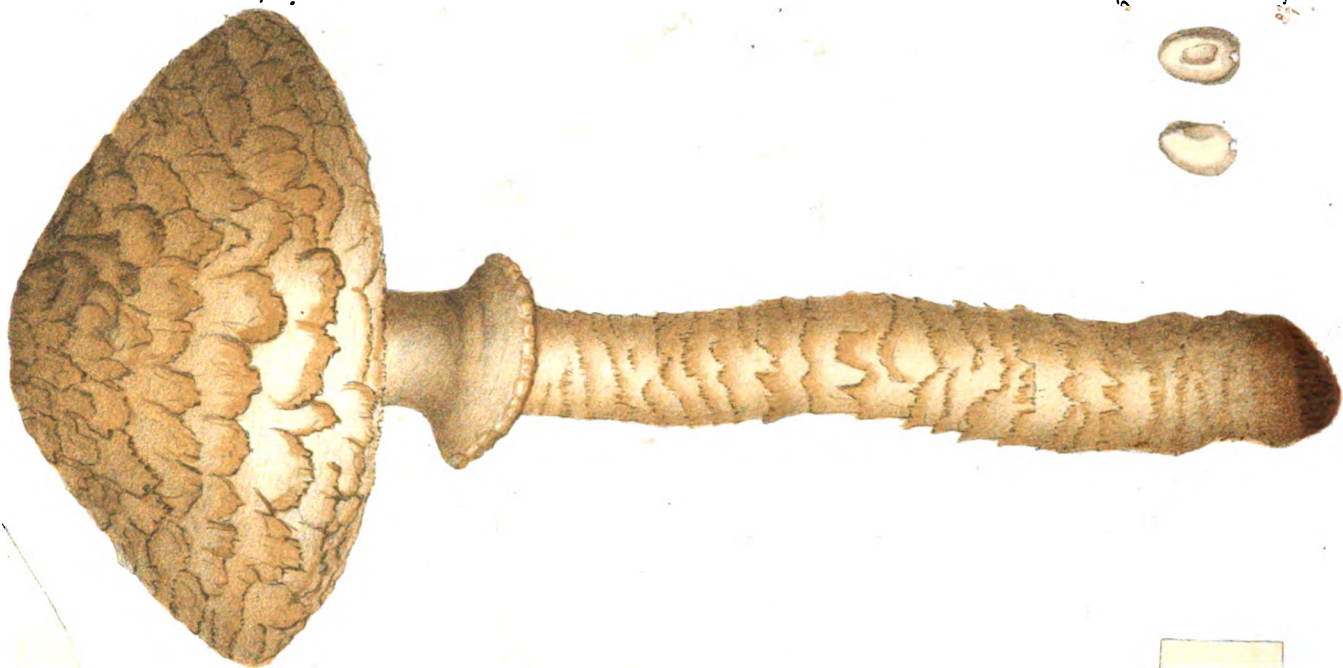
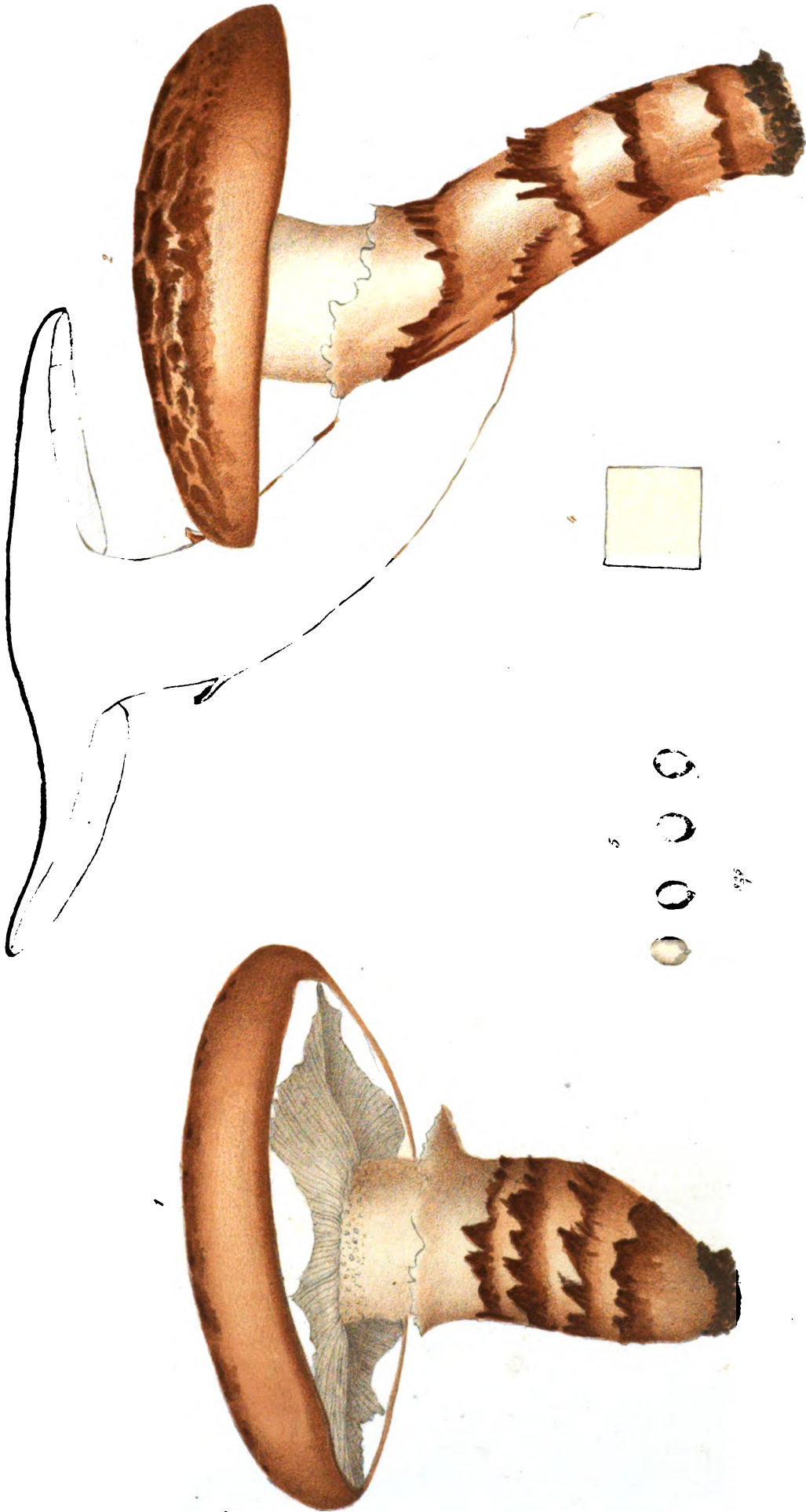
COMUNICAZIONI DEL SEGRETARIO

COMITATO SEGRETO

Ag

— Fig. 1 —
E
A
G
I
B
C
F
D
F
H
N
M
L
— Fig. 3 —
S
P
Q
R
S'
Q'
P'
B
— Fig. 2 —
O'
S
V
L
N
Q
M
O
R
L'
V'
N'
Q'
S'
O"
T
— Fig. 5 —
C
R
C'
— Fig. 4 —
Roma
Parigi
T
T'
M
M'
P
P'
TERRA
TERRA

ANTICA SPECOLA VATICANA

VEDUTA DAL GIARDINO DELLA PIGNA

Ag. caligatus Vir.

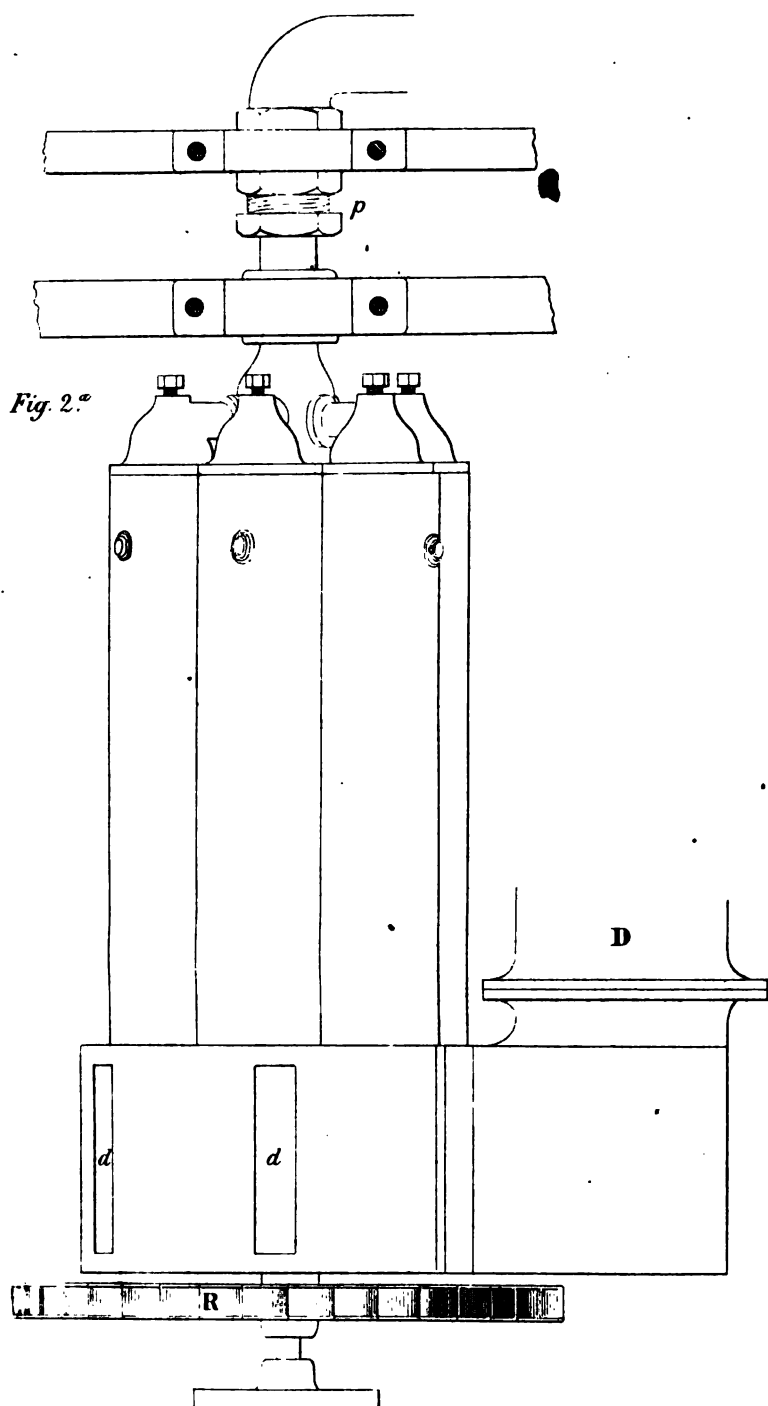
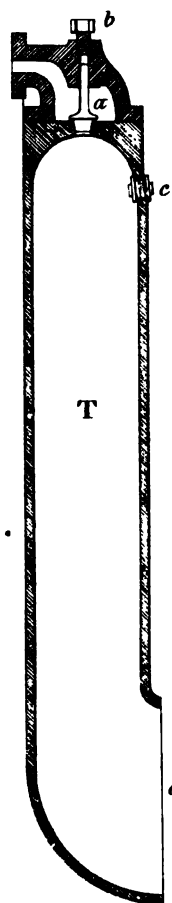
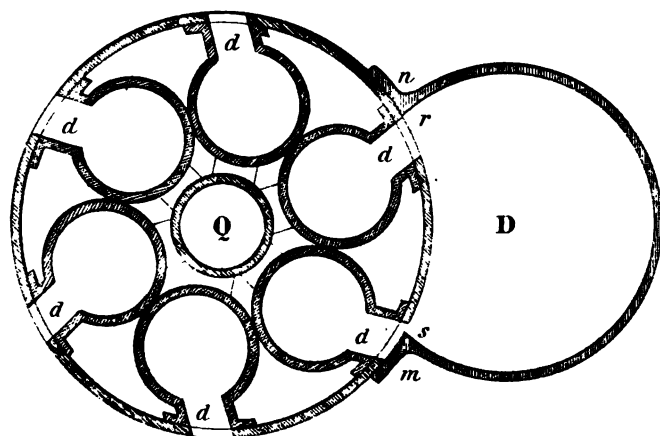
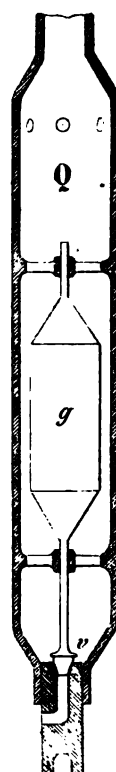



Fig. 2.ª
p
d
d
D
R
d
d
d
d
d
d
Q
D
n
r
s
m
b
a
c
T
Fig. 1.ª
T
d
d
Q
g
v
Indice
a Valvola che impedisce il regresso dell'aria.
b Vite di grassagio.
c Foro d'ingresso per l'aria nel vuotamento dei tubi.
Q Tubo centrale ove fanno capo i tubi compressori.
g Galleggiante
v Valvola sollevata dal galleggiante per l'uscita dell'acqua che fosse trasportata dall'aria compressa.